В. П. Дьяконов

# Maple 10/11/12/13/14 в математических расчетах

ДМК ПРЕСС
издательство
Москва, 2011

**УДК 004.9Maple:517/519**
**ББК 32.973.26-018.2+22.19**
**Д93**

Д93 Дьяконов В. П.
Maple 10/11/12/13/14 в математических расчетах. – М.: ДМК Пресс, 2011. – 800 с.: ил.

ISBN 978-5-94074-751-2

Самый полный самоучитель по применению пяти последних версий мощной системы компьютерной математики Maple 10/11/12/13/14 в массовых математических аналитических и численных расчетах и в их графической визуализации. В книге описаны решения алгебраических, дифференциальных и иных уравнений, задач математического анализа и обработки данных, интегральные преобразования, вычисление специальных функций и основы математического моделирования. Даны основы программирования систем, описаны пакеты их расширения, средства графического интерфейса пользователя GUI, маплеты.

Издание может служить руководством пользователя по системам Maple разных версий и будет полезно научно-техническим работникам, инженерам, аспирантам, а также студентам и преподавателям университетов и вузов.

УДК 004.9Maple:517/519
ББК 32.973.26-018.2+22.19

Все права защищены. Любая часть этой книги не может быть воспроизведена в какой бы то ни было форме и какими бы то ни было средствами без письменного разрешения владельцев авторских прав.

Материал, изложенный в данной книге, многократно проверен. Но поскольку вероятность технических ошибок все равно существует, издательство не может гарантировать абсолютную точность и правильность приводимых сведений. В связи с этим издательство не несет ответственности за возможные ошибки, связанные с использованием книги.

ISBN 978-5-94074-751-2

© Дьяконов В. П., 2011
© Оформление, издание, ДМК Пресс, 2011

# Содержание

**Предисловие ..... 21**
**Благодарности и адреса ..... 28**
**Урок 1. Основы работы с Maple ..... 29**
1.1. Краткая характеристика систем класса Maple ..... 30
1.1.2. Назначение и место систем Maple ..... 30
1.1.2. Структура систем Maple ..... 31
1.1.3. Язык программирования систем класса Maple ..... 33
1.2. Начало работы с Maple ..... 34
1.2.1. Установка и запуск Maple ..... 34
1.2.2. Интерфейс Maple – классический или стандартный? ..... 37
1.2.3. Основные возможности Maple 10 ..... 38
1.3. Интерфейс пользователя Maple 10 ..... 39
1.3.1. Окно системы ..... 39
1.3.2. Меню системы ..... 40
1.3.3. Палитры ввода математических символов ..... 41
1.3.4. Всплывающие подсказки ..... 42
1.4. Работа с файловыми операциями ..... 42
1.4.1. Обзор позиции File меню ..... 42
1.4.2. Создание нового документа ..... 43
1.4.3. Открытие документа ..... 43
1.4.4. Сохранение документа ..... 44
1.4.5. Экспорт файлов и отсылка сообщений по E-mail ..... 45
1.4.6. Закрытие документа ..... 46
1.4.7. Запись настроек ..... 46
1.4.8. Выход из системы ..... 47
1.4.9. Печать документов ..... 47
1.4.10. Предварительный просмотр страниц ..... 48
1.4.11. Установка параметров принтера ..... 49
1.5. Редактирование документов ..... 49
1.5.1. Обзор позиции Edit меню ..... 49
1.5.2. Операции разделения и объединения объектов ..... 50
1.5.3. Исполнение выделенных ячеек или всего документа ..... 50
1.5.4. Удаление ячеек вывода ..... 50
1.6. Операции вставки ..... 51
1.6.1. Обзор меню Insert ..... 51
1.6.2. Основные команды вставки ..... 51
1.6.3. Операции с секциями документов ..... 52
1.6.4. Вставка и применение гиперссылок ..... 53
1.6.5. Вставка и редактирование объектов ..... 54
1.7. Электронные таблицы ..... 55
1.7.1. Вставка электронных таблиц ..... 55
1.7.2. Обзор позиции Spreadsheet меню ..... 57
1.7.3. Работа с электронными таблицами ..... 57

1.8. Операции форматирования ..... 59
1.8.1. Обзор позиции Format меню ..... 59
1.8.2. Установка стилей ..... 60
1.9. Управление видом интерфейса Maple ..... 62
1.9.1. Управление видом интерфейса ..... 62
1.9.2. Установка закладок ..... 63
1.9.3. Управление показом компонентов документа ..... 63
1.9.4. Управление показом непечатаемых символов ..... 63
1.9.5. Представление выражений в строках ..... 64
1.9.6. Контроль за предполагаемыми переменными ..... 66
1.9.7. Управление показом графиков ..... 67
1.10. Позиция Window меню и работа с окнами ..... 67
1.10.1. Позиция Window меню ..... 67
1.10.2. Работа с окнами ..... 68
1.11. Позиция Tools меню ..... 69
1.11.1. Состав позиции Tools меню ..... 69
1.11.2. Вывод окна всех команд ..... 69
1.11.3. Помощники (ассистенты) Maple ..... 69
1.11.4. Интерактивный построитель графиков ..... 70
1.12. Работа с информационными ресурсами Maple 10 ..... 71
1.12.1. Доступ к справке при классическом интерфейсе ..... 71
1.12.2. Доступ к справке при стандартном интерфейсе ..... 71
1.12.3. Использование примеров из справки Maple 10 ..... 73
1.12.4. Быстрый справочник Quick Reference Card ..... 75
1.13. Работа с пакетами расширения ..... 75
1.13.1. Состав пакетов расширения ..... 75
1.13.2. Получение информации о конкретном пакете ..... 76
1.13.3. Полная и частичная загрузка пакетов расширения ..... 76
1.14. Дополнительные возможности Maple 10 ..... 77
1.14.1. Автоматическая нумерация формул в документе ..... 77
1.14.2. Новации интерфейса Maple 10 ..... 77
1.14.3. Новые палитры математических символов ..... 78
1.14.4. Новые возможности графики Maple 10 ..... 79
1.14.5. Новый самоучитель по Maple 10 ..... 81
1.14.6. Словарь математических и инженерных терминов в Maple 10 ..... 83
1.14.7. Сопровождающая Maple 10 литература ..... 84
1.14.8. Новые и доработанные пакеты расширения Maple 10 ..... 84
1.14.9. Новый набор примеров работы с Maple 10 ..... 85
1.14.10. Новые маплет-ассистенты Maple 10 ..... 85
1.14.11. Применение шаблонов (Templates) в Maple 10 ..... 87
1.14.12. Графический калькулятор Maple 10 ..... 88
1.15. Особенности работы с Maple 11 ..... 89
1.15.1. Новые возможности Maple 11 ..... 89
1.15.2. Интерфейс пользователя системы Maple 11 ..... 93
1.15.3. Работа с ассистентом Back Solver ..... 93
1.15.4. Работа с электронным задачником ..... 97
1.15.5. Улучшенные средства настройки системы Maple 11 ..... 98
1.16. Версии Maple 12/13/14 ..... 98
1.16.1. Новые возможности Maple 12 ..... 98

1.16.2. Особенности интерфейса пользователя системы Maple 12 ..... 99
1.16.3. Справка и самоучители Maple 12 ..... 101
1.16.4. Новые возможности Maple 12 ..... 103
1.16.5. Основные особенности версии Maple 13 ..... 104
1.16.6. Что нового в Maple 14 ..... 105
1.16.7. Стыковка Maple 14 с MATLAB ..... 107
1.16.8. Интерфейс Maple 14 ..... 109
1.16.9. Окно справки Maple 14 ..... 109
1.17. Основы работы с Maple в диалоговом режиме ..... 111
1.17.1. Начальные навыки работы ..... 111
1.17.2. Понятие о функциях и операторах ..... 112
1.17.3. Операторы и средства вывода выражений ..... 114
1.17.4. Обработка и индикация ошибок ..... 115
1.17.5. Примеры задания функций пользователя и построения их графиков ... 117
1.17.6. Пример применения инертных функций ..... 119
1.18. Повышение эффективности работы с системой ..... 119
1.18.1. Работа с контекстными меню правой клавиши мыши ..... 119
1.18.2. Работа с панелью инструментов ..... 120
1.18.3. Работа с контекстными панелями инструментов ..... 120
1.18.4. Контекстная панель инструментов для двумерных графиков ..... 122
1.18.5. Контекстная панель инструментов трехмерной графики ..... 123
1.18.6. Строка состояния ..... 124
1.18.7. Горячие клавиши системы Maple ..... 125
1.18.8. Оценка скорости вычислений в Maple ..... 125
1.19. Символьные вычисления ..... 127
1.19.1. Понятие о символьных (аналитических) вычислениях ..... 127
1.19.2. Простой пример символьных вычислений в электротехнике ..... 129
1.19.3. Разбухание результатов символьных вычислений ..... 130
1.19.4. Пример решения системы линейных уравнений ..... 131
1.20. Работа с порталом Maple в Maple 13/14 ..... 132
**Урок 2. Типы данных и работа с ними ..... 137**
2.1. Простые типы данных языка программирования Maple ..... 138
2.1.1. Знаки алфавита ..... 138
2.1.2. Зарезервированные слова ..... 139
2.1.3. Работа с числами и арифметические вычисления ..... 139
2.1.4. Точная арифметика ..... 141
2.1.5. Вычисление числа $\pi$ с произвольной точностью ..... 142
2.1.6. Работа с комплексными числами ..... 143
2.1.7. Контроль над типами чисел ..... 145
2.1.8. Преобразования чисел с разным основанием ..... 146
2.1.9. Пакет RealDomain для вычислений с действительными данными ..... 146
2.1.10. Модификация графической функции plot ..... 147
2.2. Сложные типы данных ..... 147
2.2.1. Создание наборов (множеств) ..... 148
2.2.2. Создание и применение списков выражений ..... 149
2.2.3. Создание массивов, векторов и матриц ..... 149
2.2.4. Работа с построителем матриц Matrix Builder Maple ..... 150
2.2.5. Ассистент импорта данных Import Data в Maple ..... 151
2.2.6. Просмотр импортируемых в Maple данных ..... 153

2.2.7. Создание Maple-таблиц и их применение ....154
2.2.8. Пакет ListTool для работы со списками ....155
2.2.9. Структура разбросанных полиномов ряда переменных SDMPolynom ....156
2.3. Константы и их применение ....157
2.3.1. Символьные и числовые константы ....157
2.3.2. Строковые константы ....157
2.3.3. Встроенные в ядро Maple константы ....157
2.3.4. Идентификация констант ....158
2.3.5. Защита идентификаторов констант ....158
2.3.6. Задание новых констант ....159
2.4. Работа с размерными величинами ....159
2.4.1. Пакет поддержки размерных величин Units ....159
2.4.2. Примеры работы с размерными величинами ....159
2.4.3. Ассистент преобразования размерных величин в Maple 9.5/10 ....160
2.4.4. Пакет научных констант ScientificConstants ....160
2.4.5. Работа с научными константами Maple 11 ....161
2.4.6. Вызов списка и свойств химических элементов ....162
2.4.7. Ассистент преобразования единиц измерений ....163
2.4.8. Ассистент научных констант ....163
2.5. Функции для работы со строковыми данными ....164
2.5.1. Создание и применение строковых данных ....164
2.5.2. Неисполняемые программные комментарии ....164
2.5.3. Контроль типа строковых данных ....165
2.5.4. Интерактивный ввод строк ....165
2.5.5. Обработка строк ....166
2.5.6. Преобразование строки в математическое выражение ....167
2.6. Переменные и их применение ....167
2.6.1. Типы переменных ....167
2.6.2. Назначение переменным имен ....168
2.6.3. Присваивание переменным значений ....168
2.6.4. Отмена операции присваивания и команда restart ....169
2.6.5. Придание переменным статуса предполагаемых ....170
2.7. Работа с файлами и документами ....172
2.7.1. Типы файлов ....172
2.7.2. Запись данных в файлы ....173
2.7.3. Считывание данных из файлов ....173
2.7.4. Запись и считывание m-файлов ....174
2.7.5. Запись в файлы графических объектов ....174
2.8. Вывод в специальных форматах ....175
2.8.1. Вывод в формате LaTeX ....175
2.8.2. Вывод на языке Фортран ....176
2.8.3. Вывод на языке C ....176
**Урок 3. Математические выражения и функции ....177**
3.1. Работа с операторами ....178
3.1.1. Операторы и операнды ....178
3.1.2. Виды операторов ....178
3.1.3. Применение бинарных (инфиксных) операторов ....179
3.1.4. Работа с множествами ....182
3.1.5. Оператор in в множествах ....182

3.1.6. Применение унарных арифметических операторов ....183
3.1.7. Применение оператора % и команды history ....184
3.1.8. Логические операторы....185
3.1.9. Специальные типы операторов ....186
3.1.10. Применение функциональных операторов ....186
3.1.11. Определение нейтральных операторов....187
3.1.12. Определение операторов с помощью оператора define ....187
3.2. Работа с математическими функциями и выражениями .... 189
3.2.1. Понятие о функциях ....189
3.2.2. Математические выражения ....190
3.2.3. Работа с элементарными функциями в системе Maple....191
3.2.4. Некоторые целочисленные функции и факториал ....192
3.2.5. Функции с элементами сравнения и их применение ....193
3.2.6. Тригонометрические функции и гармонический синтез ....194
3.2.7. Обратные тригонометрические функции ....197
3.2.8. Гиперболические и обратные гиперболические функции....198
3.2.9. Степенные и логарифмические функции ....199
3.2.10. Применение элементарных функций для моделирования сигналов ....200
3.2.11. Применение функций с элементами сравнения ....202
3.2.12. Функции комплексного аргумента....203
3.2.13. Построение графиков функций в Maplet-окне ....204
3.3. Специальные математические функции .... 205
3.3.1. Обзор специальных математических функций ....205
3.3.2. Специальные математические функции системы Maple....208
3.3.4. Консультант по функциям ....210
3.3.5. Ассистент по специальным функциям в Maple 11 ....211
3.4. Работа с функциями пакетов расширения Maple .... 213
3.4.1. Работа с функциями пакета комбинаторики combinat ....213
3.4.2. Функции пакета структур комбинаторики combstruct ....215
3.4.3. Функции пакета теории чисел – numtheory....216
3.4.4. Пакет для работы с p-адическими числами – padic ....216
3.4.5. Пакет для работы с гауссовыми целыми числами – GaussInt ....216
3.5. Расширенные возможности Maple в работе с выражениями .... 217
3.5.1. Ввод выражений ....217
3.5.2. Оценивание выражений....218
3.5.3. Последовательности выражений ....220
3.5.4. Вывод выражений....221
3.5.5. Работа с частями выражений ....222
3.5.6. Работа с уровнями вложенности выражений....223
3.5.7. Преобразование выражений в тождественные формы....223
3.5.8. Преобразование выражений....225
3.5.9. Контроль за типами объектов ....226
3.6. Работа с подстановками .... 228
3.6.1. Функциональные преобразования подвыражений ....228
3.6.2. Функциональные преобразования элементов списков....229
3.6.3. Подстановки с помощью функций add, mul и seq....231
3.6.4. Подстановки с помощью функций subs и subsop....231
3.6.5. Подстановки правил и подвыражений....233
3.6.6. Функции сортировки и селекции....233
3.7. Символьные преобразования выражений .... 236

3.7.1. Упрощение выражений – simplify....236
3.7.2. Расширение выражений – expand....240
3.7.3. Разложение целых и рациональных чисел – ifactor....241
3.7.4. Разложение выражений (факторизация) – factor....242
3.7.5. Комплектование по степеням – collect....243
3.7.6. Работа с пакетом рациональных нормальных 244форм RationalNormalForms....244
3.8. Статистические вычисления в системе Maple.... 245
3.8.1. Эксперименты, события и другие понятия статистики....245
3.8.2. Дискретные и непрерывные случайные величины....246
3.8.3. Законы распределения и статистические функции....248
3.8.4. Пакет статистических вычислений Statistics....248
3.8.5. Генерация случайных чисел с заданным распределением....249
3.8.6. Графика статистического пакета Statistics....249
3.8.7. Ассистент интерактивного статистического анализа данных....250
**Урок 4. Математический анализ....253**
4.1. Суммы и произведения членов последовательностей.... 254
4.1.1. Суммы членов последовательностей....254
4.1.2. Пакет вычисления специальных сумм sumtools....256
4.1.3. Произведения членов последовательностей....257
4.2. Вычисление производных.... 258
4.2.1. Определение производной и полного дифференциала....258
4.2.2. Функции дифференцирования diff и Diff....259
4.2.3. Дифференциальный оператор D....261
4.2.4. Импликативное дифференцирование....262
4.2.5. Maplet-вычислитель производных Derivatives....263
4.2.6. Maplet-инструмент по методам дифференцирования....264
4.3. Вычисление интегралов.... 265
4.3.1. Определение интегралов....265
4.3.2. Вычисление неопределенных интегралов....266
4.3.3. Конвертирование и преобразование интегралов....268
4.3.4. Вычисление определенных интегралов....268
4.3.5. Каверзные интегралы и визуализация результатов интегрирования....269
4.3.6. Вычисление несобственных интегралов....274
4.3.7. Интегралы с переменными пределами интегрирования....276
4.3.8. Вычисление кратных интегралов....277
4.3.9. О вычислении некоторых других интегралов....278
4.3.10. Maplet-демонстрация построения графика первообразной....279
4.3.11. Maplet-демонстрация методов интегрирования....280
4.3.12. Численное интегрирование....281
4.4. Вычисление пределов функций.... 283
4.4.1. Определение предела функции....283
4.4.2. Функции вычисления пределов....283
4.4.3. Вычисление пяти замечательных пределов....284
4.4.4. Графическая иллюстрация вычисления пределов с двух сторон....285
4.4.5. Maplet-инструмент для иллюстрации методов вычисления пределов....285
4.5. Разложение функций в ряды.... 287
4.5.1. Вычисление степенных рядов....287

4.5.2. Разложение в ряды Тейлора и Маклорена ....289
4.5.3. Пример документа – разложения синуса в ряд....290
4.5.4. Пакет вычисления степенных разложений powseries....293
4.5.5. Maplet-иллюстрация аппроксимации рядом Тейлора....294
4.6. Визуализация приложений математического анализа.... 295
4.6.1. Суммы Римана и приближение интегралов ....295
4.6.2. Вычисление длины дуги ....298
4.6.3. Иллюстрация теоремы о среднем ....298
4.6.4. Построение касательной к заданной точке кривой ....299
4.6.5. Построение касательной к заданной точке кривой и секущих линий ....300
4.6.6. Вычисление поверхности вращения кривой....300
4.6.7. Вычисление объема фигуры, полученной вращением отрезка кривой ...301
4.7. Решение уравнений и неравенств .... 302
4.7.1. Основная функция solve....302
4.7.2. Решение одиночных нелинейных уравнений ....303
4.7.3. Решение тригонометрических уравнений ....305
4.7.4. Решение систем линейных уравнений ....306
4.7.5. Решение систем нелинейных и трансцендентных уравнений ....309
4.7.6. Функция RootOf ....310
4.7.7. Решение уравнений со специальными функциями....311
4.7.8. Решение неравенств ....312
4.7.9. Решение функциональных уравнений ....313
4.7.10. Решение уравнений с линейными операторами....313
4.7.11. Решение в численном виде – функция fsolve ....314
4.7.12. Решение рекуррентных уравнений – rsolve ....316
4.7.13. Решение уравнений в целочисленном виде – isolve ....317
4.7.14. Функция msolve ....317
4.8. Применение пакета расширения student .... 318
4.8.1. Функции пакета student....318
4.8.2. Функции интегрирования пакета student ....319
4.8.3. Иллюстративная графика пакета student ....319
4.8.4. Визуализация методов численного интегрирования ....321
4.9. Работа с алгебраическими кривыми .... 321
4.9.1. Пакет для работы с алгебраическими кривыми algcurves....321
4.9.2. Примеры работы с алгебраическими кривыми ....322
4.9.3. Построение алгебраических кривых класса knot....323
4.10. Векторные вычисления и функции теории поля .... 324
4.10.1. Пакет векторных вычислений VectorCalculus ....324
4.10.2. Объекты векторных вычислений ....325
4.10.3. Основные операции с векторами ....327
4.10.4. Операции с кривыми....329
4.10.5. Интегрирование в пакете VectorCalculus....331
4.10.6. Задание матриц специального типа....332
4.10.7. Функции теории поля....335
4.10.8. Приближение площади сложной поверхности суммами Римана ....337
4.10.9. Вычисление поверхностных интегралов ....340
4.11. Пошаговый и поэтапный контроль вычислений .... 340
4.11.1. Функции userinfo и infolevel ....340
4.11.2. Примеры применения функции infolevel....341

**Урок 5. Анализ функциональных зависимостей и обработка данных .....343**

5.1. Анализ функциональных зависимостей ..... 344
5.1.1. Понятие о функциональных зависимостях .....344
5.1.2. Поиск экстремумов функций по нулям первой производной .....344
5.1.3. Поиск экстремумов в аналитическом виде .....346
5.1.4. Поиск максимума амплитудно-частотной характеристики .....347
5.1.5. Поиск экстремумов с помощью функции extrema .....348
5.1.6. Поиск минимумов и максимумов аналитических функций .....349
5.1.7. Поиск минимума функций с ограничениями методом выпуклого программирования .....351
5.1.8. Анализ функций на непрерывность .....352
5.1.9. Определение точек нарушения непрерывности .....353
5.1.10. Нахождение сингулярных точек функции .....353
5.1.11. Вычисление асимптотических и иных разложений .....354
5.1.12. Пример анализа сложной функции .....355
5.1.13. Maplet-инструмент по анализу функциональных зависимостей.....357

5.2. Работа с функциями из отдельных кусков ..... 358
5.2.1. Создание функций из отдельных кусков .....358
5.2.2. Простые примеры применения функции piecewise .....359
5.2.3. Работа с функциями piecewise .....359

5.3. Операции с полиномами ..... 361
5.3.1. Определение полиномов .....361
5.3.2. Выделение коэффициентов полиномов .....361
5.3.3. Оценка коэффициентов полинома по степеням .....362
5.3.4. Оценка степеней полинома .....363
5.3.5. Контроль полинома на наличие несокращаемых множителей .....364
5.3.6. Разложение полинома по степеням .....365
5.3.7. Вычисление корней полинома .....366
5.3.8. Основные операции с полиномами .....367
5.3.9. Операции над степенными многочленами с отрицательными степенями .....369

5.4. Работа с ортогональными полиномами ..... 370
5.4.1. Состав пакета orthopoly .....370
5.4.2. Вычисление ортогональных полиномов .....371
5.4.3. Построение графиков ортогональных полиномов .....372
5.4.4. Работа с рядами ортогональных многочленов .....372

5.5. Пакет PolynomialTools ..... 374
5.5.1. Обзор возможностей пакета PolynomialTools .....374
5.5.2. Функции для работы с полиномами .....375
5.5.3. Функции сортировки полиномов .....376
5.5.4. Функции преобразования полиномов в PDE и обратно.....377

5.6. Введение в интерполяцию и аппроксимацию ..... 378
5.6.1. Основные понятия .....378
5.6.2. Полиномиальная аппроксимация и интерполяция аналитических зависимостей .....379
5.6.3. Интерполяционный метод Лагранжа .....380
5.6.4. Интерполяционный метод Ньютона .....381
5.6.5. Итерационно-интерполяционный метод Эйткена .....381