

Н.И. Фусс

**Начальные основания чистой
математики**

Часть 1. Алгебра

**Москва
«Книга по Требованию»**

УДК 51
ББК 22.1
Н11

Н11 **Н.И. Фусс**
Начальные основания чистой математики: Часть 1. Алгебра / Н.И. Фусс – М.:
Книга по Требованию, 2023. – 383 с.

ISBN 978-5-458-27776-1

содержащая Начальные Основания Алгебры, извлеченные из основания сея
науки знаменитого Эйлера

ISBN 978-5-458-27776-1

© Издание на русском языке, оформление
«YOYO Media», 2023

© Издание на русском языке, оцифровка,
«Книга по Требованию», 2023

Эта книга является репринтом оригинала, который мы создали специально для Вас, используя запатентованные технологии производства репринтных книг и печати по требованию.

Сначала мы отсканировали каждую страницу оригинала этой редкой книги на профессиональном оборудовании. Затем с помощью специально разработанных программ мы произвели очистку изображения от пятен, клякс, перегибов и попытались отбелить и выровнять каждую страницу книги. К сожалению, некоторые страницы нельзя вернуть в изначальное состояние, и если их было трудно читать в оригинале, то даже при цифровой реставрации их невозможно улучшить.

Разумеется, автоматизированная программная обработка репринтных книг – не самое лучшее решение для восстановления текста в его первозданном виде, однако, наша цель – вернуть читателю точную копию книги, которой может быть несколько веков.

Поэтому мы предупреждаем о возможных погрешностях восстановленного репринтного издания. В издании могут отсутствовать одна или несколько страниц текста, могут встретиться невыводимые пятна и кляксы, надписи на полях или подчеркивания в тексте, нечитаемые фрагменты текста или загибы страниц. Покупать или не покупать подобные издания – решать Вам, мы же делаем все возможное, чтобы редкие и ценные книги, еще недавно утраченные и несправедливо забытые, вновь стали доступными для всех читателей.



Серия Книжный Ренессанс

www.samizday.ru/reprint

ГЛАВА I.

Общее понятіе объ Алгебрѣ.

§ 1.

Величиною или *Количествомъ* называется все то, что увеличиться либо уменьшиться можетъ. И такъ сумма денегъ, вѣсъ, пропѣженіе, суть количества, потому что оныя могутъ прибавиться и убавиться.

§ 2.

Различные роды величинъ или количествъ соспавляютъ разные частіи Математики, изъ коихъ каждая занимается особымъ родомъ величинъ. Геометрія, на примѣръ, рассуждаетъ о количествахъ пропѣженія; Механика о количествахъ силъ и движенія; Оптика о количествахъ свѣта и проч. Математика вообще есть не что иное, какъ наука о измѣреніи количествъ.

§ 3.

Что бы измѣрить какое нибудь количество, то надобно принять другое того же рода количество за извѣстное, и сыскать сколько разъ сіе послѣднее содержиши въ первомъ. И такъ, что бы опредѣлить какую нибудь сумму денегъ, принимается за извѣстное

количество червонецъ, рубль, или иная монета, и сыскивается сколько такихъ монетъ въ помянутой суммѣ содержится. Грузъ или вѣсъ опредѣляется, принимая за извѣстное количество пудъ, фунтъ, или другой какой ни будь вѣсъ, и сыскивая сколько разъ сей извѣстный вѣсъ содержится въ искомомъ вѣсѣ.

§ 4.

Такое отношеніе всегда опредѣляется числами; откуда слѣдуетъ, что *число* есть не что иное, какъ отношеніе одной величины къ другой, по произволѣнію за единицу взятой.

§ 5.

Отсюда явствуешь, что всѣ величины могутъ быть изображены числами, и что познаніе различныхъ способовъ исчисленія, чему научаетъ Ариѳметика, должно быть основаніемъ всѣхъ математическихъ наукъ.

§ 6.

Но въ Ариѳметикѣ предлагается о нѣкоторыхъ токмо способахъ исчисленія: она даетъ правила для полученія только нѣкоторыхъ выводовъ. Напримѣръ, чтобы отвѣтствовать на сто вопросовъ того же рода, то надобно сто разъ повторить то же исчисленіе. Напротивъ того Алгебра имѣетъ предметомъ своимъ способы, ведущіе къ разрѣшенію всѣхъ вопросовъ одинакаго рода одинакимъ образомъ

исчисления, т. е. она приводитъ къ общимъ правиламъ рѣшенія всѣхъ вопросовъ, какіе о количествахъ предложить можно, не занимаясь впрочемъ, какъ и Арифметика, особыми родами количествъ, каковыя разсматриваются, какъ мы замѣтили выше (§ 2.), въ другихъ частяхъ Математики.

§ 7.

Для достиженія сей цѣли, т. е. что бы правила привели во всеобщность, Алгебра не можетъ употреблять тѣхъ же знаковъ, какими изображаются количества въ Арифметикѣ; она требуетъ общихъ знаковъ, которыми бы можно было выражать всякія числа, какія кто пожелаетъ. Для сего употребляются въ Алгебрѣ буквы.

§ 8.

Помощію сихъ буквъ производится въ Алгебрѣ то же, что въ Арифметикѣ числами. Онѣ также слагаются, вычитаются, умножаются, дѣлятся и проч.; но сіи исчисления въ Алгебрѣ часто суть покомъ единныя означенія исчисления, помощію особенныхъ знаковъ, которые въ слѣдующихъ главахъ изъяснены будуще.

ГЛАВА II.

О сложеніи и вычитаніи простыхъ количествъ.

§ 9.

Ежели къ какому нибудь количеству надобно приложить другое данное количество, то сіе означается помощію знака $+$, который ставится передъ прилагаемымъ количествомъ и выговаривается *плюсъ* или *св.* Напримѣръ $5 + 3$ значить, что къ числу 5 должно придать число 3, отъ чего произойдетъ сумма 8. И такъ, $5 + 3 = 8$, гдѣ знакъ $=$ выговаривается *равно* или *тоже что*.

Подобнымъ образомъ:

$$12 + 7 = 19,$$

$$7 + 5 + 9 = 21,$$

$$18 + 3 + 1 + 6 = 28,$$

и такъ далѣе.

§ 10.

Все сіе весьма ясно, и сіи примѣры достаточны къ изъясненію какимъ образомъ слагаются данныя количества, изображенныя буквами. И такъ, $a + b$ показываетъ сумму двухъ количествъ a и b , которыя могутъ представлять такія числа, какія кому угодно будетъ. Равнымъ образомъ и $a + b + c + d$ показываетъ сумму чиселъ, означенныхъ чепырма

буквами *a, b, c, d*. Теперь нужно только знать какія числа разумѣются подъ сими буквами, чтобы, по правиламъ Ариѳметики, тотчасъ сыскать сумму или точное знаменованіе сихъ буквенныхъ количествъ, которыхъ, какимъ бы образомъ сопоставлены ни были, называются *алгебраическими выраженіями или формулами*.

§ 11.

Ежели одно количество надобно вычесть изъ другого, то передъ вычитаемымъ количествомъ ставится знакъ —, который выговаривается *минусъ* или *безъ*. И такъ, $8 - 5$ значитъ, что изъ числа 8 должно вычесть 5, отъ чего останется 3, и потому 8 безъ 5 будетъ тоже что 3. Сіе вычитаніе пишется такимъ образомъ: $8 - 5 = 3$.

Послѣ сего примѣра не трудно понять, что:

$$\begin{aligned} 12 - 7 &= 5, \\ 21 - 14 - 3 &= 4, \\ 50 - 3 - 5 - 7 &= 35, \end{aligned}$$

гдѣ послѣдній примѣръ показываетъ, что вычесть изъ числа 50 число 3, потомъ 5 изъ остатка, и 7 изъ послѣдняго остатка, есть тоже, что вычесть изъ 50 сумму 3, 5, и 7, то есть 15.

§ 12.

Замѣтивъ сіе, не трудно будетъ понять значеніе сей формулы: $12 - 3 - 5 + 2 - 1 = 5$.

Стояшь только взять сумму чиселъ, имѣющихъ предъ собою знакъ $+$, и вычести изъ нихъ сумму чиселъ, имѣющихъ предъ собою знакъ $-$, и будешь

$$\begin{array}{r} + 12 + 2 = + 14 \\ - 3 - 5 - 1 = - 9 \\ \hline \end{array}$$

слѣдовательно $14 - 9 = 5$.

§ 13.

Изъ сихъ примѣровъ явствуетъ, что числа, соединенныя сими знаками, могутъ разположены быть совершенно произвольнымъ порядкомъ, лишь бы только каждое число имѣло свой знакъ. Предложенный въ § 12 примѣръ показываетъ, что

$$12 - 3 - 5 + 2 - 1 = 5.$$

Тоже будешь и въ слѣдующей формулѣ:

$$- 3 + 12 + 2 - 1 - 5 = 5,$$

$$2 - 1 - 5 + 12 - 3 = 5,$$

и такъ далѣе. При семъ случаѣ замѣтимъ, что ежели передъ первымъ числомъ нѣтъ знака, то подразумѣвается тушь всегда знакъ $+$.

§ 14.

Споль же вразумителенъ будешь теперь алгебраической образъ сихъ исчисленій, когда вмѣсто чиселъ поставятся буквы. Напримѣръ: $a - b - c + d - e$ показываетъ, что изъ суммы количествъ a и d : то есть, $a + d$, вычитается сумма количествъ b, c, e , то есть, $b + c + e$.

§ 15.

Итакъ, обращать вниманіе на знакъ, стоящій передъ каждымъ количествомъ, есть дѣло крайней важности. Количества, предъ которыми стоитъ знакъ $+$, называются *положительными*, а шѣ, предъ которыми стоитъ знакъ $-$, именуются *отрицательными* количествами.

§ 16.

Образъ, какимъ обыкновенно означаетъ чье нибудь имущество, весьма удобенъ къ объясненію положительныхъ и отрицательныхъ количествъ. Положительными числами, или знакомъ $+$, означаетъ то, что человекъ дѣйствительно имѣетъ; а отрицательными, или знакомъ $-$, то, чѣмъ онъ долженъ другимъ. И такъ, ежели скажутъ, что такой то имѣетъ 1000 рублей, а долгу на немъ 250 рублей, то настоящее его имѣніе составляетъ $1000 - 250 = 750$ рублей.

§ 17.

Поскольку отрицательныя числа можно принимать за долги, между шѣмъ какъ положительными означаетъ дѣйствительное имущество, то можно сказать, что отрицательныя числа суть менѣе нежели ничего. И такъ, когда кто ничего не имѣетъ, и даже еще 50 рублей долженъ, то онъ дѣйствительно имѣетъ 50

рублей менѣе нежели ничего. Ибо, ежелибы кто подарилъ ему 50 рублей на уплату долга, то и тогда бы онъ ничего не имѣлъ, хотя бы былъ богачѣе прежняго.

§ 18.

Для объясненія сего другимъ примѣромъ, положимъ, что опъ произвольнаго числа, на примѣръ: 10, отнимаемъ по переменнѣ 1, мы получимъ рядъ чиселъ: 10, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1, 0, — 1, — 2, — 3, — 4, — 5 и проч. Откуда явствуетъ, что всѣ числа, предшествующія нулю или 0 суть больше нежели ничего; а слѣдующія послѣ 0 меньше ничего; и что всякое положительное число, непрерывно уменьшающееся, слѣдующее 0, становится попомъ отрицательнымъ числомъ.

§ 19.

Всѣ сїи числа, какъ положительныя такъ и отрицательныя, имѣютъ общее имя *цѣлыхъ чиселъ*, которыя, какъ выше сказано, бываютъ больше либо меньше ничего. Они называются цѣлыми числами для того, чтобы отличить ихъ отъ другаго рода чиселъ, о коихъ будетъ предложено послѣ.

§ 20.

Правильное понятіе объ отрицательныхъ количествѣхъ въ Алгебрѣ весьма важно. Здѣсь мы ограничиваемъ себя примѣчаніемъ, что

$$1 - 1 = 0$$

$$2 - 2 = 0$$

$$3 - 3 = 0$$

$$a - a = 0.$$

Потомъ замѣшимъ, что $2 - 5$ составляетъ -3 . Ибо, еслили кто имѣетъ 2 рубля, а 5ю рублями долженъ; то онъ не только ничего не имѣетъ, но еще на немъ 3 рубля долгу; слѣдовательно у него -3 рубля. И такъ

$$2 - 5 = -3$$

$$7 - 12 = -5$$

$$25 - 40 = -15.$$

Наконецъ $-2 - 3$ составляетъ -5 . Ибо, еслили я одному долженъ 2 рубля, а другому 3, то долженъ всего 5 рублей, и потому

$$-2 - 3 = -5.$$

$$-1 - 2 - 3 = -6$$

$$-3 - 5 - 7 - 9 = -24.$$

и проч.

Отсюда явствуетъ, что сумма $2x$, $3x$, $4x$, и проч. отрицательныхъ количествъ есть отрицательная.

§ 21.

Желающій знать вообще какой знакъ будетъ имѣть разность двухъ чиселъ a и b , то есть $a - b$, долженъ принять въ разсужденіе два случая: 1й). Когда a больше нежели b (что пишется такъ: $a > b$, гдѣ знакъ $>$ замѣняетъ слово *больше*), тогда b вычитается изъ a , и

остатокъ получаетъ знакъ большаго количества, то есть, $+$. 2й). Когда a меньше нежели b (что изображается такъ: $a < b$, гдѣ знакъ $<$ выговаривается *меньше*), тогда a вычитается изъ b , и остатокъ получаетъ знакъ большаго количества, то есть $-$.

§ 22.

Количества отдѣленные между собою знаками $+$ и $-$, коихъ значеніе изъяснено уже въ началѣ сей Главы, называются *членами* тѣхъ количествъ, коихъ они суть части. Посему a, b, c суть члены количества $a - b + c$; а количество, составленное такимъ образомъ изъ 2, 3, 4хъ или болѣе членовъ, называется *сложнымъ* количествомъ, чтобы отличить его отъ *простыхъ* количествъ, состоящихъ изъ одного только члена. Сложныяже количества бываютъ *двучленные, тречленные, четырехленные* и вообще *многочленные* количества, смотря по числу членовъ, изъ коихъ они составлены.

ГЛАВА III.

О умноженіи простыхъ количествъ.

§ 23.

Когда два или болѣе равныхъ количествъ состоятся вмѣстѣ, то сумма выражается и безъ знака $+$. Напримѣръ