

Тимошенко Степан Прокофьевич

Курс теории упругости

Часть 2

**Москва
«Книга по Требованию»**

УДК 51
ББК 22.1
С79

С79 **Степан Прокофьевич Т.**
Курс теории упругости: Часть 2 / Тимошенко Степан Прокофьевич – М.: Книга по Требо-
ванию, 2024. – 424 с.

ISBN 978-5-519-76708-8

Физико-математические науки -- Механика -- Механика деформируемых сред -- Меха-
ника твёрдых деформируемых сред -- Теория и расчёт пластин -- Учебник для высшей
школы

ISBN 978-5-519-76708-8

© Издание на русском языке, оформление
«YOYO Media», 2024
© Издание на русском языке, оцифровка,
«Книга по Требованию», 2024

Эта книга является репринтом оригинала, который мы создали специально для Вас, используя запатентованные технологии производства репринтных книг и печати по требованию.

Сначала мы отсканировали каждую страницу оригинала этой редкой книги на профессиональном оборудовании. Затем с помощью специально разработанных программ мы произвели очистку изображения от пятен, клякс, перегибов и попытались отбелить и выровнять каждую страницу книги. К сожалению, некоторые страницы нельзя вернуть в изначальное состояние, и если их было трудно читать в оригинале, то даже при цифровой реставрации их невозможно улучшить.

Разумеется, автоматизированная программная обработка репринтных книг — не самое лучшее решение для восстановления текста в его первоизданном виде, однако, наша цель — вернуть читателю точную копию книги, которой может быть несколько веков.

Поэтому мы предупреждаем о возможных погрешностях восстановленного репринтного издания. В издании могут отсутствовать одна или несколько страниц текста, могут встретиться невыводимые пятна и кляксы, надписи на полях или подчеркивания в тексте, нечитаемые фрагменты текста или загибы страниц. Покупать или не покупать подобные издания — решать Вам, мы же делаем все возможное, чтобы редкие и ценные книги, еще недавно утраченные и несправедливо забытые, вновь стали доступными для всех читателей.

Въ заключеніе считаемъ своимъ пріятнымъ долгомъ принести здѣсь глубокую благодарность лицамъ, оказавшимъ намъ содѣйствіе при подготовкѣ къ печати настоящей книги, препод. Электр. Инст. Р. Б. Куровскому, прочитавшему рукопись, препод. Инст. Инж. Пут. Сообщ. К. А. Чалышеву и препод. Пет. Пол. Инст. Н. П. Випоградову, согласившимся взять на себя трудъ по чтенію корректуръ.

С. Тимошенко.

Кіевъ.
15 апрѣля 1916 г.

О Г Л А В Л Е Н І Е.

Г Л А В А I.

Малыя деформаціи стержней съ прямою осью.

	стр.
§ 1. Дифференціальное ур-іе изогнутой оси стержня	1
§ 2. Изгибъ балки, лежащей на сплошномъ упругомъ основаніи	3
§ 3. Случай безконечно длинной балки	4
§ 4. Изгибъ балки съ опертыми концами, лежащей на сплошномъ упругомъ основаніи	9
§ 5. Изгибъ балокъ съ заделанными концами и неразрѣзанныхъ балокъ, лежащихъ на сплошномъ упругомъ основаніи	14
§ 6. Расчетъ перекрестныхъ балокъ	16
§ 7. Балка переменнаго сѣченія, лежащая на сплошномъ упругомъ основаніи	20
§ 8. Балки, подвергающіяся одновременному дѣйствию изгиба и сжатія	27
§ 9. Статически неопредѣлимые случаи изгиба сжатыхъ балокъ	34
§ 10. Балки, подвергающіяся одновременному дѣйствию изгиба и растяженія	39
§ 11. Случай, когда продольныя силы не извѣстны	45
§ 12. Примѣненіе тригонометрическихъ рядовъ къ изслѣдованію изгиба балокъ	50
§ 13. Приближенный способъ опредѣленія продольной силы	57
§ 14. Объ изгибѣ слегка искривленныхъ стержней	62
§ 15. Примѣненіе тригонометрическихъ рядовъ къ изслѣдованію изгиба стержней, лежащихъ на сплошномъ упругомъ основаніи	69
§ 16. Случай нѣсколькихъ перекрестныхъ балокъ	72

Г Л А В А II.

Малыя деформаціи стержней съ кривою осью.

§ 17. Малыя деформаціи бруска съ круговой осью въ плоскости кривизны	78
§ 18. Примѣненіе тригонометрическихъ рядовъ къ изслѣдованію изгиба круговаго кольца	82
§ 19. Изгибъ кольца силами, не лежащими въ плоскости кривизны	88

Г Л А В А III.

Объ устойчивыхъ и неустойчивыхъ формахъ равновѣсія стержней.

§ 20. Различные методы рѣшенія вопросовъ устойчивости	98
§ 21. Задача Эйлера	105

§ 22. Устойчивость призматического стержня при различных способах за- крепления концов	112
§ 23. Устойчивость многопролетных стержней	114
§ 24. Продольный изгиб стержней переменнаго сечения	122
§ 25. Продольный изгиб стержней подъ дѣйствіемъ силъ, распределенныхъ по длине	125
§ 26. Устойчивость равномерно сжатого стержня въ упругой средѣ	131
§ 27. Задача Ясянскаго	137
§ 28. Объ устойчивости плоской формы изгиба полосы	143
§ 29. Объ устойчивости плоской формы изгиба двутавровой балки	152
§ 30. Объ устойчивости равномерно сжатого кругового кольца или его части	162
§ 31. Объ устойчивости плоской формы изгиба полосы съ круговой осью	166
§ 32. Объ устойчивости длиннаго круглаго вала при крученіи	169

Г Л А В А IV.

О колебаніяхъ стержней.

§ 33. Колебаніе системы съ одной степенью свободы	171
§ 34. О колебаніяхъ упругихъ системъ вообще	179
§ 35. Продольныя колебанія призматическихъ стержней	184
§ 36. Колебанія груза, подвѣшеннаго на упругомъ стержнѣ	190
§ 37. Колебанія крученія круглыхъ валовъ	196
§ 38. Поперечныя колебанія стержней	200
§ 39. Свободныя поперечныя колебанія стержня при различныхъ способахъ за- крепления концовъ	207
§ 40. Вынужденныя поперечныя колебанія стержней	214
§ 41. Колебанія стержней въ упругой средѣ	220
§ 42. Колебанія стержней переменнаго сечения	222
§ 43. Колебанія балки подъ дѣйствіемъ подвижнаго груза	231
§ 44. О дѣйствіи удара на балку	234
§ 45. Продольный ударъ стержней	238

Г Л А В А V.

Изгибъ тонкихъ пластинокъ.

§ 46. Изгибъ пластинокъ по цилиндрической поверхности	243
§ 47. Вліяніе начальной кривизны на изгибъ пластинокъ по цилиндрической поверхности	251
§ 48. Чистый изгибъ пластинокъ	257
§ 49. Дифференціальное ур-іе изогнутой поверхности пластинки	260
§ 50. Пределы применимости полученнаго уравненія	266
§ 51. Условія на контурѣ пластинки	270
§ 52. Изгибъ эллиптической пластинки съ задрѣванными краями	277
§ 53. Изгибъ круглой пластинки	281
§ 54. Изгибъ прямоугольной пластинки съ опертыми краями	285
§ 55. Изгибъ прямоугольной пластинки, у которой двѣ прямо противополож- ныя стороны оперты, а двѣ другія закрѣплены любымъ способомъ	292
§ 56. Изгибъ пластинки съ задрѣванными краями	298
§ 57. Изгибъ пластинки при одновременномъ дѣйствіи нормальной нагрузки и усилій въ срединной плоскости	306
§ 58. Вліяніе начальныхъ искривленій на изгибъ пластинки	313

ГЛАВА VI.

Объ устойчивости пластинокъ.

- § 59. Объ устойчивости сжатой прямоугольной пластинки съ опертыми краями. 317
- § 60. Объ устойчивости прямоугольной пластинки, сжатой вдоль одной изъ сторонъ 319
- § 61. Объ устойчивости прямоугольной пластинки, растягиваемой или сжимаемой вдоль обѣихъ сторонъ 324
- § 62. Объ устойчивости прямоугольной пластинки съ опертыми краями, изгибаемой и сжимаемой въ срединной плоскости 328
- § 63. Объ устойчивости прямоугольной пластинки съ опертыми краями при дѣйствіи касательныхъ напругъ 334
- § 64. Объ устойчивости прямоугольной пластинки съ опертыми краями, сжатой двумя взаимно противоположными сосредоточенными силами 340
- § 65. Объ устойчивости сжатой прямоугольной пластинки съ двумя опертыми краями и двумя другими, закрѣпленными любымъ способомъ 341
- § 66. Объ устойчивости пластинокъ, подкрѣпленныхъ жесткими ребрами . . . 350

ГЛАВА VII.

Малыя деформации и устойчивость тонкихъ оболочекъ.

- § 67. Основныя допущенія 362
- § 68. Плоская деформация трубокъ постоянного поперечнаго сѣченія 368
- § 69. Деформации круглой цилиндрической трубки симметричны относительно оси 370
- § 70. Деформация цилиндрической оболочки, не сопровождающаяся растяжениями срединной поверхности 375
- § 71. Дифференціальныя ур-ія равновѣсія для общаго случая деформации цилиндрической оболочки 379
- § 72. О деформацияхъ цилиндрической трубки съ опертыми краями 385
- § 73. Объ устойчивости цилиндрической трубки, подвергающейся дѣйствию равномернаго наружнаго давленія 387
- § 74. Объ устойчивости цилиндрической трубки, подвергающейся дѣйствию продольнаго сжатія 391
- § 75. О деформацияхъ симметрично нагруженной сферической оболочки 397
- § 76. Расчетъ сферической оболочки съ подвижно-опертыми краями 401
- § 77. Общее рѣшеніе для симметрично нагруженной сферической оболочки . . 405
- § 78. Практическія приложенія полученныхъ результатовъ 410

ГЛАВА I.

Малыя деформаціі стержней съ прямою осью.

§ 1. Дифференціальное ур-іе изогнутой оси стержня.

Въ первой части курса теоріи упругости мы привели нѣсколько точныхъ рѣшеній, относящихся къ изгибу призматическихъ стержней ¹⁾. Изъ этихъ рѣшеній слѣдуетъ, что при изгибѣ стержней силами, приложенными по концамъ, имѣетъ мѣсто допущеніе Бернулли-Эйлера относительно пропорціональности кривизны изогнутой оси стержня величинѣ соответствующаго изгибающаго момента ²⁾. Такой результатъ получается лишь при условіи вполне опредѣленнаго распредѣленія усилій по концевымъ сѣченіямъ изгибаемаго стержня. Если это распредѣленіе замѣнить другимъ, ему статически эквивалентнымъ, то вблизи концовъ произойдетъ значительное измѣненіе напряженій и деформацій. Въ сѣченіяхъ же, удаленныхъ отъ концовъ, эти измѣненія весьма малы (принципъ Сенъ-Венана), мы можемъ ими пренебрегать и считать справедливымъ допущеніе Бернулли-Эйлера. На основаніи такихъ же соображеній мы можемъ распространить допущеніе Бернулли-Эйлера и на случай стержней, изгибаемыхъ нѣсколькими сосредоточенными силами. Вдали отъ мѣста приложенія силъ мы съ большою точностью можемъ считать кривизну пропорціональною изгибающему моменту.

Когда мы отъ изгиба сосредоточенными силами переходимъ къ случаю дѣйствія распредѣленныхъ нагрузокъ, задача становится болѣе сложной. Точное рѣшеніе, полученное для изгиба равномерно распредѣленной нагрузкой ³⁾, показываетъ, что въ этомъ случаѣ выраженіе для кривизны составляется изъ двухъ членовъ, одного пропорціональнаго изгибающему

¹⁾ См. Курсъ теоріи упругости. Ч. I, стр. 88 и стр. 175.

²⁾ См. Курсъ теоріи упругости. Ч. I, стр. 92 и стр. 188.

³⁾ Курсъ теоріи упругости. Ч. I, стр. 95, I. H. Michell, Quart. I. of Math. v. 32 (1901). Подробное изложеніе рѣшенія Michell'я имѣется въ курсѣ A. E. H. Love стр. 409, нѣмецкій перев.

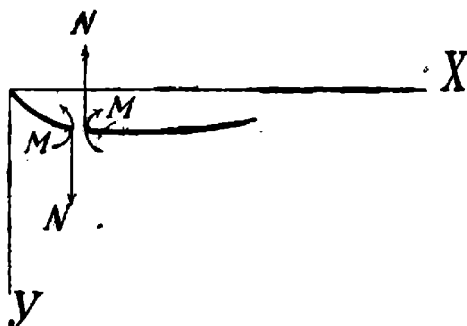
моменту, и другого постоянного члена, обусловленного отчасти влияніемъ касательныхъ напряженій, отчасти нормальными напряженіями, дѣйствующими по площадкамъ параллельнымъ оси балки. Этотъ постоянный членъ, представляющій поправку къ гипотезѣ Бернулли-Эйлера, является малой величиной такого порядка, какъ квадратъ отношенія высоты балки къ ея длинѣ. Въ случаѣ тонкихъ призматическихъ стержней, мы будемъ этой поправкой пренебрегать и при опредѣленіи прогибовъ подѣ дѣйствіемъ силъ, лежащихъ въ одной изъ главныхъ плоскостей стержня, будемъ исходить изъ ур-ія

$$\frac{EJ}{\rho} = M \dots \dots \dots (1)$$

Здѣсь EJ —соотвѣтствующая жесткость стержня, ρ —радіусъ кривизны и M —изгибающій моментъ въ рассматриваемомъ сѣченіи стержня. Располагая координатныя оси, какъ указано на чертежѣ (1) и ограничиваясь случаемъ малыхъ прогибовъ, мы можемъ ур-іе (1) замѣнить такимъ:

$$EJ \frac{d^2y}{dx^2} = -M \dots \dots \dots (2)$$

На чертежѣ указаны стрѣлками тѣ направленія изгибающаго момента и перерѣзывающей силы, которыя мы въ дальнѣйшемъ будемъ принимать за положительныя. Дифференцированиемъ изъ ур-ія (2) получаемъ ур-ія



$$EJ \frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{dM}{dx} = -N, \dots (3)$$

$$EJ \frac{d^3y}{dx^3} = -\frac{dN}{dx} = q, \dots (4)$$

Черт. 1.

которыми иногда приходится пользоваться при рѣшеніи техническихъ задачъ. Здѣсь черезъ q обозначена интенсивность сплошной нагрузки. За положительное направленіе этой нагрузки принято направленіе сверху внизъ. Когда поперечные размеры стержня нельзя считать малыми по сравненію съ его длиною и желатѣльно получить болѣе точное ур-іе для изогнутой оси стержня, нужно въ ур-іе (2), полученное на основаніи допущенія Бернулли-Эйлера, внести поправку, обусловленную отчасти дѣйствіемъ касательныхъ напряженій, отчасти нормальными напряженіями, дѣйствующими по площадкамъ параллельнымъ оси балки. Въ тѣхъ случаяхъ, для которыхъ имѣются

точные рѣшенія ¹⁾, часть поправки, соответствующая касательнымъ напряжениямъ, имѣетъ преобладающее значеніе. Допустивъ, что то же самое заключеніе справедливо для всякихъ нагрузокъ и для балокъ любого сѣченія, мы можемъ получить нужную намъ поправку къ ур-ю (2) приближеннымъ способомъ. Будемъ исходить изъ такого выраженія для кривизны ²⁾.

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{de_{xy}}{dx} - \frac{de_{xx}}{dy}.$$

Вставляя сюда вмѣсто e_{xy} и e_{xx} значеніе сдвига въ центрѣ тяжести поперечнаго сѣченія и значенія продольныхъ удлинений, опредѣляемыхъ по ф-амъ Сентъ-Венана

$$e_{xy} = \frac{kN}{FG}, \quad e_{xx} = \frac{My}{EJ},$$

гдѣ F —площадь поперечнаго сѣченія стержня, G —модуль упругости при сдвигѣ и k —численный коэффициентъ, зависящій отъ формы сѣченія и упругихъ свойствъ матеріала, придемъ къ такому дифференціальному ур-ю

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{M}{EJ} + \frac{k}{FG} \frac{d^2M}{dx^2} \dots \dots \dots (5)$$

Это ур-іе придется брать вмѣсто ур-ія (2), когда желательно найти болѣе точное выраженіе для изогнутой оси стержня. Интегрируя ур-іе (2) или (5) и принимая при этомъ во вниманіе условія закрѣпленія концовъ, мы безъ особыхъ затрудненій можемъ въ каждомъ частномъ случаѣ найти прогибы стержня и углы поворота отдѣльныхъ поперечныхъ сѣченій. Рядъ простѣйшихъ примѣровъ этого рода разобрать въ курсѣ сопротивленія матеріаловъ и мы въ дальнѣйшемъ ограничимся рассмотрѣніемъ нѣсколькихъ болѣе сложныхъ задачъ, относящихся къ изслѣдованію изгиба балокъ, лежащихъ на упругомъ основаніи и балокъ, подвергающихся одновременному дѣйствію изгиба и сжатія или изгиба и растяженія.

При вычисленіи напряженій мы будемъ предполагать, что въ сѣченіяхъ, удаленныхъ отъ мѣста приложенія силъ, величина напряженій съ достаточной для практики точностью опредѣляется рѣшеніями Сентъ-

¹⁾ См. случай круговаго сѣченія и высокаго прямоугольнаго сѣченія при изгибѣ собственнымъ вѣсомъ, рѣшенія I. H. Michell'a. Результаты ихъ приведены въ курсѣ А. Е. Н. Love, стр. 418, нѣмецкій переводъ. Случай балки эллиптическаго сѣченія, нагружаемой собственнымъ вѣсомъ, рассмотрѣвъ Я. М. Хлытчевымъ. См. Изв. Петерб. Полит. Инст. Т. XXIII (1915 г.).

²⁾ См. Курсъ теоріи упругости. Ч. I, стр. 188.

Венана. У точек приложенія сосредоточенныхъ силъ возникаютъ мѣстные напряженія, характеръ распредѣленія которыхъ въ случаѣ плоской деформациі мы изучили съ достаточной полнотой въ первой части нашего курса. Напряженія эти быстро убываютъ по мѣрѣ удаленія отъ точки приложенія силы и, какъ показываютъ подробныя вычисленія, произведенныя для нѣсколькихъ частныхъ случаевъ ¹⁾, мы можемъ въ сѣченіяхъ, удаленныхъ отъ мѣста приложенія силы на разстояніе большее высоты балки, принимать съ достаточной для практики точностью распредѣленіе напряженій, соответствующее рѣшенію Сенъ-Венана.

Въ заключеніе отмѣтимъ, что ур-іе (2) часто примѣняютъ не только къ призматическимъ стержнямъ, но и къ стержнямъ переменнаго сѣченія. Если сѣченіе медленно мѣняется вдоль балки, то, какъ показываютъ нѣкоторыя точныя рѣшенія плоской задачи ²⁾, напряженія и деформациі будутъ мало отличаться отъ тѣхъ, которыя получаются для призматическихъ стержней и, слѣдовательно, ур-іемъ (2) можно пользоваться для опредѣленія прогибовъ такихъ стержней. При этомъ J будетъ нѣкоторая ф-ія отъ x , что нужно имѣть въ виду при составленіи ур-ій, аналогичныхъ ур-ямъ (3) и (4).

Если стержень составленъ по длинѣ изъ нѣсколькихъ частей, причемъ на протяженіи каждаго участка сѣченіе не мѣняется, то ур-іе (2) примѣнимо къ каждому участку и справедливо для всѣхъ точекъ оси, достаточно удаленныхъ отъ мѣстъ сопряженія участковъ различныхъ сѣченій. Въ переходныхъ сѣченіяхъ возникаютъ мѣстные напряженія, искажающія законъ распредѣленія напряженій и деформаций. Эти мѣстные напряженія быстро убываютъ по мѣрѣ удаленія отъ переходныхъ сѣченій и потому въ тѣхъ случаяхъ, когда поперечные размѣры стержня малы по сравненію съ длинами отдѣльныхъ участковъ, мы можемъ, пользуясь ур-іемъ (2), съ достаточной точностью опредѣлять прогибы стержня.

§ 2. Изгибъ балки, лежащей на сплошномъ упругомъ основаніи.

Въ цѣломъ рядѣ техническихъ вопросовъ приходится имѣть дѣло съ изгибомъ балокъ, лежащихъ на сплошномъ упругомъ основаніи. Предполагая, что при изгибѣ такихъ балокъ основаніе оказываетъ реакціи, пропорціональныя прогибамъ, обозначимъ черезъ k величину реакціи, приходящейся на единицу длины балки при прогибѣ равномъ единицѣ. Дифференціальное ур-іе изогнутой оси балки (4) напишется въ данномъ

¹⁾ См. Filon, Phil. Trans. Roy. Soc. vol. 201 (1903 г.), I. Левинъ, Вѣстникъ Инженеровъ 1915 г.

²⁾ См. Курсъ теоріи упругости Ч. I, стр. 129.

случаѣ такъ:

$$EJ \frac{d^4 y}{dx^4} = q - ky \dots \dots \dots (6)$$

Здѣсь q —интенсивность заданной сплошной нагрузки, ky —интенсивность реактивныхъ воздѣйствій основанія на балку. Мы предполагаемъ, что y можетъ имѣть какъ положительныя, такъ и отрицательныя значенія и основаніе препятствуетъ не только опусканію, но и подъему балки. Вводя для краткости письма обозначеніе:

$$\alpha = \sqrt[4]{\frac{k}{4EJ}}, \dots \dots \dots (7)$$

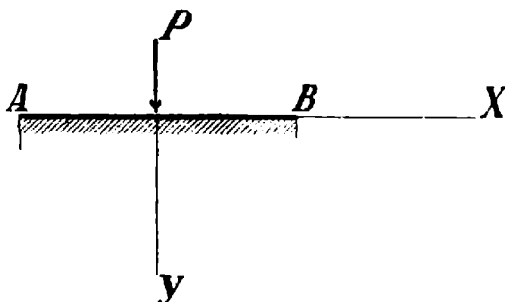
представимъ общій интеграль ур-ія (6), при постоянномъ значеніи q , въ такомъ видѣ:

$$y = \frac{q}{k} + C_1 e^{\alpha x} \cos \alpha x + C_2 e^{\alpha x} \sin \alpha x + C_3 e^{-\alpha x} \cos \alpha x + \\ + C_4 e^{-\alpha x} \sin \alpha x \dots \dots \dots (8)$$

Произвольныя постоянныя $C_1, \dots, C_4$ въ каждомъ частномъ случаѣ приходится выбирать такимъ образомъ, чтобы были удовлетворены условія на концахъ разсматриваемаго участка балки. Ходъ вычисленій покажемъ на нѣсколькихъ частныхъ примѣрахъ, имѣющихъ техническое значеніе.

§ 3. Случай бесконечно длинной балки.

Предположимъ, что балка AB , неограниченной длины, лежитъ на сплошномъ упругомъ основаніи и изгибается сосредоточенной силой P (черт. 2). Кривая изгиба въ данномъ случаѣ, очевидно, будетъ симметрична относительно точки приложенія силы, причемъ прогибы y и производныя y' , y'' , . . . должны быть малыми величинами для точекъ весьма удаленныхъ отъ мѣста приложенія силы. Этимъ условіямъ мы удовлетворимъ, если для правой вѣтви кривой, соответствующей положительнымъ значеніямъ x , положимъ въ общемъ инте-



Черт. 2.

гралъ (8)

$$C_1 = C_2 = 0.$$

Кромѣ того, въ нашемъ случаѣ $q = 0$, слѣдовательно,

$$y = e^{-\alpha x} (C_3 \cos \alpha x + C_4 \sin \alpha x).$$

Для опредѣленія произвольныхъ постоянныхъ C_3 и C_4 воспользуемся тѣмъ обстоятельствомъ, что въ точкѣ приложенія силы касательная къ изогнутой оси балки горизонтальна ¹⁾ и перерѣзывающая сила непосредственно справа отъ мѣста приложенія силы равна $-\frac{P}{2}$.

Слѣдовательно,

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)_{x=0} = 0; \quad EJ \left(\frac{d^3y}{dx^3}\right)_{x=0} = \frac{P}{2}.$$

Откуда находимъ

$$C_3 = C_4 = \frac{P}{8\alpha^3 EJ}.$$

Всѣ обстоятельства изгиба балки въ рассматриваемомъ случаѣ опредѣляются выраженіями:

$$\left. \begin{aligned} y &= \frac{P}{8\alpha^3 EJ} e^{-\alpha x} (\cos \alpha x + \sin \alpha x) = \frac{P\alpha}{2k} e^{-\alpha x} (\cos \alpha x + \sin \alpha x) \\ M &= -EJy'' = \frac{P}{4\alpha} e^{-\alpha x} (\cos \alpha x - \sin \alpha x) \\ N &= -EJy''' = -\frac{P}{2} e^{-\alpha x} \cos \alpha x \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Для всѣхъ входящихъ въ эти выраженія ф-ій имѣются готовые таблицы ²⁾, при помощи которыхъ легко можно найти величину прогиба, изгибающаго момента и перерѣзывающей силы въ любомъ сѣченіи балки.



Черт. 3.

Пользуясь принципомъ сложения дѣйствія силъ, легко при помощи ф-лъ (9) найти изгибъ балки подъ дѣйствіемъ системы сосредоточенныхъ силъ. Безъ всякихъ затрудненій мы можемъ перейти

также къ случаю изгиба балки сплошной нагрузкой, распределенной на нѣкоторомъ протяженіи. Предположимъ, напримѣръ, что равномерно распределенная нагрузка интенсивности q занимаетъ участокъ, длиною $c + c_1 = l$ (черт. 3). Пользуясь принципомъ сложения дѣйствія силъ,

¹⁾ Мы здѣсь пренебрегаемъ вліяніемъ касательныхъ напряженій на прогибъ.

²⁾ См. нашъ курсъ сопротивленія матеріаловъ III изд., стр. 228.