

Л. Пятигорский, Л. Ландау

Теоретическая физика

Том 1

**Москва
«Книга по Требованию»**

УДК 53
ББК 22.3
Л11

Л11 **Л. Пятигорский**
Теоретическая физика: Том 1 / Л. Пятигорский, Л. Ландау – М.: Книга
по Требованию, 2012. – 200 с.

ISBN 978-5-458-26590-4

ISBN 978-5-458-26590-4

© Издание на русском языке, оформление
«YOYO Media», 2012

© Издание на русском языке, оцифровка,
«Книга по Требованию», 2012

Эта книга является репринтом оригинала, который мы создали специально для Вас, используя запатентованные технологии производства репринтных книг и печати по требованию.

Сначала мы отсканировали каждую страницу оригинала этой редкой книги на профессиональном оборудовании. Затем с помощью специально разработанных программ мы произвели очистку изображения от пятен, клякс, перегибов и попытались отбелить и выровнять каждую страницу книги. К сожалению, некоторые страницы нельзя вернуть в изначальное состояние, и если их было трудно читать в оригинале, то даже при цифровой реставрации их невозможно улучшить.

Разумеется, автоматизированная программная обработка репринтных книг – не самое лучшее решение для восстановления текста в его первозданном виде, однако, наша цель – вернуть читателю точную копию книги, которой может быть несколько веков.

Поэтому мы предупреждаем о возможных погрешностях восстановленного репринтного издания. В издании могут отсутствовать одна или несколько страниц текста, могут встретиться невыводимые пятна и кляксы, надписи на полях или подчеркивания в тексте, нечитаемые фрагменты текста или загибы страниц. Покупать или не покупать подобные издания – решать Вам, мы же делаем все возможное, чтобы редкие и ценные книги, еще недавно утраченные и несправедливо забытые, вновь стали доступными для всех читателей.

АННОТАЦИЯ

Книга представляет собой изложение механики как части теоретической физики на основе принципа наименьшего действия. Изложение рассчитано на аспирантов физиков-теоретиков и экспериментаторов, а также студентов старших курсов университетов.

Необходимая подготовка читателей — университетский курс теоретической механики, векторная и тензорная алгебра.

ПРЕДИСЛОВИЕ

Предлагаемый курс теоретической физики намечается из следующих частей: 1. Механика, 2. Статистика, 3. Теория поля, 4. Макроскопическая физика, 5. Квантовая механика.

Данная книга посвящена механике. Она рассчитана на физиков и студентов физических вузов. Параграфы 14, 17, 28, 47, 48, 51 и вся последняя глава, кроме 52 и 55 параграфов, предназначены для людей, специально интересующихся теоретической физикой, и всяким другим читателем могут быть опущены.

Для чтения этой книги необходимо умение свободно дифференцировать и интегрировать и знакомство с простейшими дифференциальными уравнениями. Кроме того, необходимо знание векторной и тензорной алгебры. Так как в литературе нет достаточно простых изложений тензорной алгебры, мы сочли необходимым поместить в конце книги посвященное ей небольшое математическое приложение.

Настоящая книга является развитием прочитанного мною курса лекций и оформлена мною совместно с Л. Пятагорским.

Л. Ландау

Москва
Апрель 1938 г.

ОГЛАВЛЕНИЕ

	Стр.
Введение	9
Глава I. Уравнения движения	11
§ 1. Пространство и время 11. — § 2. Принцип наименьшего действия 13. — § 3. Принцип относительности 16. — § 4. Функция Лагранжа свободно движущейся материальной точки 19. — § 5. Функция Лагранжа системы материальных точек 22. — § 6. Уравнения движения 24.	
Глава II. Законы сохранения	27
§ 7. Энергия 27. — § 8. Импульс 29. — § 9. Центр инерции 32. — § 10. Приведенная масса 33. — § 11. Столкновение частиц 34. — § 12. Момент 37. — § 13. Подобные траектории 42. — § 14. Теорема вириала 44.	
Глава III. Интегрирование уравнений движения	45
§ 15. Движение в однородном поле 45. — § 16. Случай одной степени свободы 47. — § 17. Период как функция энергии 49. — § 18. Циклические координаты 52. — § 19. Движение в поле с центральной симметрией 54. — § 20. Случай закона Кулона 57. — § 21. Рассеяние частиц 61. — § 22. Формула Резерфорда 64. — § 23. Рассеяние под малыми углами 67.	
Глава IV. Малые колебания	69
§ 24. Лагранжева функция малого колебания 69. — § 25. Амплитуда и фаза 70. — § 26. Вынужденные колебания 74. — § 27. Резонанс 76. — § 28. Вынужденные колебания в случае произвольной силы 80. — § 29. Собственные частоты 81. — § 30. Нормальные координаты 85. — § 31. Колебания одной материальной точки 88. — § 32. Колебания при отсутствии внешнего поля 90. — § 33. Ангармонические колебания 92. — § 34. Диссипативная функция 96. — § 35. Движение в среде 99. — § 36. Затухающие колебания с одной степенью свободы 100. — § 37. Вынужденные затухающие колебания 102. — § 38. Затухающие колебания со многими степенями свободы 105.	
Глава V. Движение твердого тела	107
§ 39. Угловая скорость 107. — § 40. Тензор инерции 109. — § 41. Моменты инерции правильных тел 112. — § 42. Угловая скорость в эйлеровых углах 118. — § 43. Момент твердого тела 120. — § 44. Свободное движение симметрического волчка 121. — § 45. Уравнения движения твердого тела 122. — § 46. Твердое тело в однородном поле 125. — § 47. Уравнения Эйлера 126. — § 48. Свободное движение твердого тела 128. — § 49. Соприкосновение твердых тел 131. — § 50. Движение в неинерциальной системе координат 135. — § 51. Энергия во вращающейся системе координат 140.	

	Стр.
Глава VI. Канонические уравнения	141
§ 52. Уравнения Гамильтона 141.—§ 53. Функция Раусса 145.— § 54. Скобки Пуассона 147.—§ 55. Действие как функция координат 151.—§ 56. Различные формы принципа наименьшего действия 155.—§ 57. Канони- ческие преобразования 157.—§ 58. Уравнение Гамиль- тона-Якоби 162.—§ 59. Разделение переменных 164.—§ 60. Параболические координаты 168.— § 61. Эллиптические координаты 172.—§ 62. Канониче- ские переменные 176.—§ 63. Адиабатические инва- рианты 183.	
Приложение.	
Тензорная алгебра	185
§ 1. Тензоры 185.—§ 2. Упрощение тензоров 187.—§ 3. Единичный тензор 188.—§ 4. Симметрия тензоров 189.— § 5. Единичный аксиальный тензор 190.—§ 6. Опреде- лители 192.—§ 7. Приведение тензора 2-го ранга к главным осям 195.	
Указатель	198



ВВЕДЕНИЕ

Физика, как известно, состоит, собственно говоря, из двух наук: физики экспериментальной и физики теоретической. Громадное количество известных нам физических законов может быть выведено из очень небольшого числа весьма общих соотношений; однако такое выведение, так же как и установление самих основных законов, требует своеобразных методов и поэтому составляет задачу особой науки — теоретической физики.

Для построения своих выводов и заключений теоретическая физика пользуется приемами и методами математики. Однако от последней она резко отличается непосредственной связью с результатами эксперимента. Не говоря уже о том, что установление общих законов возможно только на основе экспериментальных данных, даже нахождение следствий из общих законов нуждается в предварительном экспериментальном изучении явлений. Без такого изучения часто невозможно установить, какие из громадного числа участвующих факторов существенны, а какими можно пренебречь. После того как получены уравнения, учитывающие только существенные факторы, задача теоретической физики, собственно говоря, в основном заканчивается. Дальнейшее применение полученных уравнений к более или менее сложным конкретным случаям является уже скорее предметом математики и изучается отделом математики, носящим название математической физики.

Теоретическая физика ставит себе целью нахождение физических законов, т. е. установление зависимости между физическими величинами. Определение же численных значений физических величин, вообще говоря, в ее задачи не входит. Эксперимент справляется с этим кругом вопросов относительно настолько легко, что в огромном большинстве случаев отсутствует самая необходимость подобных вычислений, которые к тому же потребовали бы громадной затраты времени и труда. Исключения составляют простейшие случаи, когда численные значения величин непосредственно вытекают из теории.

Следует отметить, что поскольку задача теории состоит всегда в установлении зависимостей между различными величинами, характеризующими данное явление, теория явления может быть построена только в том случае, когда в природе такая связь действительно существует. Сплошь и рядом, однако, между представляющими интерес величинами никакой связи вовсе не существует, т. е. эти величины могут встречаться в природе в самых различных комбинациях. Таким образом отсутствие теории какого-либо явления далеко не всегда означает, что оно не поддается объяснению. Отсутствие закономерности при этом так

же может вытекать из общих законов, как в других случаях сами закономерности.

Громадную роль в теоретической физике играет приближенное рассмотрение. Прежде всего совершенно точные законы природы нам еще неизвестны. Все известные нам общие законы являются приближенными, хотя в громадном большинстве случаев даваемая ими точность является весьма высокой. Более того, требование абсолютной точности к физическим законам и не предъявляется. Достаточно, если существует какая-то заранее установленная область явлений, в которой точность данного закона удовлетворяет поставленной задаче. Так, мы спокойно применяем ньютоновскую механику к движению снаряда, хотя нам известно не только то, что эта механика не является абсолютно точной, но и то, что в нашем распоряжении имеется значительнее более точная релятивистская механика.

Благодаря этому в теоретической физике рядом с более точными теориями прекрасно уживаются теории, неточность которых давно установлена, — поскольку они вполне сохраняют свою ценность для определенной области явлений (такие теории обычно называются классическими). Всякая логически замкнутая теория, верность которой была с известной степенью точности экспериментально доказана, никогда не теряет своего значения, и всякая более точная последующая теория охватывает ее как приближенный результат, справедливый в некоторых частных случаях. Это, конечно, не относится к теориям, страдающим внутренними противоречиями, которые всегда имеют значение только одного из этапов развития теоретической физики.

Таким образом приближения играют очень важную роль в общих физических теориях. Не менее велика, однако, их роль и при выводе из общих теорий конкретных физических законов. Слишком точные вычисления с учетом несущественных факторов не только бесплодны и излишне усложняют результат расчета, но могут даже привести к тому, что существующие в данном явлении закономерности вообще выпадут из рассмотрения. Дело в том, что приближенным может оказаться не только данный конкретный вид закона, но и само существование функциональной связи между характеризующими данное явление величинами, и за пределами данной точности эти величины могут встречаться в произвольных комбинациях.

Определение степени приближения, с которой данное явление должно рассматриваться, чрезвычайно существенно при его теоретическом исследовании. Особенно грубой ошибкой является тщательное вычисление с учетом всевозможных мелких поправок и применением слишком точных общих теорий в случаях, когда одновременно с этим пренебрегают гораздо большими величинами.

ГЛАВА I

УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ

§ 1. Пространство и время

Основными понятиями теоретической физики являются понятия пространства и времени. Во всех областях физических явлений каждый закон в явном или скрытом виде содержит в себе пространственно-временные соотношения — расстояния и промежутки времени.

Расстояния измеряются масштабами, основным свойством которых является то, что два однажды совпавших по длине масштаба всегда остаются равными друг другу, т. е. при каждом последующем наложении совпадают, если только внешние условия остаются неизменными. Тела, из которых можно изготовлять такие масштабы, называются твердыми.

Промежутки времени измеряются часами, причем роль последних может выполнять любой механизм, совершающий повторяющийся процесс, протекающий в неизменных стандартных условиях.

Для полного задания положения точки недостаточно указания лишь одного расстояния. Опыт показывает, что для определения положения некоторой точки по отношению ко всем остальным, необходимо задание трех расстояний, называемых координатами точки. Это свойство пространства носит название *трехмерности*. Три координаты вполне определяют положение точки по отношению к некоторому твердому телу, которое носит название *системы отсчета*. Выбор системы отсчета не однозначен — можно взять любую из бесчисленного множества систем, как угодно движущихся друг относительно друга.

Представления о пространстве, времени и движении, заимствованные из повседневного опыта, оказываются применимыми к огромной области физических явлений. Эти представления обычно обозначаются физиками как классические¹⁾. Основным свойством классических представлений о размерах тел и промежутках времени является их абсолютность: достаточно хороший масштаб всегда имеет одну и ту же длину, независимо от того, как он движется относительно наблюдателя; двое часов, имеющих одинаковый ход и приведенные однажды в соответствие друг с другом, показывают одно и то же время независимо от того, как они движутся.

Согласно классическим представлениям пространство является „плоским“, т. е. удовлетворяет геометрии Евклида. Геометрические свойства такого пространства одинаковы в различных точках, а в каждой точке одинаковы во всех направлениях, т. е. пространство *однородно* и *изотропно*.

При формулировке законов теоретической физики весьма важную роль играет понятие материальной точки. *Материальной точкой* называется тело, размерами которого можно пренебречь при описании его движения. Положение материальной точки в пространстве мы будем характеризовать ее радиусом-вектором $\mathbf{r}$, компоненты которого

¹⁾ Пределы применимости классических представлений даются теорией относительности и теорией квант.

по осям декартовой системы координат равны декартовым координатам точки x, y, z .

Согласно классическим представлениям о пространственно-временных свойствах движения материальная точка в каждый момент времени находится в определенном месте пространства — имеет определенные координаты. При движении материальной точки координаты ее изменяются. Соответственно этому радиус-вектор $\mathbf{r}$ материальной точки можно рассматривать как функцию от времени: $\mathbf{r} = \mathbf{r}(t)$. Скорость $\mathbf{v}$ материальной точки равна производной от радиуса-вектора $\mathbf{r}$ по времени t :

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt}. \quad (1,1)$$

Ускорение $\mathbf{w}$ определяется второй производной от радиуса-вектора по времени:

$$\mathbf{w} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2}. \quad (1,2)$$

Производные по времени часто обозначают точкой над соответствующей величиной. Так, например:

$$v_x = \dot{x}, \quad v_y = \dot{y}, \quad v_z = \dot{z}, \quad w_x = \ddot{x}, \quad w_y = \ddot{y}, \quad w_z = \ddot{z}.$$

Механика изучает движение систем материальных точек. Число независимых координат, необходимых для описания движения механической системы, называется *числом степеней свободы* этой системы. Материальная точка, очевидно, имеет три степени свободы, а система, состоящая из N материальных точек $3N$ степеней свободы.

Помимо декартовых координат $x, y, z, \dots$ можно применять и любые другие координаты $q_1, q_2, \dots, q_n$, выбирая их так, чтобы они возможно удобнее описывали движение. Совокупность каких-либо величин $q_1, q_2, \dots, q_n$, вполне характеризующих положение системы, называют *обобщенными координатами*, а их производные по времени

$$\dot{q}_1 = \frac{dq_1}{dt}, \quad \dot{q}_2 = \frac{dq_2}{dt}, \quad \dots, \quad \dot{q}_n = \frac{dq_n}{dt},$$

называют *обобщенными скоростями*.

Если известно состояние механической системы в некоторый момент времени, то можно определить состояние этой системы и во всякий другой момент времени. При этом оказывается, что состояние системы вполне определяется заданием координат и скоростей. Ускорения же не могут быть заданы произвольно и являются функциями координат и скоростей. Соотношения, связывающие ускорения с координатами и скоростями, носят название *уравнений движения системы*.

Основной задачей классической (основанной на классических представлениях о пространстве, времени и движении) механики является изучение движения любой механической системы путем определения ее координат как функции времени по заданным начальным условиям, т. е. по значениям координат и скоростей в некоторый начальный момент времени.

Задачи

1. Определить число степеней свободы:
 - а) точки, движущейся по поверхности;

б) системы двух точек, находящихся на заданном расстоянии одна от другой;

в) системы двух точек, находящихся на заданном расстоянии одна от другой, если одна из них связана с поверхностью, а другая с линией;

г) трех точек с постоянными расстояниями между ними.

§ 2. Принцип наименьшего действия

Наиболее общим принципом механики является *принцип наименьшего действия* или принцип Гамильтона. Этот принцип выражает собой закон движения любой механической системы. Согласно принципу наименьшего действия всякая механическая система характеризуется функцией $L(q_i, \dot{q}_i, t)$, называемой *функцией Лагранжа* данной системы и зависящей, кроме времени, только от координат и скоростей, причем движение системы удовлетворяет следующему условию:

Пусть в момент времени $t = t_1$ система занимает положение, характеризуемое координатами $q_1^{(1)}, q_2^{(1)}, \dots, q_n^{(1)}$, а в момент времени $t = t_2$ — положение $q_1^{(2)}, q_2^{(2)}, \dots, q_n^{(2)}$. Тогда между этими положениями система движется таким образом, что интеграл

$$S = \int L(q_i, \dot{q}_i, t) dt,$$

называемый *действием*, для действительного движения имеет минимальное значение по сравнению с теми значениями, которые он принимает для всех движений, близких к действительному.

Чтобы получить возможность воспользоваться геометрической терминологией, вообразим пространство с числом измерений, на единицу большим числа степеней свободы. Если число степеней свободы системы обозначим через n , то из $n+1$ координатных осей n осей пусть соответствуют координатам $q_1, q_2, \dots, q_n$, а $n+1$ -я ось — времени t . Каждому положению или конфигурации системы в определенный момент времени сопоставим в этом пространстве точку с координатами, равными координатам системы и моменту времени. Кривая линия, описываемая этой точкой, вполне характеризует движение системы.

Обозначим через A и B точки в $n+1$ -мерном пространстве, соответствующие положениям системы в моменты времени $t = t_1$ и $t = t_2$. При заданных внешних условиях система движется между этими точками по определенной кривой $A1B$ (рис. 1). Кроме этой кривой, соответствующей действительному движению, рассмотрим ряд близких к ней кривых $A2B$, соответствующих возможным движениям. Согласно принципу наименьшего действия движение системы будет происходить по такой кривой, вдоль которой интеграл от функции Лагранжа имеет минимальное значение

$$S = \int L(q_i, \dot{q}_i, t) dt = \min$$

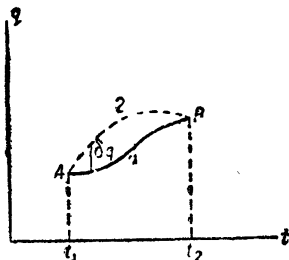


Рис. 1.

по сравнению со значениями этого интеграла, взятого между точками A и B вдоль кривых, близких к действительной.

Соответствующая задача нахождения функций, дающих экстремальные значения интегралу, решается операцией, носящей название варьирования. Принцип наименьшего действия называется поэтому вариационным принципом. Подчеркнем различие между дифференциалом функции и ее вариацией. В то время как дифференциал представляет собой приращение функции при бесконечно малом приращении аргумента, вариация функции означает приращение самой функции, а вариация интеграла — приращение этого интеграла при бесконечно малом изменении вида функций, от которых зависит подинтегральное выражение.

Обозначая символ варьирования через δ , мы можем принцип наименьшего действия записать в виде

$$\delta S = \delta \int L(q_i, \dot{q}_i, t) dt = 0, \quad (2.1)$$

где δS есть вариация действия, соответствующая переходу в функции Лагранжа, стоящей под знаком интеграла, от функций $q_i(t)$, описывающих действительное движение, к близким им функциям $q_i'(t)$. Ввиду независимости координат $q_1, q_2, \dots, q_n$ это уравнение эквивалентно совокупности уравнений

$$\delta_1 S = 0, \quad \delta_2 S = 0, \quad \delta_3 S = 0, \quad \dots, \quad \delta_n S = 0,$$

где $\delta_i S$ есть вариация действия при варьировании одной только координаты $q_i(t)$.

Рассмотрим какое-либо одно из этих уравнений. Соответствующую координату обозначим через q . Необходимое условие минимума действия, относящееся к этой координате, имеет вид

$$\delta S = \delta \int_{t_1}^{t_2} L(q, \dot{q}, t) dt = 0,$$

где из переменных, от которых зависит функция Лагранжа, кроме времени, указана лишь координата, которая варьируется.

Перейдем от функции $q = q(t)$, описывающей действительное движение, к функции $q' = q(t) + \delta q(t)$, где $\delta q(t)$ — вариация независимой переменной q . При этом скорость будет уже не $\dot{q}$, а $\dot{q}' = \dot{q} + \frac{d\delta q}{dt}$, а действие перейдет от значения S к значению

$$S + \delta S = \int_{t_1}^{t_2} L\left(q + \delta q, \dot{q} + \frac{d\delta q}{dt}, t\right) dt.$$

Величины $\delta q, \frac{d\delta q}{dt}$ и δS являются, понятно, величинами бесконечно малыми. Разлагая функции Лагранжа в ряд и пренебрегая бесконечно малыми величинами высших порядков, получим

$$L\left(q + \delta q, \dot{q} + \frac{d\delta q}{dt}, t\right) = L(q, \dot{q}, t) + \frac{\partial L}{\partial q} \delta q + \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \frac{d\delta q}{dt}.$$