

**С. Бобров**

**Волшебный двурог**  
**Интересная математика**

**Москва**  
**«Книга по Требованию»**

УДК 37-053.2  
ББК 74.27я7  
С11

С11 **С. Бобров**  
Волшебный двурог: Интересная математика / С. Бобров – М.: Книга по Требованию, 2024. – 493 с.

**ISBN 978-5-458-25555-4**

Волшебный двурог или правдивая история небывалых приключений нашего отважного друга Ильи Алексеевича Комова в неведомой стране, где правят: Догадка, Усидчивость, Находчивость, Терпение, Остроумие и Трудолюбие, и которая в тоже время есть пресветлое царство веселого, но совершенно таинственного существа, чье имя очень похоже на название этой удивительной книжки, которую надлежит читать не торопясь.

**ISBN 978-5-458-25555-4**

© Издание на русском языке, оформление  
«YOYO Media», 2024  
© Издание на русском языке, оцифровка,  
«Книга по Требованию», 2024

Эта книга является репринтом оригинала, который мы создали специально для Вас, используя запатентованные технологии производства репринтных книг и печати по требованию.

Сначала мы отсканировали каждую страницу оригинала этой редкой книги на профессиональном оборудовании. Затем с помощью специально разработанных программ мы произвели очистку изображения от пятен, клякс, перегибов и попытались отбелить и выровнять каждую страницу книги. К сожалению, некоторые страницы нельзя вернуть в изначальное состояние, и если их было трудно читать в оригинале, то даже при цифровой реставрации их невозможно улучшить.

Разумеется, автоматизированная программная обработка репринтных книг – не самое лучшее решение для восстановления текста в его первоизданном виде, однако, наша цель – вернуть читателю точную копию книги, которой может быть несколько веков.

Поэтому мы предупреждаем о возможных погрешностях восстановленного репринтного издания. В издании могут отсутствовать одна или несколько страниц текста, могут встретиться невыводимые пятна и кляксы, надписи на полях или подчеркивания в тексте, нечитаемые фрагменты текста или загибы страниц. Покупать или не покупать подобные издания – решать Вам, мы же делаем все возможное, чтобы редкие и ценные книги, еще недавно утраченные и несправедливо забытые, вновь стали доступными для всех читателей.



пением и перечесть эту историю еще разок. Ничего не будет страшного, если он вернется к ней и третий раз. Надо все так хорошо разобрать, чтобы потом об этом понятно рассказать тому, кто совсем не читал этой книги. А как же достигнуть этого?

Да очень простым способом. Надо не просто перечитывать, а делать это в приятном обществе карандаша и бумаги. Втроем разобрать любую из наших историй гораздо легче. Не надо только забывать о том, что если всякий понимает, что школьная парта сделана из дерева, то далеко не всякий сумеет пойти в лес, срубить там дерево и сделать из него эту самую парту. А нам с вами, чтобы научиться работать, надо непременно попробовать что-то сделать собственными руками, а не только знать понаслышке. А то ведь есть на свете такая обидная поговорка: «Слышал звон, да не знает, откуда он...» А узнать-то не так уж и трудно: подумать не торопясь, взяться и не бросать, пока не выйдет то, что надо.

Некоторые наши темы очень просты и касаются вопросов почти что шуточных. Но и в них, если как следует разобраться, есть немало интересного и очень полезного. Можно просто пообещать читателю: если ты проработаешь всю эту книгу, ты кое-что серьезное о математике узнаешь!

Таково мнение доктора У. У. Уникурсальяна, и мы вполне к нему присоединяемся. Он сам и все его друзья будут говорить с вами весело и любезно и терпеливо будут стараться навести вас на правильную мысль. А иной раз и подразнят немножко! Да ведь это любя, обижаться не стоит!..

Нет никакой нужды читать сразу всю книжку подряд. Тот, кто сперва прочтет то, что полегче, а потом возьмется за более непослушные задачки, ничего не потеряет.

Может быть, прочитав эту книгу, захочется познакомиться и с другими книгами по математике. Сейчас у нас есть много хороших книг для самостоятельного чтения. Целый ряд их упоминается у нас в примечаниях. Большинство из них немного потруднее, чем эта книжка. Но ничего не поделаешь, надо привыкать *работать с книгой*. Если в примечании книга отмечена звездочкой в скобках (\*), значит она повышенной трудности. Такую книгу лучше разобрать вместе с товарищами или с руководителем.

Есть еще очень полезные книжки, где рассказывается, как жили и трудились крупные ученые. Почитаешь и увидишь, что и им не все и не всегда легко давалось, но их горячая любовь к знаниям и упорство преодолевали трудности. Есть очень хорошие книги академика С. И. Вавилова о Ньютоне, профессора В. С. Кагана — о Лобачевском, французского ученого Дальма — о математике Галуа, революционере и ученом. Интересен

целый том «Воспоминаний и писем» Ковалевской. Можно порекомендовать несколько хороших книг по истории математики: Н. Бурбаки «Очерки по истории математики» (\*), а особенно надо посоветовать прочесть книгу Д. Я. Стройка «Краткий очерк истории математики».

Впрочем, если среди наших читателей найдутся такие, которым всего этого покажется мало, то в таком особенном случае можно посоветовать заняться очень полезной и сравнительно не очень трудной книгой Я. Б. Зельдовича «Высшая математика для начинающих». В этой книжке очень много хороших примеров из физики.

А вообще не надо робеть перед наукой. Конечно, не всякий будет в дальнейшем Ньютоном или Ковалевской. Но ведь в наши дни математика нужна повсюду — не только в инженерии, не только в космонавтике, а даже и в медицине, и в изучении литературы. У нас много больших научно-исследовательских институтов, где нужны математически образованные люди: ведь работа там идет коллективная и нередко совместные усилия дают плоды исключительной ценности. Наш дорогой Пушкин говорил, что надо «в просвещении быть с веком наравне». Это не очень легко, но и не так уж трудно, если любить это дело и понимать, до какой степени оно в наши дни нужно Родине.

Первое издание «Волшебного двурога» вышло в 1948 году. Научным редактором книги был замечательный ученый Игорь Владимирович Арнольд, безвременно скончавшийся. Он не дожил двух месяцев до выхода в свет нашей книги.

В 1959 и в 1962 годах пишущий эти строки выпустил еще две книги по общедоступной математике — два томика «Архимедова лета», на которые мы будем ссылаться время от времени. Чтобы не писать каждый раз название этих книг, мы будем сокращенно обозначать таким образом: АЛ-II, XVIII, 4. Это значит: «Архимедово лето», том II, глава XVIII, раздел 4.

Знай, дорогой мой читатель, что немало славных русских имен вписано золотыми буквами в книгу развития науки математической! Таковы — Остроградский, Лобачевский, Ляпунов, Чебышев, Марков, Вороной, Золотарев, Федоров, Ковалевская и многие другие. И из ныне здравствующих наших математиков есть немало таких, которые обогатили мировую науку поистине высокими достижениями. Назовем хотя бы Виноградова, Бернштейна, Колмогорова... Да ведь вот беда: за редкими исключениями, для того чтобы хотя бы разобраться в том, какими вопросами они занимались, надо знать во много-много раз больше того, чем говорится в этой книге!

Теперь уж, кажется, все ясно, только надо сказать еще два

слова тому, кто совсем не любит математику. Всякий понимает, что хочешь не хочешь, а считать-то надо уметь! Без этого не проживешь. А кто же такие эти ученые-математики? Чем они занимаются?

Каждый из нас слышал имя великого ученого Исаака Ньютона. Однажды он сказал, что геометрия, «будучи искусством точного измерения», была придумана людьми для того, чтобы мы, пользуясь чертежами, могли избегать утомительных вычислений. Другими словами, великий математик уверяет, что его наука дает нам возможность поменьше мучаться с вычислениями, а это ведь как раз и есть то, чего хочет человек, который не любит математики! Но когда наука идет вперед, постоянно упрощая для нас все более трудные задачи, она в то же время дает человеку гигантские силы, и он обретает возможность делать то, чего прежние поколения не могли изучить, понять и одолеть! Вот в чем самая сила, дорогой мой читатель, не забывай об этом.

Теперь, когда все самое главное уже высказано, читатель может еще спросить: «А почему же в этой книжке рассказывает о математике не ученый, а писатель?» Действительно, почему? Но на этот вопрос давным-давно ответил великий писатель Земли Русской ЛЕВ ТОЛСТОЙ, который в своей работе «Что такое искусство?» (1897 г.) говорит: *«Дело искусства состоит именно в том, чтобы делать понятным и доступным то, что могло быть непонятным и недоступным в виде рассуждений».*

Автор считает своим приятным долгом выразить признательность научному редактору книги проф. И. Н. Веселовскому за целый ряд ценных указаний и поправок при редактировании.



### ***Схoлия Пeрвая.***

*в которой наш любезный читатель знакомится... Впрочем, может быть, ты еще не совсем понимаешь, что такое схoлия? Схoлия, видишь ли, — это нечто очень интересное, и как-нибудь немного погодя я тебе все это изложу подробно. Ну, а теперь, конечно, ты уж и сам смекнул, что эта книжка рассчитана на довольно догадливых молодых людей. Знаешь ли ты, кстати сказать, что такое Эратосфеново решето? Если не знаешь, то я тебе и об этом тоже кое-что расскажу. Отсюда совершенно ясно, что я буду рассказывать, а ты, разумеется, будешь на ус мотать. А именно это-то и называется теперь у нас играть в схoлии. Итак, внимание! Начинается Схoлия Пeрвая, в которой читатель знакомится с Илюшей Комовым, со всей его семьей и с одним очень странным существом, про которое весьма трудно сказать сразу, было оно или никогда и не бывало...*

Дело клонилось к вечеру, и пора уже было лампу зажигать.  
— Илюша! — сказала мама довольно настойчиво.

Она сказала это уже в третий раз, и на этот раз Илюша даже попытался ответить маме, но, кроме неясного мычания, никто ничего не разобрал.

Налька, сестра Илюши, которая сидела у окна и упивалась



«Графом Монте-Кристо», отвела глаза от книжки, хотя оторвать Нальку от чтения было не так-то просто. Но она всегда заступалась за Илюшу перед мамой, хотя с маминой точки зрения можно было обойтись и без этого.

— Мама, он сейчас, — сказала Наля.

— Это я уже слышала.

Тут и Илюша обрел дар речи.

— Мама, — произнес он в высшей степени убедительно, — я, честное слово... сейчас...

Папа опустил газету и сказал:

— Ну, Илюша, брось-ка ты эти свои пустяки и садись есть кашу.

Илюша встал со стула, но почувствовал себя оскорбленным в своих лучших чувствах.

— Папа, — ответил он, — у меня задачка не выходит!

— Задачка твоя от тебя никуда не уйдет, — возразила мама, — а каша стынет. Поешь, а потом возись хоть до света со своими задачками.

Илюша сердито уселся за кашу, взял ложку и принялся есть с большим аппетитом.

А затем мама убрала со стола, зажгли лампу. Потом Наля начала позевывать и не без сожаления захлопнула растрепанный том «Монте-Кристо». Илюша изгрыз весь кончик карандаша, а папа прочел всю газету. Мама сказала:

— Илюша, ты что же, правда до света сидеть намерен?

Илюша посмотрел на нее с чувством жестокой обиды. Ему хотелось ответить... Но он покосился на папу и решил отложить этот разговор, потому что папа очень плохо разбирался в препирательствах Илюши с мамой и обычно прекращал их в ту же минуту, совершенно не желая входить в обсуждение того, кто прав и кто виноват.

— Покажи папе, — предложила мама.

Илюше очень хотелось ответить: «И не подумаю», но вместо этого он вздохнул, взял задачник и медленно подошел к папе, разглядывая по дороге в сотый раз непослушную задачку.

Папа взял книгу.

— Так, — заметил он спокойно, — ну что ж тут такого? Покажи-ка, как ты делал.

Илюша притащил тетрадку.

— Н-да, — сказал папа, — начал правильно. А теперь надо кончать. Скобки раскрывать раньше времени незачем. Ничего тут особенного нет.

Илюша посмотрел на папу, потом на пол.

— Не выходит! — сообщил он, хотя понимал, что повторять это и бесполезно и не так уж приятно.

— Не торопись, — ответил папа, отдавая ему тетрадку, — подумай. Это у тебя что такое?

Илюша посмотрел на строчку, которую указывал ему папин палец, и ничего не сумел ответить.

— Ну? — спросил папа.

Илюша посмотрел еще раз на спокойное папино лицо, потом на непонятную строчку и снова не ответил ни слова.

— Наверху у тебя что? — спросил папа.

— Разность кубов.

— Так. А внизу?

А что было внизу, в знаменателе, этого-то Илюша и не знал.

— Квадратный трехчлен! — сказал папа. — Неужели ты не знаешь? Проспал в классе?

— Ничего не проспал! — обиженно пробормотал Илюша.

— Допустим, — отозвался папа, — что не проспал. Но тогда — в предположении, что ты не проспал, — ты должен знать. А?

У папы была пренебрежительная манера: если ему что-нибудь вот так пробурчишь, то он начинает говорить несколько насмешливым и совершенно безразличным тоном, и тогда уж от него толку не добьешься. Вот и сейчас как раз так и вышло. Илюша взял задачник и тетрадку и поплелся обратно. «Квадратный трехчлен?..» Да, кажется, действительно было что-то в этом роде, но что именно, припомнить было невозможно.

— Илюша, — сказала мама, — я тебе постелила. Ложись лучше спать. А завтра утром встанешь и на свежую голову сделаешь.

Илюша молча поглядел на маму. Завтра утром надо идти в школу, а идти с нерешенной задачей не больно-то весело.

Наля ушла спать. А часы подумали, зашипели и пробили одиннадцать. Глаза у Илюши начали слипаться, а задача все не выходила.

Мама тихонько сказала папе:

— Ну покажи ему.

А папа так же тихонько ответил:

— Что за баловство? А если бы некому было показать? Что тут для него интересного, если я покажу? Интересно самому добиться.

Папа встал с дивана и вышел. Мама тоже ушла. Илюша сидел, подпершись кулаком, и без всякого толку разглядывал довольно простой, но совершенно непонятный ответ в конце задачника.

Стало совсем тихо. Илюша попробовал было закрыть глаза, но быстро их вытаращил, потому что оказалось — глаза только этого и дожидаются да того и гляди сами закроются. Он серди-

то встал со стула, подошел к папиному столу, постоял, потом осторожно вытащил из стопки папиных книг одну наудачу, открыл и погрузился в непонятные рассуждения о паровых котлах. Перевернув рассеянно две странички с запутанными диаграммами, он уткнулся в формулу, где около хорошо известных ему алгебраических знаков стояла какая-то длинная черная закорючка, у которой был вид важный и неприступный. «Да-а! — подумал Илюша. — Ему хорошо, папе, если он и таких штук не боится. Что ему моя задачка!..» Положил аккуратно книжку на место, уселся за свой стол и погрузился в самые неопределенные раздумья...

Какой-то странный легкий шелест донесся до его слуха. Илюша не обратил никакого внимания, но настойчивый шорох повторился и заставил его обернуться. И тут он увидел нечто удивительное.

Страница лежавшего перед ним на столе задачника тихонько шевелилась и вроде как поскрипывала, как будто под ней что-то ползало. Илюша недовольно сморщился, сообразив, что под лист забралось что-то вроде таракана. И как только он это подумал, справа из-за края страницы показались два тоненьких усика этого пройдохи, который — извольте радоваться! — нашел себе место для прогулок.

— Постой! — угрожающе прошептал Илюша и осторожно протянул руку, норовя половчее ухватить незваного гостя за его длинные усищи.

Но как только он их коснулся, немедленно отдернул руку, воскликнув: «Ах ты! Чтoб тебя!..», ибо эти усики сразу сомкнулись и так ущипнули его за палец, что он света не увидел.

— Это что еще за новости? — сказал рассерженно Илюша, разглядывая красненькое пятнышко на пальце. — Да разве это таракан? Это прямо...

А под страницей опять что-то зашуршало, и какой-то тоненький голосок спросил укоризненно:

— А в каком смысле прямо, молодой человек?

Однако оцепеневший от удивления молодой человек не мог сообразить, кому и что именно надлежит отвечать на этот неожиданный вопрос.

Пока он размышлял над этой внезапно возникшей проблемой<sup>1</sup>, страница задачника медленно перевернулась, а нижний ее край плавно завернулся внутрь, будто кто-то собирался эту

---

<sup>1</sup> Вопрос о том, как надлежит в различных обстоятельствах разуметь и толковать слово «прямо», обсуждается весьма подробно в Схологии Четырнадцатой, так что ты уж, пожалуйста, не удивляйся этому вопросу.

страничку свернуть в фунтик. Илюша в удивлении протер глаза. Через мгновение некое престранное существо выпустило из крохотной своей лапки кончик странички, фунтик развернулся, и листок задачника лег на свое место. А странное существо спросило Илюшу тем же тоненьким голоском:

— Так как же это, молодой человек, насчет прямо, а? Что вы, собственно, имели в виду мне сказать?

Илюша вытаращил глаза на своего небывалого собеседника. Важный тон этого существа совершенно не соответствовал его комариному голоску. Крохотный блестящий глазок его был чуть побольше булавочной головки, однако смотрел так покровительственно-насмешливо, что Илюша даже пемного оробел. Мальчик промолчал целую минуту и наконец спросил:

— А кто ты такой?

Собеседник снисходительно ухмыльнулся и спросил в свою очередь:

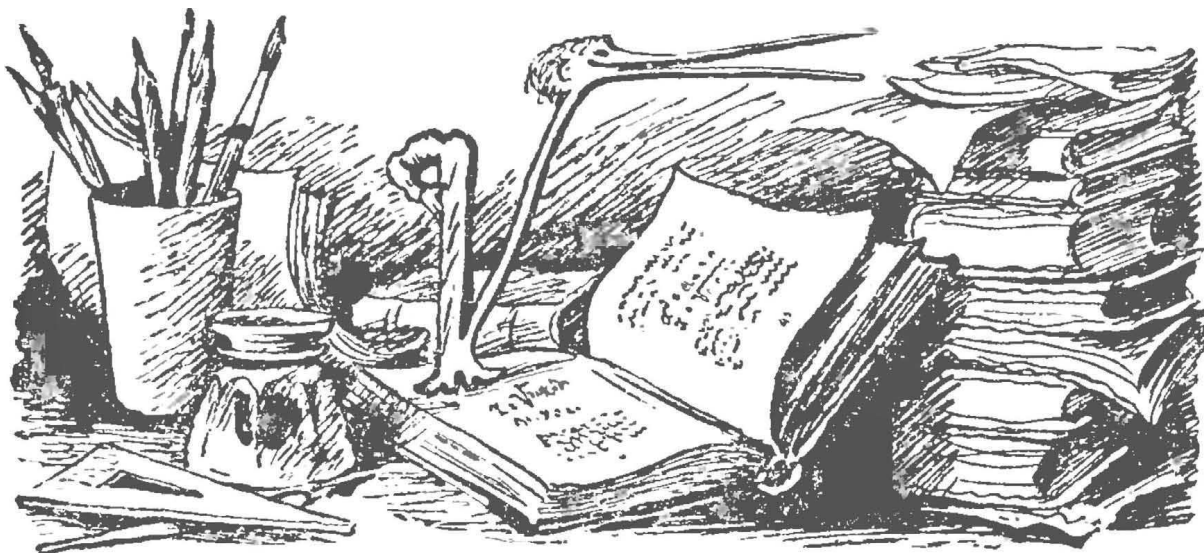
— Неужели не узнаешь?

Илюша в недоумении пожал плечами.

Перед ним на страничке задачника стоял маленький, примерно в сантиметр ростом, знак квадратного корня.

Та длинная черта направо, под которой до сих пор люди добрые писали подкоренное количество, у него раздваивалась, как клюв, а на том месте, где обычно пишут показатель корня, сверкал хитро прищуренный глаз. А слева у него была крохотная ручонка, которая в настоящий момент сделала довольно выразительный жест, который как бы говорил: «Ну-с. молодой человек?..»





## *Сх о л и я В т о р а я,*

*из каковой любознательный читатель... А что же такое все-таки схолія? Это, видишь ли, нечто вроде... Кстати: ты, друг-читатель, помнишь теорему Виеты? Не помнишь? Проспал, вроде как Илюша квадратный трехчлен? Ах, ты совсем не знаешь? У вас не проходили? Ты болел? Так, может быть, ты еще мал? Другими словами, тебе еще рано играть в схоліи?.. Итак, в Схоліи Второй читатель узнаёт, как Илюша познакомился поближе с тем самым странным существом, о котором автор этой удивительно правдивой книжки даже и сам не в состоянии толком сказать, было оно или не было.*

— Послушай, — начал осторожно Илюша, — может быть, все это мне снится?

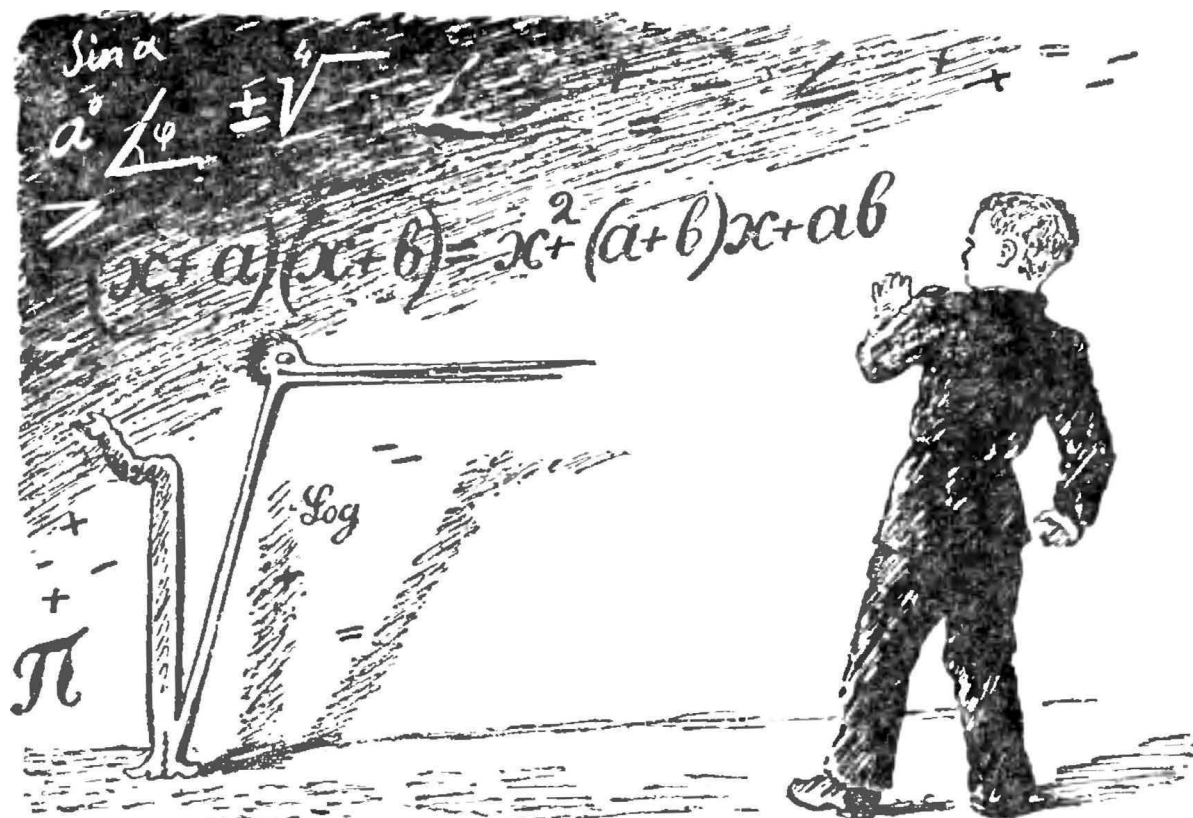
— А может быть, и не снится?.. — совершенно тем же тоном отвечал ему новый знакомый.

— Нет, — возразил мальчик, — я так не могу. Ничего не понимаю.

— А как же ты можешь?

— Не знаю, — отвечал Илюша.

— Очень мило! — отвечал ему собеседник с довольно ехидной улыбкой. — Так мы и запишем: пункт первый — ты не можешь, пункт второй — ты не знаешь. И будем полагать сию тему исчерпанной. И, значит, начнем все сначала.



И тут Илюша, поеживаясь от недоумения, увидел, что его новый знакомый уже вырос примерно до метра ростом и что он, оказывается, сделан из какого-то блестящего синеватого металла. И оба они стоят в какой-то неизвестной до сих пор Илюше маленькой комнате, а прямо перед ними стена, которая отдаленно напоминает классную доску.

Илюшин знакомец соорудил очень гордую мину и не то что проговорил, а, можно сказать, провозгласил:

— Мое имя Рáдикс, что означает по латыни «корень». Ясно?

— Ясно, — торопливо пробормотал Илюша, вдруг потерявший способность противоречить.

— А это что такое? — спросил Радикс, указывая на темную стену.

Илюша поднял глаза и увидел на стене ряд алгебраических знаков. Знаки были все знакомые, но Илюше было как-то не по себе оттого, что знаки эти не стояли на месте, а толкались, бродили по всей стене из стороны в сторону, то собирались кучками, то вновь расходились.

— Квадратный трехчлен! — вдруг скомандовал Радикс, да так зычно, что Илюша даже вздрогнул.