

О.И. Лодж

Легкая математика
преимущественно арифметика

Москва
«Книга по Требованию»

УДК 51
ББК 22.1
О-11

О.И. Лодж
О-11 Легкая математика: преимущественно арифметика / О.И. Лодж – М.: Книга по Требованию, 2021. – 546 с.

ISBN 978-5-518-06736-3

Легкая математика, преимущественно арифметика, содержит ряд указаний для учителей, родителей, студентов и юношей, самостоятельно изучающих математику, и краткий очерк наиболее важных вещей, встречающихся в элементарной математике и достойных изучения.

ISBN 978-5-518-06736-3

© Издание на русском языке, оформление
«YOYO Media», 2021

© Издание на русском языке, оцифровка,
«Книга по Требованию», 2021

Эта книга является репринтом оригинала, который мы создали специально для Вас, используя запатентованные технологии производства репринтных книг и печати по требованию.

Сначала мы отсканировали каждую страницу оригинала этой редкой книги на профессиональном оборудовании. Затем с помощью специально разработанных программ мы произвели очистку изображения от пятен, клякс, перегибов и попытались отбелить и выровнять каждую страницу книги. К сожалению, некоторые страницы нельзя вернуть в изначальное состояние, и если их было трудно читать в оригинале, то даже при цифровой реставрации их невозможно улучшить.

Разумеется, автоматизированная программная обработка репринтных книг – не самое лучшее решение для восстановления текста в его первозданном виде, однако, наша цель – вернуть читателю точную копию книги, которой может быть несколько веков.

Поэтому мы предупреждаем о возможных погрешностях восстановленного репринтного издания. В издании могут отсутствовать одна или несколько страниц текста, могут встретиться невыводимые пятна и кляксы, надписи на полях или подчеркивания в тексте, нечитаемые фрагменты текста или загибы страниц. Покупать или не покупать подобные издания – решать Вам, мы же делаем все возможное, чтобы редкие и ценные книги, еще недавно утраченные и несправедливо забытые, вновь стали доступными для всех читателей.



Серия Книжный Ренессанс

www.samizday.ru/reprint

Предисловіе автора.

„Родители отличаются врожденной приверженностью къ опредѣленнымъ и застывшимъ формамъ, между тѣмъ какъ дѣти—„свободные пловцы“: дѣти—вполнѣ самобытные изслѣдователи. И въ теченіе вѣковъ мы, родители, съ помощью учителей, старались все съ большимъ и большимъ успѣхомъ превратить нашихъ „свободныхъ пловцовъ“ въ связанныхъ по рукамъ и ногамъ плѣнниковъ, совершенно такъ же атрофируя или коверкая ихъ способности къ открытіямъ и разгадыванію явленій природы, какъ въ свое время притуплялись наши собственные способности“.

Лэдди Уэльби.

„Въ большинствѣ ариѳметическихъ книгъ встрѣчаются главы, которыя слѣдуетъ признать совершенно излишними. Но лицо, пишущее учебникъ для элементарныхъ школъ, до извѣстной степени связано: оно должно считаться съ часто неразумными требованіями учителей и экзаменаторовъ“.

А. Зонненшейнъ.

Книга эта не является отвѣтомъ на какія-либо спеціальныя требованія, а написана исключительно въ интересахъ дѣтей, жизни и умственной дѣятельности вообще.

Въ извиненіе своихъ ошибокъ авторъ не можетъ сослаться на то, что помѣхой ему служили соображенія, вызванныя какими-либо искусственными условіями. При составленіи своей книги, авторъ руководился исключительно идеей, что преподаваніе математики можетъ быть усовершенствовано и можетъ стать жизненнымъ и интереснымъ. Лѣнь учащихся и дурное обученіе являются синонимами. Не многія дѣти рождаются съ умственными дефектами; но многія дѣти постепенно тупѣютъ именно вслѣдствіе усилій, прилагаемыхъ учителями къ тому, чтобы содѣйствовать развитію дѣтскихъ способностей. Обученіе часто либо вовсе не приводитъ къ положительнымъ результатамъ, либо грѣшитъ узостью и стоитъ чрезмѣрныхъ усилій.

Обученіе, которое не отличается свѣжестью и жизненностью, утомляетъ дѣтей, и въ этой книгѣ мы стремимся по возможности сдѣлать предметъ интереснымъ. Намѣренно много простору предоставлено самостоятельности учащагося и живой рѣчи учителя, и потому примѣровъ для практики приводится сравнительно небольшое количество. Авторъ раздѣляетъ тотъ взглядъ, что примѣры и иллюстраціи являются наиболѣе умѣстными и интересными, если прибѣгать къ нимъ отъ времени до времени для иллюстрированія принциповъ съ послѣдующимъ изложеніемъ теоріи. Но необходимъ также дополнительный сборникъ упражненій для практики съ цѣлью укрѣпить познанія и неизбежно установить въ представленіи учащихся основные принципы. Слѣдуетъ избѣгать утомительныхъ повтореній, задачъ одинаковаго характера въ чрезчуръ большомъ количествѣ и излишне длинныхъ примѣровъ. Длинные примѣры, за исключеніемъ механическаго денежнаго счета, рѣдко встрѣчаются на практикѣ. Кромѣ того, множество предметовъ, которые придется изучить впоследствии, особенно—большая группа наукъ, объеди-

ненныхъ подъ общимъ названіемъ естествознанія,— даютъ обширный матеріалъ для дѣйствительно полезной ариѳметической практики. Даже обыденная жизнь даетъ много подобнаго матеріала, если смотрѣть на дѣло открытыми глазами. Запутанная система мѣръ и вѣсовъ, которая до сихъ поръ еще держится въ Англіи, не должна давать дешеваго матеріала для ариѳметическихъ упражненій, сложныхъ и бесполезныхъ. На свѣтѣ существуетъ такъ много реальныхъ интересовъ, что не стоить тратить понапрасну столько времени и энергіи. Математическое невѣжество огромнаго множества лицъ, получившихъ образованіе, было всегда довольно полнымъ и беззастѣнчивымъ, и совсѣмъ недавно я былъ прямо пораженъ нерациональнымъ характеромъ, которымъ отличается обученіе большей части дѣтей ариѳметикѣ. Я пересталъ удивляться столь распространенному невѣчеству, и у меня возникло желаніе прійти на помощь и подвинуть дѣло хоть немного впередъ въ сторону необходимаго улучшенія. Я знаю, что многіе учителя серьезно стремятся къ улучшеніямъ, но помѣхой имъ служатъ соображенія ортодоксальнаго характера и тѣ экзаменаціонныя требованія, которыя предъявляются извнѣ къ учащимся. Если бы мнѣ предложили формулировать, въ чемъ состоитъ главное зло господствующей системы преподаванія математики, то я сказалъ бы, что примѣры часто слишкомъ длинны и скучны, что метода обученія весьма далека отъ тѣхъ, которыя дѣйствительно примѣняются математиками, что изложеніе слишкомъ отвлеченно, дидактично и не экспериментально, а содержаніе предмета блѣдно, незначительно и съ трудомъ усваивается.

Въ виду всего изложеннаго, учебникъ ариѳметики выдвигается на первый планъ, заслоняя многое другое, въ чемъ также существуетъ острая потребность. Настоящая книга не предназначена специально для дѣтей, хотя

я надѣюсь, что болѣе взрослые изъ нихъ отнесутся къ ней съ интересомъ. Она можетъ скорѣе разсматриваться, какъ рядъ непрерывныхъ указаній для учителя, данныхъ въ связи съ учебнымъ матеріаломъ. Я выражаю надежду, что учителя не отнесутся къ ней съ пренебреженіемъ и воспользуются нѣкоторыми указаніями, хотя бы даже большинство изъ нихъ чувствовало, что факты имъ уже и ранѣе были хорошо извѣстны. Книга эта предназначена не для того, чтобы обучать учителей предмету, но чтобы оказать имъ поддержку въ методѣ обученія. И здѣсь также предоставленъ большой просторъ усмотрѣнію самого учителя. Но важнѣе всего, чтобы собственныя идеи учителя были до прозрачности ясны, и чтобы отношеніе учителя или учительницы къ предмету отличалось энтузіазмомъ. Нѣтъ лучшаго рецепта для дѣйствительнаго обученія помимо этихъ двухъ требованій.

Что касается дополнительныхъ указаній относительно обученія очень маленькихъ дѣтей, которому посвящены первыя четыре главы, то можно упомянуть о двухъ небольшихъ книгахъ г-жи Буль (Mrs Boole), опубликованныхъ недавно книгоиздательствомъ „Clarendon Press“. А въ качествѣ подходящаго сборника недурныхъ задачъ для практики я совѣтую сборникъ г. Тёкки (Mr. C. O. Tuckey), опубликованный книгоиздательствомъ Бэллъ и сыновья (Bell and Sons). Для детальнаго же ознакомленія съ болѣе трудными вопросами, затронутыми въ книгѣ, можетъ въ качествѣ справочной книги служить *Алгебра* Кристалля (Chrystals Algebra).

Авторъ выражаетъ свою благодарность г. Т. Дж. Гэрстэнгу (Mr. T. J. Garstang) и также г. Альфреду Лоджу (Mr. Alfred Lodge) за чтеніе корректуръ, указаніе ошибокъ и совѣты.

ГЛАВА I.

Правильное начало.

Авторъ не считаетъ себя вполне компетентнымъ въ вопросѣ о первоначальномъ обученіи ариметикѣ, но считаетъ себя въ правѣ высказаться по этому вопросу, тѣмъ болѣе, что ему приходилось слышать отъ многихъ учителей, что дурное первоначальное преподаваніе можетъ принести и приносить много зла. Дурное начальное преподаваніе сильно тормозитъ успѣшное прохожденіе дальнѣйшаго курса. При обученіи маленькихъ дѣтей никогда не слѣдуетъ упускать изъ виду принципа эволюціи. Умственный складъ дѣтей во многомъ напоминаетъ психику дикарей, и въ этомъ сходствѣ часто кроется объясненіе сильныхъ и слабыхъ сторонъ ихъ духа.

Обученіе, понятно, слѣдуетъ начинать со счета. Счету можно научиться во время игръ и за обѣдомъ, но учиться необходимо на отдѣльныхъ предметахъ, а не на раздѣленной линейкѣ или другой какой-нибудь сплошной величинѣ. Сосчитываемые предметы должны быть изъ ряда такихъ, которые возбуждаютъ дѣтскій интересъ, напримѣръ, фрукты, сласти, марки, орѣхи, или монеты. Бобы или камешки также годятся для этой цѣли, но они должны быть красивы, привлекательны, какъ объекты дѣтскаго имущества и, вслѣдствіе этого, какъ бы достойны счета.

Л. Л. М.

Удобны также очки обыкновенныхъ игральныхъ картъ: они легко могутъ привести къ идеѣ о геометрическомъ или правильномъ расположеніи предметовъ, что позволяетъ быстро, съ одного взгляда, уловить ихъ число.

Счетъ слѣдуетъ начинать съ очень небольшихъ чиселъ, ограничиваясь въ теченіе нѣкотораго времени, напримѣръ, дюжиной. Нѣтъ никакихъ основаній непремѣнно останавливаться на числѣ 10. Нѣкоторые важные факты (но только факты, а не ихъ символическое выраженіе) могутъ быть теперь установлены. Такъ, напримѣръ, что $3+4=7$, что $7-4=3$, что 2 раза по 3 шесть и что 3 раза по 2 дастъ тотъ же результатъ. Но хотя и можно при этомъ задавать дѣтямъ изрѣдка одинъ или два легкихъ вопроса, не слѣдуетъ придавать этимъ занятіямъ характера формальнаго обученія. Уроки если ихъ можно назвать уроками, должны происходить дома въ до-школьномъ возрастѣ. Но гдѣ бы ни происходило это первоначальное обученіе—въ школѣ или въ другомъ мѣстѣ, въ этомъ возрастѣ слѣдуетъ избѣгать формальнаго обученія, такъ какъ послѣднее въ существенныхъ своихъ чертахъ сводится къ тому, что заставляютъ дѣтей прійти къ какому-нибудь опредѣленному заключенію, которое учитель предопредѣлилъ заранѣе. Дѣти должны дѣлать свои собственныя заключенія, и ихъ слѣдуетъ доводить до того, чтобы они дѣлали самостоятельно небольшія открытія и изобрѣтенія. Математика является наиболѣе удобнымъ матеріаломъ изъ всѣхъ существующихъ для дешеваго и легкаго экспериментированія. Этотъ фактъ затемненъ отчасти невѣжествомъ и тупостью, отчасти невѣрной традиціей, такъ что-даже люди авторитетные при случаѣ говорятъ о математикѣ, какъ о такомъ предметѣ, который „не нуждается въ наблюденіи, индукціи и экспериментѣ“. Роковое, но очень распространенное за-

блужденіе, которое больше повредило дѣлу преподаванія, чѣмъ какой-либо другой невѣрный взглядъ!

Какъ только небольшія группы стали доступны счету и какъ только достигнутъ навыкъ въ сложении и вычитаніи въ примѣненіи къ многочисленнымъ, легко схватываемымъ и интереснымъ, предметамъ (при чемъ чѣмъ болѣе инстинктивно производятся эти операціи, тѣмъ лучше), то назрѣваетъ время для ознакомленія съ символами, съ тѣмъ произвольнымъ и условнымъ символизмомъ, на основаніи котораго изображается кривой линіей 5. Этотъ символизмъ уже не труденъ для взрослыхъ, благодаря тому, что въ дѣтствѣ они отличались воспріимчивостью и этому уже научились. Усвоивъ себѣ 27 символовъ, дѣти терпѣливо выучатъ еще 9 или 10 знаковъ, особенно въ виду очевидной ихъ пользы. Но если юноша желаетъ познакомиться съ дѣйствительной трудностью процесса такого заучиванія, что всегда можетъ оказаться полезнымъ, то пусть онъ изучитъ телеграфную азбуку Морзе: особенно въ тѣхъ формахъ, которыми пользуются въ кабельной телеграфіи.

Я не вижу основаній, почему нельзя написать въ видѣ $4+5=9$, или почему $\cdot ()$ не написать въ видѣ $5-2=3$. Но не слѣдуетъ думать, что эти этапы въ номенклатурѣ легки. Новая номенклатура представляетъ такія же трудности, какъ та, которая принята въ тригонометріи или въ анализѣ бесконечно-малыхъ. Даже взрослые люди, легко осваивающіеся съ первой, часто не осваиваются со второй.

Достаточно имѣть въ распоряженіи рядъ небольшихъ кубиковъ или небольшой запасъ дешевой расграфленной на квадратики бумаги, чтобы быть въ состояніи установить факты, приведенные на рис. 1.

Я не вижу основаній къ тому, чтобы смущаться *названіями* „сложеніе“ и „вычитаніе“ и искусственно

воздерживаться отъ ихъ употребленія. Если эти понятія приходятъ естественно и оказываются полезными, то пусть они приходятъ. Ничего мы не можемъ выиграть отъ *искусственной* задержки на какой бы то ни было ступени. Преждевременное насильственное введеніе словъ хуже, чѣмъ искусственное изгнаніе ихъ, но и то, и другое нежелательно. Если газъ, который выдѣляется изъ сельтерской воды и тушитъ пламя,

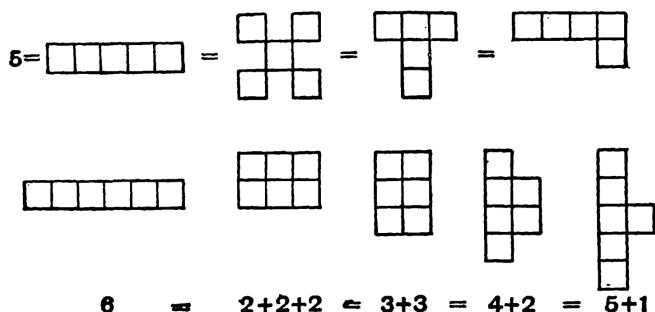


Рис. 1

извѣстенъ въ общежитіи подъ названіемъ углекислаго газа, то пусть онъ такъ называется. Полезно, конечно, имѣть этикетку, съ которой можно ассоціировать наблюдаемые свойства, совершенно подобно тому, какъ естественно называть извѣстный цвѣтокъ маргариткой или извѣстную звѣзду—Сиріусомъ. Но заботиться объ этикеткахъ, забывая о реальномъ содержаніи, разговаривать о маргариткахъ, или звѣздахъ, или числахъ, раньше чѣмъ дѣти ихъ видѣли, это, выражаясь вѣжливо, по меньшей мѣрѣ не умно.

Мнѣ кажется, что послѣ этого можно ввести карточные игры съ марками, для того, чтобы имущество дѣтей могло превзойти тѣ небольшія числа, которыми приходится ограничиваться въ случаѣ сластей. При этомъ они могутъ научиться какъ слѣдуетъ распола-

гать марки въ пакетики, содержащiе 6 или даже дюжину марокъ, что облегчаетъ счетъ, такъ какъ для опредѣленiя наличности приходится только сосчитать число пакетовъ и прибавить отдѣльныя марки.

Ребенокъ съ 4-мя пакетами по 6 марокъ и еще 3-мя отдѣльными марками будетъ имѣть реальное представленiе о своемъ богатствѣ, хотя „27“—для него пока лишнее смысла выраженiе.

Теперь можно для замѣны пакетовъ воспользоваться различно окрашенными марками, и тутъ незамѣтно можетъ зародиться идея, но не самое слово, различныхъ „наименованiй“,—идея, которая подкрѣпляется тѣмъ вначалѣ неожиданнымъ открытiемъ, что даже чужестранцы принимаютъ одну англiйскую бѣлую монету какъ равноцѣнную 6-ти коричневымъ большихъ размѣровъ.

Вслѣдъ затѣмъ можно сдѣлать шагъ къ ознакомленiю съ удивительнымъ арабскимъ изображенiемъ чиселъ, при которомъ значенiе цифры символизируется также мѣстомъ или положенiемъ ея, не только ея видомъ. Для этой цѣли можно воспользоваться ящиками, отдѣленiями или клѣтками различнаго значенiя. При этомъ въ одно изъ такихъ отдѣленiй слѣдуетъ помѣщать отдѣльныя марки (или пенни), въ другое—пакеты (или серебряныя монеты) и, наконецъ, въ третье—пакеты пакетовъ (или золотыя монеты), если бы оказалось, что имущество достигло такой большой суммы.

Такъ какъ чрезвычайно важно сосредоточить вниманiе на значенiи или мѣстѣ цифръ и на системѣ счисленiя вообще, то много соображенiй говоритъ противъ того, чтобы преждевременно концентрировать все вниманiе на числѣ „десять“. Въ нѣкоторыхъ случаяхъ оно, какъ основанiе системы счисленiя, не будетъ выполнѣ естественно. Въ другихъ случаяхъ оно можетъ оказаться настолько большимъ, что десять паке-

говъ по десяти будутъ представлять уже невѣроятное количество, между тѣмъ какъ четыре пакета по четыре или шесть по шести были бы вполне возможны.

Съ другой стороны, въ высшей степени нежелательно внушать мысль, которая со временемъ все болѣе укрѣпляется, что число десять обладаетъ такими специальными и чудесными свойствами, что совокупность цифръ 12 непременно должна означать дюжину. Эта невѣрная идея, обязанная лишь привычкѣ, не возникаетъ у ребенка точно также, какъ онъ не можетъ знать интуитивно, что 12 пенсовъ составляютъ шиллингъ или что 20 шиллинговъ—совершенъ. Въ самомъ дѣлѣ, какъ это ни странно, но дѣти обыкновенно нѣсколько равнодушны къ этому рычагу людскаго существованія. Хотя у нихъ скоро и развивается любовь къ монетамъ, но они обращаютъ вниманіе, главнымъ образомъ на ихъ число, а не на ихъ цѣнность, за исключеніемъ развѣ тѣхъ случаевъ, когда монеты отличаются особой новизной и блескомъ.

Когда дѣло подвинулось такимъ образомъ впередъ то къ условному символизму можно прибѣгать все чаще, причемъ практика постепенно отходитъ уже на задній планъ. Теперь школьные уроки, продолжающіеся че болѣе четверти часа, уже отличаются нѣсколько болѣе формальнымъ характеромъ, чѣмъ предыдущія занятія. Дѣти записываютъ цифры-символы въ очерченныя пространства, долженствующія изображать собою разныя отдѣленія ящиковъ, или на бумагѣ, разлинованной квадратиками въ $\frac{1}{4}$ дюйма,—бумагѣ дешевой и доступной въ большомъ количествѣ. Такимъ образомъ 4, занесенное въ одинъ квадратикъ, представляетъ собою 4 отдѣльныхъ марки, между тѣмъ какъ 4 въ другомъ квадратикѣ означаетъ 4 пакета, каждый изъ которыхъ содержитъ, положимъ, 10 марокъ, такъ-что