

И.И. Холмаков

**Динамика авиационных
двигателей**

**Москва
«Книга по Требованию»**

УДК 656
ББК 39.1
И11

И11 **И.И. Холмаков**
Динамика авиационных двигателей / И.И. Холмаков – М.: Книга по Требова-
нию, 2021. – 148 с.

ISBN 978-5-458-38410-0

ISBN 978-5-458-38410-0

© Издание на русском языке, оформление
«YOYO Media», 2021

© Издание на русском языке, оцифровка,
«Книга по Требованию», 2021

Эта книга является репринтом оригинала, который мы создали специально для Вас, используя запатентованные технологии производства репринтных книг и печати по требованию.

Сначала мы отсканировали каждую страницу оригинала этой редкой книги на профессиональном оборудовании. Затем с помощью специально разработанных программ мы произвели очистку изображения от пятен, клякс, перегибов и попытались отбелить и выровнять каждую страницу книги. К сожалению, некоторые страницы нельзя вернуть в изначальное состояние, и если их было трудно читать в оригинале, то даже при цифровой реставрации их невозможно улучшить.

Разумеется, автоматизированная программная обработка репринтных книг – не самое лучшее решение для восстановления текста в его первоизданном виде, однако, наша цель – вернуть читателю точную копию книги, которой может быть несколько веков.

Поэтому мы предупреждаем о возможных погрешностях восстановленного репринтного издания. В издании могут отсутствовать одна или несколько страниц текста, могут встретиться невыводимые пятна и кляксы, надписи на полях или подчеркивания в тексте, нечитаемые фрагменты текста или загибы страниц. Покупать или не покупать подобные издания – решать Вам, мы же делаем все возможное, чтобы редкие и ценные книги, еще недавно утраченные и несправедливо забытые, вновь стали доступными для всех читателей.



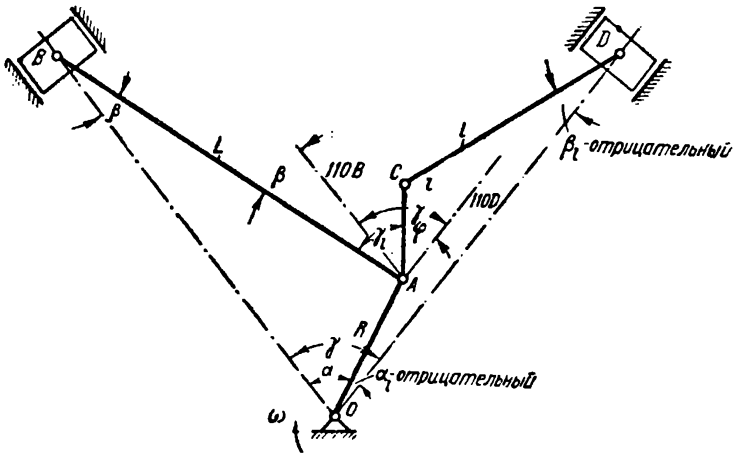
Серия Книжный Ренессанс

www.samizday.ru/reprint

ОСНОВНЫЕ СВЕДЕНИЯ ИЗ КИНЕМАТИКИ ПРИЦЕПНОГО МЕХАНИЗМА

§ 1. Обозначения (фиг. 1):

- R — радиус кривошипа;
- L — длина главного шатуна;
- $\lambda = \frac{R}{L}$;
- r — радиус прицепа;
- l — длина прицепного шатуна;



Фиг. 1. Обозначения для обыкновенного кривошипного механизма.

- α — угол поворота кривошипа, отсчитываемый в сторону вращения вала от положения, соответствующего верхней мертвой точке (в. м. т.) главного поршня;
- α_1 — угол, образованный кривошипом с осью прицепного цилиндра, отсчитываемый в сторону вращения кривошипа;

β — угол отклонения главного шатуна от оси главного цилиндра, считаемый положительным при отклонении шатуна в сторону вращения коленчатого вала;

β_l — угол отклонения прицепного шатуна от оси прицепного цилиндра со знаком по правилу для угла β ;

γ — угол развала цилиндров;

γ_l — угол прицепа;

φ — угол, образованный радиусом прицепа с осью прицепного цилиндра.

Согласно принятому отсчету имеем:

$$\begin{aligned} \alpha_l &= \alpha - \gamma, \\ \varphi &= \beta + \gamma - \gamma_l \end{aligned} \quad (1)$$

или, обозначая $\gamma_l - \gamma$ через ψ :

$$\varphi = \beta - \psi. \quad (2)$$

§ 2. Угол отклонения прицепного шатуна. Проектируя замкнутый контур $OACDO$ на направление, перпендикулярное к OD , получим:

$$R \sin \alpha_l - r \sin \varphi - l \sin \beta_l = 0,$$

откуда

$$\sin \beta_l = \frac{R}{l} \sin (\alpha_l) - \frac{r}{l} \sin (\beta - \psi).$$

Из кинематики обыкновенного кривошипно-шатунного механизма известно:

$$\begin{aligned} \sin \beta &= \lambda \sin \alpha = \lambda \sin (\alpha_l + \gamma); \\ \cos \beta &= \sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2 \alpha} = \left(1 - \frac{1}{4} \lambda^2 - \frac{3}{64} \lambda^4\right) + \\ &+ \left(\frac{1}{4} \lambda^2 + \frac{1}{16} \lambda^4\right) \cos 2\alpha - \frac{1}{64} \lambda^4 \cos 4\alpha, \end{aligned}$$

если ограничиться членами, содержащими λ^4 . Поэтому

$$\begin{aligned} \sin \beta_l &= \frac{R}{l} \sin \alpha_l - \frac{r}{l} \cos \psi \sin \beta + \frac{r}{l} \sin \psi \cos \beta = \\ &= \frac{r}{l} \left(1 - \frac{1}{4} \lambda^2 - \frac{3}{64} \lambda^4\right) \sin \psi + \left(\frac{R}{l} - \lambda \frac{r}{l} \cos \psi \cos \gamma\right) \sin \alpha_l - \\ &- \lambda \frac{r}{l} \sin \gamma \cos \psi \cos \alpha_l + \frac{r}{l} \left(\frac{1}{4} \lambda^2 + \frac{1}{16} \lambda^4\right) \sin \psi \cos 2(\alpha_l + \gamma) - \\ &- \frac{1}{64} \lambda^4 \frac{r}{l} \sin \psi \cos 4(\alpha_l + \gamma). \end{aligned}$$

Пренебрегая последним членом и соединяя второй и третий в один, можно эту формулу переписать так:

$$\sin \beta_l = \Phi_0 + \Phi_1 \sin (\alpha_l - \gamma) + \Phi_2 \cos 2(\alpha_l + \gamma), \quad (3)$$

где

$$\begin{aligned}\Phi_0 &= \frac{r}{l} \left(1 - \frac{1}{4} \lambda^2 - \frac{3}{64} \lambda^4 \right) \sin \psi; \\ \Phi_1 &= \frac{\lambda}{l} \sqrt{L^2 + r^2 \cos^2 \psi - 2rL \cos \psi \cos \gamma}; \\ \operatorname{tg} \chi &= \frac{r \cos \psi \sin \gamma}{L - r \cos \psi \cos \gamma}; \\ \Phi_2 &= \frac{r}{l} \left(\frac{1}{4} \lambda^2 + \frac{1}{16} \lambda^4 \right) \sin \psi.\end{aligned}$$

При менее точных подсчетах можно принять:

$$\sin \beta_l = \frac{r}{l} \sin \psi + \Phi_1 \sin (\alpha_l - \psi).$$

Для $\cos \beta_l$ получим:

$$\cos \beta_l = \sqrt{1 - \sin^2 \beta_l} \approx 1 - \frac{1}{2} \sin^2 \beta_l - \frac{1}{8} \sin^4 \beta_l.$$

Подставляя значение $\sin \beta_l$ и отбрасывая все члены, содержащие Φ_1 в степени выше 4-й и $\sin \psi$ в степени выше 1-й, получаем:

$$\begin{aligned}\cos \beta_l &= 1 - \frac{1}{4} \Phi_1^2 - \frac{3}{64} \Phi_1^4 - \left[\Phi_0 \Phi_1 + \frac{1}{8} \Phi_1^3 \frac{r}{l} \sin \psi - \frac{1}{2} \Phi_1 \Phi_2 \right] \sin (\alpha_l - \chi) + \\ &+ \left[\frac{1}{4} \Phi_1^2 + \frac{1}{16} \Phi_1^4 \right] \cos 2 (\alpha_l - \chi) + \\ &+ \left[\frac{1}{8} \Phi_1^3 \frac{r}{l} \sin \psi - \frac{1}{2} \Phi_1 \Phi_2 \right] \sin 3 (\alpha_l - \chi) - \frac{1}{64} \Phi_1^4 \cos 4 (\alpha_l - \chi).\end{aligned}$$

§ 3. Угловая скорость и угловое ускорение прицепного шатуна. Дифференцируя формулу (3) и полагая $\cos \beta_l \approx 1$, найдем угловую скорость прицепного шатуна:

$$\omega_l = \frac{d\beta_l}{dt} = \omega \Phi_1 \cos (\alpha_l - \chi) - 2\omega \Phi_2 \sin 2 (\alpha_l + \gamma). \quad (4)$$

Дифференцируя формулу (4), получим угловое ускорение:

$$\varepsilon_l = \frac{d\omega_l}{dt} = -\omega^2 \Phi_1 \sin (\alpha_l - \chi) - 4\omega^2 \Phi_2 \cos 2 (\alpha_l + \gamma). \quad (5)$$

§ 4. Перемещение прицепного поршня. Проектируя ломаную $OACD$ на ось цилиндра OD , найдем (фиг. 2):

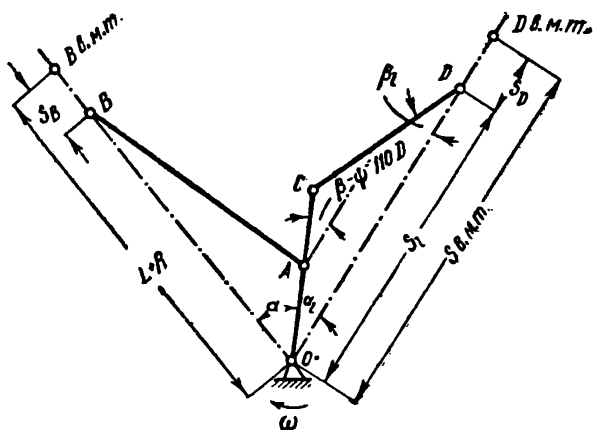
$$OD = S_l = R \cos \alpha_l + r \cos \varphi + l \cos \beta_l;$$

подставляя $\varphi = \beta - \psi$, $\sin \beta$, $\cos \beta$ и $\cos \beta_l$ из предыдущих параграфов, найдем:

$$\begin{aligned}S_l &= C_0 - a_1 \cos \alpha_l - b_1 \sin \alpha_l - a_2 \cos 2\alpha_l - b_2 \sin 2\alpha_l + \\ &+ C_3 \sin 3 (\alpha_l - \chi) - a_4 \cos 4\alpha_l - b_4 \sin 4\alpha_l,\end{aligned} \quad (6)$$

где

$$\begin{aligned}
 C_0 &= \left(1 - \frac{1}{4} \lambda^2 - \frac{3}{64} \lambda^4\right) r \cos \psi + l \left(1 - \frac{1}{4} \Phi_1^2 - \frac{3}{64} \Phi_1^4\right); \\
 a_1 &= \left\{ l \sin \chi \left[\Phi_0 \Phi_1 + \frac{1}{8} \Phi_1^3 \frac{r}{l} \sin \psi - \frac{1}{2} \Phi_1 \Phi_2 \right] + (R + \lambda r \sin \psi \sin \gamma) \right\}; \\
 b_1 &= l \cos \chi \left[\Phi_0 \Phi_1 + \frac{1}{8} \Phi_1^3 \frac{r}{l} \sin \psi - \frac{1}{2} \Phi_1 \Phi_2 \right] - \lambda r \sin \psi \cos \gamma; \\
 a_2 &= - \left\{ l \cos 2\chi \left[\frac{1}{4} \Phi_1^2 + \frac{1}{16} \Phi_1^4 \right] + \frac{1}{4} \lambda^2 r \cos 2\gamma \cos \psi \right\}; \\
 b_2 &= - l \sin 2\chi \left[\frac{1}{4} \Phi_1^2 + \frac{1}{16} \Phi_1^4 \right] + \frac{1}{4} \lambda^2 r \sin 2\gamma \cos \psi; \\
 C_3 &= l \left[\frac{1}{4} \Phi_1^3 \frac{r}{l} \sin \psi - \frac{1}{2} \Phi_1 \Phi_2 \right]; \\
 a_4 &= \frac{1}{64} [l \Phi_1^4 \cos 4\chi + \lambda^4 r \cos \psi \cos 4\gamma]; \\
 b_4 &= \frac{1}{64} [l \Phi_1^4 \sin 4\chi - \lambda^4 r \cos \psi \sin 4\gamma].
 \end{aligned}$$



Фиг. 2. К определению перемещения поршня.

§ 5. Скорость и ускорение прицепного поршня. Дифференцируя по t уравнение (6) и считая скорость поршня положительной по направлению к центру вала, найдем:

$$\begin{aligned}
 V_D &= \frac{ds_1}{dt} = -a_1 \omega \sin \alpha_1 + b_1 \omega \cos \alpha_1 - 2a_2 \omega \sin 2\alpha_1 + \\
 &+ 2b_2 \omega \cos 2\alpha_1 - 3C_3 \omega \cos 3(\alpha_1 - \gamma) - 4a_4 \omega \sin 4\alpha_1 + 4b_4 \omega \cos 4\alpha_1; \quad (7) \\
 j_D &= \frac{dV_D}{dt} = -a_1 \omega^2 \cos \alpha_1 - b_1 \omega^2 \sin \alpha_1 - 4a_2 \omega^2 \cos 2\alpha_1 - 4b_2 \omega^2 \sin 2\alpha_1 + \\
 &+ 9C_3 \omega^2 \sin 3(\alpha_1 - \gamma) - 16a_4 \omega^2 \cos 4\alpha_1 - 16b_4 \omega^2 \sin 4\alpha_1. \quad (8)
 \end{aligned}$$

§ 6. Определение мертвых точек прицепного механизма и величины хода поршня. Полагая в формуле (7) скорость $V_D = 0$, найдем углы α_i , соответствующие мертвым точкам прицепного механизма. Ограничиваясь только первыми четырьмя членами, получим:

$$-a_1 \sin \alpha_i + b_1 \cos \alpha_i - 2a_1 \sin 2\alpha_i + 2b_2 \cos 2\alpha_i = 0.$$

После подстановки

$$\cos 2\alpha_i = 1 - 2 \sin^2 \alpha_i$$

это уравнение можно написать так:

$$(b_1 - 4a_2 \sin \alpha_i) \cos \alpha_i = 4b_2 \sin^2 \alpha_i + a_1 \sin \alpha_i - 2b_2;$$

после возведения в квадрат и замены

$$\cos^2 \alpha_i = 1 - \sin^2 \alpha_i$$

получаем уравнение 4-й степени:

$$16C_2^2 \sin^4 \alpha_i + 8(a_2 b_1 + a_1 b_2) \sin^3 \alpha_i + (C_1^2 - 16C_2^2) \sin^2 \alpha_i - (4a_1 b_2 - 8a_2 b_1) \sin \alpha_i + (4b_2^2 - b_1^2) = 0;$$

Здесь $C_1^2 = a_1^2 + b_1^2$ и $C_2^2 = a_2^2 + b_2^2$.

Приближенно корни этого уравнения можно получить, если пренебречь первыми двумя членами ввиду близости угла α_i к нулю или 180° и, следовательно, малости его синуса. Тогда получается квадратное уравнение, решаемое обычным способом. Потерянные два корня оказываются большими единицы, а потому не имеют реального значения.

Подставив найденные значения угла α_i в формулу (6), найдем расстояния мертвых точек от центра. Разность их дает ход прицепного поршня:

$$S = -a_1 (\cos \alpha_i' - \cos \alpha_i'') - b_1 (\sin \alpha_i' - \sin \alpha_i'') - a_2 (\cos 2\alpha_i' - \cos 2\alpha_i'') - b_2 (\sin 2\alpha_i' - \sin 2\alpha_i'').$$

Здесь через α_i' и α_i'' обозначены углы, соответствующие мертвым положениям поршня.

Полагая

$$\begin{aligned} \cos \alpha_i' &\approx 1 - \frac{1}{2} \sin^2 \alpha_i' = \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \cos 2\alpha_i', \\ \sin 2\alpha_i' &\approx 2 \sin \alpha_i' \end{aligned}$$

и аналогично для α_i'' , получаем:

$$S = \left(\frac{a_1}{4} + a_2\right) (\cos 2\alpha_i'' - \cos 2\alpha_i') - (b_1 + 2b_2) (\sin \alpha_i' - \sin \alpha_i''). \quad (9)$$

§ 7. Определение наибольшего ускорения прицепного поршня. Наибольшее ускорение поршня будет при угле α_i , удовлетворяющем условию $\frac{dV_D}{d\alpha_i} = 0$. Ограничившись в формуле (8)

первыми четырьмя членами, получим:

$$\frac{dj_D}{d\alpha_i} = a_1 \omega^3 \sin \alpha_i - b_1 \omega^3 \cos \alpha_i + 8a_2 \omega^3 \sin 2\alpha_i - 8b_2 \omega^3 \cos 2\alpha_i = 0$$

или

$$a_1 \sin \alpha_i - b_1 \cos \alpha_i + 8a_2 \sin 2\alpha_i - 8b_2 \cos 2\alpha_i = 0.$$

Делая преобразования, аналогичные указанным в предыдущем параграфе, придем к уравнению 4-й степени. Два корня этого уравнения найдем, взяв углы α_i близкими к углам для мертвых точек; остальные два корня найдем из квадратного уравнения, которое получается после выделения найденных двух корней из нашего уравнения 4-й степени ¹.

§ 8. Кинематическое проектирование прицепа механизма.

Выведенными формулами можно воспользоваться для определения размеров r , l и γ_l . Будем ограничиваться членами, содержащими λ в степени не выше 4-й, Φ_1 — также не выше 4-й и $\sin \psi$ — не выше 2-й. Тогда выражения для коэффициентов Фурье и постоянная C_0 , приведенные в § 4, примут следующий вид:

$$C_0 = r \cos \psi \left(1 - \frac{1}{4} \lambda^2\right) + l - \frac{1}{4} l \Phi_1^2,$$

$$a_1 = - [\Phi_0 \Phi_l l \sin \chi + r \lambda \sin \psi \sin \gamma + R],$$

где $\Phi_0 = \frac{r}{l} \sin \psi$,

$$a_2 = - \left[\frac{1}{4} l \Phi_1^2 \cos 2\chi + \frac{1}{4} \lambda^2 r \cos 2\gamma \cos \psi \right].$$

Так как при проектировании прицепа механизма неизвестны размеры r , l и угол γ_l , а размеры главного механизма и угол развала γ известны, то эти выражения неудобны для определения неизвестных размеров, потому что они не выражены прямо через r , l и γ_l , а содержат функции этих неизвестных $\cos \psi$, $\sin \psi$,

¹ Если в уравнении 4-й степени

$$x^4 + px^3 + qx^2 + rx + s = 0$$

известны 2 корня x_1 и x_2 , то остальные 2 корня найдутся из квадратного уравнения

$$x^2 + (p + x_1 + x_2)x + \frac{s}{x_1 x_2} = 0;$$

это следует из того, что сумма всех четырех корней

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = -p,$$

а произведение их

$$x_1 x_2 x_3 x_4 = s,$$

поэтому коэффициент при x , равный $-(x_3 + x_4)$, и будет $(p + x_1 + x_2)$, а свободный член, равный $x_3 x_4$, будет $\frac{s}{x_1 x_2}$.

$\Phi_1 \sin \chi \cos 2\chi$. Преобразуем только коэффициенты C_0 , a_1 и a_2 . Выразим функции $\cos \psi$, $\sin \chi$, $\cos 2\chi$ и Φ_1 через r , l и $\sin \psi$. Так как угол ψ мал, то для него

$$\cos \psi = \sqrt{1 - \sin^2 \psi} = 1 - \frac{1}{2} \sin^2 \psi.$$

Коэффициенты a_1 и a_2 можно написать в виде, более удобном для определения размеров, если выразить $\Phi_1 \sin \chi$ и $\Phi_1^2 \cos 2\chi$ в функции r , l и $\sin \psi$. Согласно формулам § 2 для выражения $\Phi_1 \sin \chi$ имеем:

$$\Phi_1 \sin \chi = \frac{r}{l} \lambda \cos \psi \sin \gamma.$$

Здесь $\cos \psi$ можно принять равным единице, так как, подставляя значение $\cos \psi$, мы получим разницу в вычислениях меньше λ^4 . Значит, можно принять:

$$\Phi_1 \sin \chi \approx \frac{r}{l} \lambda \sin \gamma.$$

Подставляя полученное значение произведения $\Phi_1 \sin \chi$ в выражение для a_1 , получаем:

$$-a_1 = R + r\lambda \sin \psi \sin \gamma \left(1 + \frac{r'}{l}\right). \quad (10)$$

Теперь найдем $\Phi_1^2 \cos 2\chi$:

$$\Phi_1^2 \sin^2 \chi = \frac{\Phi_1^2}{2} - \frac{1}{2} \Phi_1^2 \cos 2\chi,$$

откуда получим:

$$\begin{aligned} \Phi_1^2 \cos 2\chi &= \Phi_1^2 - 2\Phi_1^2 \sin^2 \chi = \Phi_1^2 - 2\lambda^2 \frac{r^2}{l^2} \cos^2 \psi \sin^2 \gamma \approx \\ &\approx \Phi_1^2 - 2\lambda^2 \frac{r^2}{l^2} \sin^2 \gamma = \Phi_1^2 - \lambda^2 \frac{r^2}{l^2} (1 - \cos 2\gamma). \end{aligned}$$

Теперь, подставив в выражение для a_2 , получим:

$$-a_2 = \frac{1}{4} l \Phi_1^2 - \frac{r^2}{l} \left(\frac{\lambda^2}{4} - \frac{\lambda^2}{4} \cos 2\gamma \right) + \frac{1}{4} \lambda r \cos 2\gamma. \quad (11)$$

В последнем члене этого равенства принято $\cos \psi = 1$. Наконец, для C_0 получим:

$$C_0 = r - \frac{1}{4} \lambda^2 r + l - \frac{1}{4} l \Phi_1^2 - \frac{1}{2} r \sin^2 \psi. \quad (12)$$

Если положить:

$$\left. \begin{aligned} S_{в. н. т.} &= C_0 - a_1 - a_2; & S_{н. м. т.} &= C_0 + a_1 + a_2, \\ S_{ход} &= -2a_1, \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

то для большинства прицепных кривошипных механизмов ошибка в ходе поршня будет около 0,1 мм. У механизмов с большими углами γ развала цилиндров эта ошибка будет доходить до 1 мм.

Определение положения в. м. т. по уравнению (13) для определения размеров r , l и γ_l дает вполне удовлетворительную точность.

Уравнения (13) назовем уравнениями выбора размеров r , l и γ_l механизма. Воспользовавшись формулами (10), (11) и (12), напишем уравнения выбора размеров в раскрытом виде.

Введем новые обозначения:

$$\left. \begin{aligned} B &= -\frac{\lambda^2}{4} + \frac{\lambda^2}{4} \cos 2\gamma, \\ p &= \lambda \sin \gamma, \\ u &= -a_1 - R = \frac{1}{2} \text{ хода} - R, \\ Q &= C_0 - a_2 = S_{\text{в. м. т.}} + a_1. \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

Тогда наши уравнения примут вид:

$$\left. \begin{aligned} Q &= l + r(1 + B) + B \frac{r^2}{l} - \frac{1}{2} r \sin^2 \psi, \\ u &= rp \sin \psi \left(1 + \frac{r}{l}\right). \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

Для $\gamma_l = \gamma$, т. е. при $\psi = 0$, вместо двух уравнений выбора размеров будет только одно:

$$Q = l + r(1 + B) + B \frac{r^2}{l}, \quad (15')$$

так как $-a_1 = R$ и $S_{\text{ход}} = 2R$.

а) Для $\gamma_l = \gamma$ имеем:

$$Q = S_{\text{в. м. т.}} + a_1 = R + L - R = L,$$

поэтому

$$l^2 + rl(1 + B) + Br^2 - Ll = 0. \quad (16)$$

Это и будет уравнением выбора размеров r , l и γ_l в раскрытом виде для случая $\gamma_l = \gamma$. Это уравнение — квадратное как относительно r , так и относительно l . Из уравнения (16) получим:

$$l = -\frac{1}{2} [r(1 + B) - L] - \sqrt{\frac{1}{4} [r(1 + B) - L]^2 - r^2 B}, \quad (17)$$

$$r = -\frac{1}{2} \frac{l(1 + B)}{B} - \sqrt{\frac{1}{4} \left[\frac{l(1 + B)}{B} \right]^2 - \frac{l^2 - Ll}{B}}. \quad (18)$$

Перед корнем надо брать только один знак, так как из двух корней квадратного уравнения только один имеет физический смысл.

б) Для случая $\gamma_l \neq \gamma$ из уравнений (15) получаем следующие уравнения выбора размеров в раскрытом виде:

$$\left. \begin{aligned} l^2 + rl(1+B) + Br^2 - \frac{1}{2}rl \sin^2 \psi - Ql &= 0, \\ \sin \psi &= \frac{ul}{r^2p - rlp}. \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

Теперь выразим размеры r и l через $\sin \psi$ и известные коэффициенты B , p , Q и u .

Из второго уравнения (15) имеем:

$$l(u - rp \sin \psi) = r^2p \sin \psi,$$

откуда

$$l = \frac{r^2p \sin \psi}{u - rp \sin \psi} \quad \text{и} \quad \frac{1}{l} = \frac{u - rp \sin \psi}{r^2p \sin \psi}.$$

Подставив эти выражения в первое уравнение (15), получим:

$$\frac{r^2p \sin \psi}{u - rp \sin \psi} + r \left[(1+B) - \frac{1}{2} \sin^2 \psi \right] + \frac{B(u - rp \sin \psi)}{p \sin \psi} - Q = 0,$$

или

$$\frac{r^2p \sin \psi}{u - rp \sin \psi} + r \left(1 - \frac{1}{2} \sin^2 \psi \right) + \left(\frac{Bu}{p \sin \psi} - Q \right) = 0,$$

или

$$r^2 \left(-\frac{1}{2} p \sin^3 \psi \right) + r (u \cos \psi - Bu + Qp \sin \psi) + \left(\frac{Bu^2}{p \sin \psi} - Qu \right) = 0,$$

откуда

$$\begin{aligned} r &= \frac{u \cos \psi - Bu + Qp \sin \psi}{p \sin^3 \psi} \pm \\ &\pm \sqrt{\left[\frac{u \cos \psi - Bu + Qp \sin \psi}{p \sin^3 \psi} \right]^2 + \frac{2[Bu^2 - Qu]}{p^2 \sin^4 \psi}}. \end{aligned} \quad (20)$$

Зная r и $\sin \psi$, можем найти l из уравнения (19), которое можно переписать так:

$$l^2 + l \left\{ r \left[1 + B - \frac{1}{2} \sin^2 \psi \right] - Q \right\} + Br^2 = 0,$$

откуда

$$\begin{aligned} l &= -\frac{1}{2} \left[r \left(1 + B - \frac{1}{2} \sin^2 \psi \right) - Q \right] + \\ &+ \sqrt{\frac{1}{4} \left[r \left(1 + B - \frac{1}{2} \sin^2 \psi \right) - Q \right]^2 - Br^2}. \end{aligned} \quad (21)$$

§ 9. Угловое перемещение, скорость и ускорение шатуна дезаксиального механизма. Обозначим смещение оси вала от оси цилиндра через b . За положительное направление вращения будем считать вращение вала от вертикали (параллельной оси цилиндра) в сторону дезаксажа b .

Проектируя треугольник OAB (фиг. 3) на перпендикуляр к оси цилиндра, получаем:

$$R \sin \alpha = b + L \sin \beta.$$

Обозначим:

$$k = \frac{b}{L}.$$

Тогда будем иметь:

$$\sin \beta = -k + \lambda \sin \alpha.$$

Угловое отклонение β шатуна от оси цилиндра найдется таким путем:

$$\begin{aligned} \beta &\approx \sin \beta + \frac{1}{6} \sin^3 \beta = -k + \lambda \sin \alpha + \\ &+ \frac{1}{6} (-k + \lambda \sin \alpha)^3 = -k + \lambda \sin \alpha + \\ &+ \frac{1}{6} \left[\lambda^3 \left(\frac{3}{4} \sin \alpha - \frac{1}{4} \sin 3\alpha \right) - \right. \\ &\left. - 3\lambda^2 k \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 2\alpha \right) + 3k^2 \lambda \sin \alpha - k^3 \right]; \\ \beta &= - \left(k + \frac{1}{4} \lambda^2 k + \frac{1}{6} k^3 \right) + \\ &+ \left(\lambda + \frac{1}{8} \lambda^3 + \frac{1}{2} k^2 \lambda \right) \sin \alpha + \\ &+ \frac{1}{4} \lambda^2 k \cos 2\alpha - \frac{1}{24} \lambda^3 \sin 3\alpha \dots = \end{aligned}$$

$$= \Phi_0 + \Phi_1 \sin \alpha + \frac{1}{4} \lambda^2 k \cos 2\alpha - \frac{1}{24} \lambda^3 \sin 3\alpha \dots,$$

где

$$\Phi_0 = - \left(k + \frac{1}{4} \lambda^2 k + \frac{1}{6} k^3 \right),$$

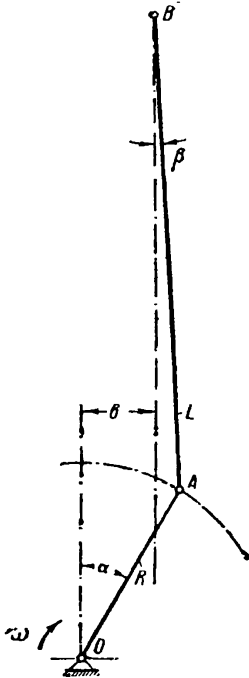
$$\Phi_1 = \lambda + \frac{1}{8} \lambda^3 + \frac{1}{2} k^2 \lambda.$$

Дифференцируя, получим угловую скорость шатуна:

$$\omega_{ш} = \Phi_1 \omega \cos \alpha - \frac{1}{2} \lambda^2 k \omega \sin 2\alpha - \frac{1}{8} \lambda^3 \omega \cos 3\alpha \quad (22)$$

и угловое ускорение шатуна:

$$\epsilon_{ш} = -\Phi_1 \omega^2 \sin \alpha - \lambda^2 k \omega^2 \cos 2\alpha + \frac{3}{8} \lambda^3 \omega^2 \sin 3\alpha. \quad (23)$$



Фиг. 3. Дезаксиальный механизм.