

В.Ф. Миткевич

Электродинамика и введение в теорию света

**Москва
«Книга по Требованию»**

УДК 53
ББК 22.3
В11

В11 **В.Ф. Миткевич**
Электродинамика и введение в теорию света / В.Ф. Миткевич – М.: Книга по Требованию, 2013. – 608 с.

ISBN 978-5-458-57837-0

ISBN 978-5-458-57837-0

© Издание на русском языке, оформление
«YOYO Media», 2013
© Издание на русском языке, оцифровка,
«Книга по Требованию», 2013

Эта книга является репринтом оригинала, который мы создали специально для Вас, используя запатентованные технологии производства репринтных книг и печати по требованию.

Сначала мы отсканировали каждую страницу оригинала этой редкой книги на профессиональном оборудовании. Затем с помощью специально разработанных программ мы произвели очистку изображения от пятен, клякс, перегибов и попытались отбелить и выровнять каждую страницу книги. К сожалению, некоторые страницы нельзя вернуть в изначальное состояние, и если их было трудно читать в оригинале, то даже при цифровой реставрации их невозможно улучшить.

Разумеется, автоматизированная программная обработка репринтных книг – не самое лучшее решение для восстановления текста в его первозданном виде, однако, наша цель – вернуть читателю точную копию книги, которой может быть несколько веков.

Поэтому мы предупреждаем о возможных погрешностях восстановленного репринтного издания. В издании могут отсутствовать одна или несколько страниц текста, могут встретиться невыводимые пятна и кляксы, надписи на полях или подчеркивания в тексте, нечитаемые фрагменты текста или загибы страниц. Покупать или не покупать подобные издания – решать Вам, мы же делаем все возможное, чтобы редкие и ценные книги, еще недавно утраченные и несправедливо забытые, вновь стали доступными для всех читателей.

Вопросы об основных в теориях электричества определениях, как, например, определения понятия электрической силы, поля или заряда, с принципиальной или философской точки зрения, не затрагиваются. Равным образом, и вопрос об эфире. Все эти вопросы вследствие своей трудности и иногда спорности освещаются в значительной степени проще и лучше после знакомства как с электродинамикой тел в движении, так и теорией относительности и теорией квант, и могут по существу своему быть поняты только после усвоения этих теорий. Поэтому читатель в том или ином даваемом в книге определении должен видеть лишь экспериментальное — сформулированное математически, — определение той или иной величины, а не объяснение ее существа или природы. Но некоторые моменты, которые с точки зрения понимания или толкования физических явлений могут оказаться полезными при дальнейшем изучении теоретической физики, как, например, вопрос о локализации электрической энергии, о движении световой энергии, вкратце указаны. В частности, при изучении полного внутреннего отражения в § 7 первой главы, части четвертой, рассматривается применительно к данному случаю вопрос о движении электрической энергии с точки зрения классической Максвелловской теории.

В книге принята Гауссова система единиц, которая в общем предполагается уже известной читателю из общего курса электричества и которая поэтому специально здесь еще раз не поясняется.

Умение интегрировать и решать простейшие дифференциальные уравнения и знание векторного исчисления также предполагается читателю известным.

В конце книги приведен список формул из векторной алгебры и анализа и векторных обозначений, которые использованы в тексте. В число предположений известными входят также теоремы Стокса и Гаусса-Остроградского.

Так как в настоящее время составляется специальный задачник по электродинамике, то отдельные задачи в тексте не приведены.

В заключение я должен принести свою глубокую благодарность проф. В. Р. Бурсиану и проф. П. Т. Соколову, давшим мне целый ряд весьма ценных указаний и просмотревшим этот курс. Некоторые из приведенных в книге доказательств заимствованы из книг В. Р. Бурсиана „Электродинамика“ изд. Пол. ин-та имени Калинина, 1929, и „Электромагнитная теория света“ изд. Кубуч, Ленинград, 1926 г.

Приношу также свою благодарность издательству Кубуч и редакторам издательства И. П. Иванову и М. Ф. Климеико за заботы о техническом оформлении книги.

В. Фредерикс.

г. Ленинград.
Октябрь 1933

ЧАСТЬ ПЕРВАЯ.

Электростатика.

ГЛАВА ПЕРВАЯ.

Точечные заряды.

§ 1. Введение. Первая часть этого курса посвящена постоянному электрическому полю, источниками которого являются неподвижные электрические заряды. Эта часть является вводной. Ее назначение, помимо основных определений заряда или количества электричества, напряжения поля, потенциала и т. п., прежде всего разъяснить приступающему к изучению электродинамики, каким образом в теории электричества делается переход от микроскопических представлений об отдельных элементарных зарядах к макроскопическому представлению о сплошных телах и сплошных объемных или поверхностных зарядах. Далее изучаются самые необходимые из различных методов решений электростатических задач. Соответственно с этим первые параграфы этой главы посвящены „точечным“ зарядам, которые в своем действии должны заменять собой действие элементарных зарядов—электронов и протонов: современная физика предполагает вещество построенным из отдельных элементарных зарядов. Когда дело идет о явлениях, происходящих внутри атома, внутри молекулы или даже между отдельными и близкими друг к другу атомами, то замена элементарных зарядов точками может оказаться неправильной. Но когда речь идет о явлениях макроскопических, то такая замена в огромном большинстве случаев будет вполне законна. Электрические свойства, которые приписываются точечным зарядам, на опыте наблюдаются, конечно, вовсе не у точечных зарядов и даже не у отдельных элементарных зарядов, а для отдельных тел, имеющих вполне конечные, хотя и небольшие размеры. Первые основные наблюдения—наблюдения макроскопического характера; но полученные с их помощью некоторые результаты—например, закон Кулона—предполагаются правильными для точечных зарядов. Исходя из правильности их для

микроскопических зарядов, мы будем изучать вытекающие отсюда следствия для макроскопических явлений. Мы могли бы и не делать этого перехода от результатов макроскопического наблюдения к точечным зарядам и обратно от точечных зарядов к макроскопическим явлениям. Мы могли бы остаться в рамках чистой макроскопической электростатики Максвелла. Но мы потеряли бы тогда связь с современными теориями о структуре материи и были бы лишены замечательной по своей наглядности и ясности картины электрических явлений, даваемой электронной теорией. Но нужно помнить, что свойства, которыми мы наделим элементарные заряды,—которые мы будем считать точками,—получаются как своего рода экстраполяция макроскопических, из опыта полученных, свойств наэлектризованных макроскопических тел.

§ 2. Точечные заряды. Электрическое поле. Закон Кулона. Количество электричества. Опыт показывает нам, что различные тела, обработанные особым образом, можно привести в особое состояние, которое было названо состоянием электризации, так как первые наблюдения этого явления были сделаны с янтарем — по гречески *ἤλεκτρον*. Состояние электризации обнаруживается прежде всего тем, что между наэлектризованными телами начинают действовать силы притяжения или отталкивания. Эти силы могут быть измерены обычными в физике приемами: весами, динамометром и другими. Измерение этих сил служит основанием для введения новой физической величины, называемой зарядом наэлектризованного тела или количеством электричества, на нем находящегося.

Для этого сделаем несколько упрощающих предположений

- 1) допустим, что наэлектризованные тела находятся в пустоте
- 2) будем рассматривать и изучать силы, между ними действующие, только на таких расстояниях друг от друга, чтобы размеры тел были весьма малы по сравнению с расстояниями между ними. В дальнейшем, после того как мы поясним значение термина „заряд“ тела, мы будем называть эти тела точечными зарядами.

Если возьмем два или несколько наэлектризованных тел и поместим их в какой-нибудь области пространства, то, как было сказано, на каждое из них будет действовать некоторая сила. Эта сила будет меняться по величине и направлению в зависимости от положения тел.

Если имеем два наэлектризованных точечных тела A и B (рис. 1), то опыт показывает, что сила K , действующая между ними, всегда будет притяжением или отталкиванием по направлению AB и по величине обратно пропорциональна квадрату

расстояния r . Но если возьмем ряд наэлектризованных тел A , B , C , D и по очереди будем помещать их на одно и то же расстояние r_0 друг от друга, то силы, действующие на каждое из них, вообще говоря, будут отличаться по величине друг от друга.

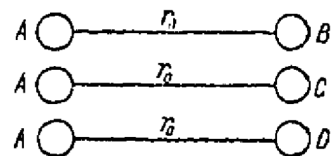


Рис. 1.

Если тела B , C , D , по очереди и в отсутствии других тел помещенные на расстояние r_0 от A , покажут одну и ту же силу K , то состояние их электризации в условиях опыта мы считаем одинаковым. Опыт показывает, что это обстоятельство, установленное для какого-нибудь одного расстояния r_0 , будет верно и для всякого другого расстояния r . Иными словами, состояние электризации тела B не зависит от того, на каком расстоянии оно находится от тела A .

Если тела M , N , ..., помещенные от A на таком же расстоянии, как и B , покажут силы K в m , n , ..., раз больше, чем тело B , то электризацию их будем считать в m , n , ..., раз больше, чем для тела B .

Отношения m , n , ... между силами для M , N , ... и B не зависят от избранного для них расстояния r_0 от A .

Числа m , n могут иметь положительный и отрицательный знак: если, например, для тела B и тела M силы по отношению к A будут в обоих случаях притягивающие или отталкивающие, то m будет положительным; в противном случае m будет отрицательным.

Если бы в этих опытах вместо тела A взять другое, иначе наэлектризованное тело, то от этого отношения m , n , ... не изменятся; поэтому поставим в A тело B' , имеющее такую же электризацию, как и B . Заменяя B через тела M , N , ..., получим для них те же отношения m , n , ..., как раньше,

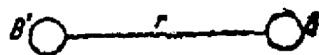


Рис. 2.

Сделаем измерения сил в следующем порядке (рис. 2):

1. Измерим силу между B' и B ; пусть она будет K .
2. Заменяем B на M , оставив B' без изменения; сила будет mK .
3. Заменяем B' на N , оставив M на месте; сила увеличится в n раз, т. е. будет $n \cdot m \cdot K$.

Отсюда видно, что, так как сила K , действующая между B и B' , обратно пропорциональна квадрату расстояния, то для силы K' , действующей между M и N , можно написать

$$K' = C \frac{n \cdot m}{r^2} \dots \dots \dots (1)$$

где C коэффициент пропорциональности, зависящей от состояния электризации избранного тела B .

Числа $m, n, \dots$, которыми мы отличили электризацию тел $M, N, \dots$ от электризации тела B , называются зарядами этих тел. (Таким образом, определенное понятие заряда или количества электричества совершенно не объясняет, конечно, физической природы электричества и не может его объяснить. Оно служит лишь средством для количественной характеристики состояния электризации в условиях опыта. Физическая природа электричества, поскольку она доступна пониманию современной физики, может быть в достаточной степени разъяснена лишь по изучении весьма обширного круга электрических явлений).

За тело B принято выбирать такое тело, чтобы коэффициент C в формуле (1) был бы $= 1$. В этом случае единицей заряда будет заряд, испытывающий на расстоянии одного сантиметра от равного себе заряда силу в одну дину. Что касается знака заряда, то принято считать положительным заряд, образующийся на стекле при трении его амальгмированной кожей. Опыт показывает, что одноименные заряды отталкиваются, а разноименные притягиваются. В дальнейшем будем обозначать заряды через букву e . Заряды будем также называть и количеством электричества.

Величина заряда e , определяемая из формулы

$$K = \frac{e^2}{r^2},$$

дает нам размерность этой величины

$$[e] = M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{3}{2}} T^{-1};$$

соответствующая единица заряда носит название абсолютной электростатической *C. G. S.* единицы. Практической единицей заряда будет кулон, составляющий $3 \cdot 10^9$ абсолютных единиц. Элементарный заряд электрона или протона составляет по абсолютной величине $4,77 \cdot 10^{-10}$ *C. G. S.* электр. единицы.

Всякий другой электрический заряд оказывается кратным заряду электрона или протона; это обстоятельство позволяет рассматривать электрический заряд, как некоторую материю, количество которой пропорционально величине заряда, чем и оправдывается название новой величины, введенное для характеристики электризации, „количеством“ электричества. Элементарный заряд можно считать за естественную единицу „количества“ электричества, а число $4,77 \cdot 10^{-10}$ за отноше-

ние естественной единицы к С. Г. С. Малые, по сравнению с расстоянием между ними, назлектризованные тела будем называть точечными зарядами.

Выражение (1), написанное для абсолютной величины силы, действующей между двумя точечными зарядами e_1 и e_2 , можно переписать в векторном виде

$$\mathbf{K} = \frac{e_1 e_2}{r^3} \mathbf{r} \quad \dots \quad (2)$$

Для силы, действующей на второй заряд e_2 вектор $\mathbf{r}$ направлен от первого заряда e_1 к e_2 . Для силы, действующей на первый заряд e_1 вектор $\mathbf{r}$ имеет обратное направление (рис. 3):

Формула (2) выражает собой так называемый закон Кулона.

Область пространства, в которой существуют силы, действующие на заряженные тела, мы называем *электрическим полем*. В пространстве, окружающем заряд e , будут действовать силы на всякий другой заряд, в нем находящийся. Примем за меру электрического поля в каждой точке A пространства, окружающего заряд e_1 , или просто за поле заряда e_1 в точке A , отношение силы $\mathbf{K}$, действующей на заряд e к заряду e_2 , помещенному в точке A . Это отношение $\frac{K_2}{e_2}$ назовем *напряжением электрического поля*, или просто *электрической силой*, и обозначим ее через $\mathbf{E}$. Имеем для электрического поля заряда e_1 в точке A на расстоянии r от e_1

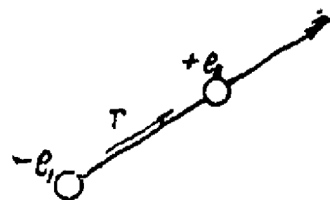


Рис. 3.

$$\mathbf{E} = \frac{e_1}{r^3} \mathbf{r},$$

причем вектор $\mathbf{r}$ направлен от e_1 к точке A . Если имеем не один точечный заряд, а несколько точечных зарядов $e_1, e_2, \dots, e_n$ и если в какую-нибудь точку A пространства, окружающего эти заряды, поместим заряд e_{n+1} , то на него будет действовать сила, равная векторной сумме сил, происходящих от отдельных зарядов

$$\begin{aligned} \mathbf{K} &= \mathbf{K}_1 + \mathbf{K}_2 + \dots + \mathbf{K}_n = \\ &= \frac{e_{n+1} \cdot e_1}{r_{n+1,1}^3} \mathbf{r}_{n+1,1} + \dots + \frac{e_{n+1} \cdot e_n}{r_{n+1,n}^3} \mathbf{r}_{n+1,n} \end{aligned}$$

В этом выражении $\mathbf{r}_{n+1,1}, \dots, \mathbf{r}_{n+1,n}$ означают радиусы-векторы, направленные от зарядов $e_1, \dots, e_n$ к заряду e_{n+1} ,

находящемуся в точке A , а $r_{n+1,1}, r_{n+1,2}, \dots, r_{n+1,n}$ их абсолютные значения, т. е. расстояние их до точки e_{n+1} . За меру электрического поля, создаваемого зарядами $e_1, e_2, \dots, e_n$ примем так же как и для одного заряда отношение силы K , действующей на заряд e_{n+1} к заряду e_{n+1} . Таким образом, напряжением электрического поля или электрической силой в какой нибудь точке A электрического поля будет вектор

$$\mathbf{E} = \frac{e_1}{r_{n+1,1}^3} \mathbf{r}_{n+1,1} + \dots + \frac{e_n}{r_{n+1,n}^3} \mathbf{r}_{n+1,n}.$$

Если $E_1, E_2, \dots, E_n$ означают напряжения электрических полей в точке P , происходящих в отдельности от зарядов $e_1, e_2, \dots, e_n$, то очевидно

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 + \dots + \mathbf{E}_n,$$

т. е. $\mathbf{E}$ будет геометрической суммой $\mathbf{E}_1, \mathbf{E}_2, \dots, \mathbf{E}_n$.

Из определения величины электрической силы $\mathbf{E}$ следует ее размерность:

$$[\mathbf{E}] = \frac{[K]}{[e]} = M^{\frac{1}{2}} L^{-\frac{1}{2}} T^{-1}.$$

§ 3. Потенциал электрического поля точечных зарядов.

К изучению электрических свойств материи, а в электростатике к изучению диэлектриков и проводников, мы подойдем ниже; сначала же познакомимся с некоторыми формальными следствиями закона Кулона.

По аналогии с механическим определением работы работой какого нибудь вектора $\mathbf{B}$ по пути $A_1 A_2$ между точками A_1 и A_2 назовем криволинейный интеграл

$$\int_{A_1}^{A_2} B_i dl,$$

где dl элемент длины контура, соединяющего точки A_1 и A_2 .

Вычислим работу τ электрической силы в электрическом поле одного точечного заряда между точками A_1 и A_2 , причем предположим, что путь интегрирования не проходит через точку, в которой находится заряд e .

Имеем

$$\tau = \int_{A_1}^{A_2} E_i dl = \int_{A_1}^{A_2} \frac{e}{r^2} \cos(r, l) dl \dots \dots \dots (3)$$

Из рисунка 4 видно, что

$$\cos(r, l) dl = dr$$

поэтому

$$\tau = \int_{A_1}^{A_2} \frac{e}{r^2} dr = \int_{A_1}^{A_2} d \left(-\frac{e}{r} \right) = -\frac{e}{r_2} + \frac{e}{r_1} \dots \dots (3')$$

Отсюда видим: 1) работа вектора $\mathbf{E}$ не зависит от пути интегрирования, а только от положений начальной и конечной точек, 2) для замкнутого контура, когда A_1 и A_2 совпадают, работа будет равна нулю, так как $r_1 = r_2$, т. е.

$$\oint \mathbf{E}_i dl = 0.$$

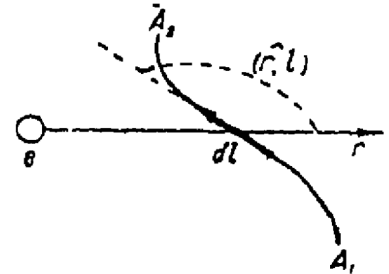


Рис. 4.

Так как длина участка A_1A_2 может быть взята произвольно большой или малой, то взяв ее достаточно малой, получим из (3) и (3')

$$\mathbf{E}_i dl = -d \frac{e}{r} \text{ или } E_i = -\frac{\partial \varphi}{\partial l}, \dots \dots \dots (4)$$

где $\varphi = \frac{e}{r} +$ произвольная постоянная.

В самом деле $\frac{\partial \varphi}{\partial l}$ означает частную производную от функции φ в точке A , взятую по направлению l , совпадающему с направлением контура в точке A , так как по определению понятия частной производной $\frac{\partial \varphi}{\partial l}$ последняя представляет собой предел отношения приращения функции, т. е. $d\varphi = d\frac{e}{r}$ к приращению переменной, в данном случае, к dl .

Функция φ есть функция точки т. е. 3 координат, отсчитываемых по 3 координатным осям. Одна из осей может совпадать с направлением l . В таком случае dl будет приращением одной из трех независимых переменных, от которых зависит функция φ .

Так как направление контура может быть выбрано произвольно и за направление l может быть в частности взято направление x -оси, y -оси или z -оси, то из (4) имеем также

$$E_x = -\frac{\partial \varphi}{\partial x}; E_y = -\frac{\partial \varphi}{\partial y}; E_z = -\frac{\partial \varphi}{\partial z}.$$

Эти соотношения чрезвычайно просто проверить, исходя непосредственно из закона Кулона (2).

Функция φ носит название потенциала в точке A электрического поля заряда e . Произвольная постоянная, входящая в нее, обычно выбирается так, чтобы при $r = \infty$ имели бы $\varphi = 0$, т. е. она полагается равной нулю. Таким образом, потенциал точечного заряда в точке A пишется обычно так

$$\varphi = \frac{e}{r};$$

согласно этому выражению, потенциал в точке A численно равен работе, совершаемой единицей положительного электричества при перемещении ее из точки A в бесконечность.

Если имеем не один, а несколько точечных зарядов, то работа вектора $\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 + \dots + \mathbf{E}_n$ по замкнутому контуру тоже будет равна нулю. В самом деле, известно, что проекция равнодействующей на какое нибудь направление l равна сумме проекций составляющих на то же направление l . Таким образом

$$\int_{A_1}^{A_2} E_l dl = \int_{A_1}^{A_2} E_{1,l} dl + \int_{A_1}^{A_2} E_{2,l} dl + \dots + \int_{A_1}^{A_2} E_{n,l} dl \dots (5)$$

Но каждый из интегралов, стоящих в правой части равенства, будучи взят по замкнутому контуру, т. е. при совпадении конечной точки A_2 с начальной A_1 , даст нуль; поэтому

$$\oint E_l dl = 0.$$

Правая часть равенства (5) может быть переписана в виде:

$$- \int_{A_1}^{A_2} d \frac{e_1}{r_{0,1}} - \int_{A_1}^{A_2} d \frac{e_2}{r_{0,2}} - \dots - \int_{A_1}^{A_2} d \frac{e_n}{r_{0,n}},$$

Если точки A_1 и A_2 достаточно близки друг к другу, то формула (5) дает

$$\begin{aligned} E_l dl &= -d \frac{e_1}{r_{0,1}} - d \frac{e_2}{r_{0,2}} - \dots - d \frac{e_n}{r_{0,n}} = \\ &= -d \left\{ \frac{e_1}{r_{0,1}} + \frac{e_2}{r_{0,2}} + \dots + \frac{e_n}{r_{0,n}} \right\} \end{aligned}$$

и можно, как и для случая одного заряда, написать

$$E_l = - \frac{\partial \varphi}{\partial l},$$