

**Н.В. Никольский**

# **Квантовые процессы**

**Москва  
«Книга по Требованию»**

УДК 53  
ББК 22.3  
Н11

Н11 **Н.В. Никольский**  
Квантовые процессы / Н.В. Никольский – М.: Книга по Требованию, 2014. – 348 с.

**ISBN 978-5-458-57818-9**

**ISBN 978-5-458-57818-9**

© Издание на русском языке, оформление  
«YOYO Media», 2014  
© Издание на русском языке, оцифровка,  
«Книга по Требованию», 2014

Эта книга является репринтом оригинала, который мы создали специально для Вас, используя запатентованные технологии производства репринтных книг и печати по требованию.

Сначала мы отсканировали каждую страницу оригинала этой редкой книги на профессиональном оборудовании. Затем с помощью специально разработанных программ мы произвели очистку изображения от пятен, клякс, перегибов и попытались отбелить и выровнять каждую страницу книги. К сожалению, некоторые страницы нельзя вернуть в изначальное состояние, и если их было трудно читать в оригинале, то даже при цифровой реставрации их невозможно улучшить.

Разумеется, автоматизированная программная обработка репринтных книг – не самое лучшее решение для восстановления текста в его первоизданном виде, однако, наша цель – вернуть читателю точную копию книги, которой может быть несколько веков.

Поэтому мы предупреждаем о возможных погрешностях восстановленного репринтного издания. В издании могут отсутствовать одна или несколько страниц текста, могут встретиться невыводимые пятна и кляксы, надписи на полях или подчеркивания в тексте, нечитаемые фрагменты текста или загибы страниц. Покупать или не покупать подобные издания – решать Вам, мы же делаем все возможное, чтобы редкие и ценные книги, еще недавно утраченные и несправедливо забытые, вновь стали доступными для всех читателей.



## ОГЛАВЛЕНИЕ

|                                                                                                           | Стр. |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| Глава I. Введение . . . . .                                                                               | 7    |
| § 1. Атомизм массы и заряда . . . . .                                                                     | 7    |
| § 2. Дуализм волн и частиц . . . . .                                                                      | 17   |
| § 3. Квант действия . . . . .                                                                             | 25   |
| § 4. Характеристика всякой статистической совокупности .                                                  | 31   |
| Глава II. Законы сохранения и когерентность. Общие свойства квантового статистического ансамбля . . . . . | 35   |
| § 5. Квантовые вероятности . . . . .                                                                      | 35   |
| § 6. Квантовые средние . . . . .                                                                          | 52   |
| § 7. Квантовое рассеяние . . . . .                                                                        | 63   |
| Глава III. Законы сохранения и когерентность. Квант действия и динамика . . . . .                         | 69   |
| § 8. Канонические переменные . . . . .                                                                    | 69   |
| § 9. Канонические преобразования . . . . .                                                                | 86   |
| § 10. Законы сохранения энергии и импульса . . . . .                                                      | 102  |
| § 11. Действие в классической механике . . . . .                                                          | 109  |
| § 12. Квантовые частицы . . . . .                                                                         | 136  |
| § 13. Стационарные состояния . . . . .                                                                    | 163  |
| Глава IV. Интегрирование уравнения Шредингера для стационарных состояний . . . . .                        | 183  |
| § 14. Общие замечания . . . . .                                                                           | 183  |
| § 15. Гармонический вибратор . . . . .                                                                    | 194  |
| § 16. Квантовая частица в потенциальном ящике . . . . .                                                   | 198  |
| § 17. Кеплерова задача . . . . .                                                                          | 200  |
| Глава V. Специальные законы сохранения . . . . .                                                          | 214  |
| § 18. Общая теория . . . . .                                                                              | 214  |
| § 19. Закон сохранения момента импульса. Орбитальный момент . . . . .                                     | 228  |
| § 20. Закон сохранения момента импульса. Спин . . . . .                                                   | 244  |
| § 21. Пермутационные законы сохранения (инварианты перестановок) . . . . .                                | 265  |

|                                                                             | Стр. |
|-----------------------------------------------------------------------------|------|
| Глава VI. Дальнейшие примеры . . . . .                                      | 280  |
| § 22. Уравнение Шредингера для нестационарных квантовых процессов . . . . . | 280  |
| § 23. О квантовых процессах столкновений . . . . .                          | 288  |
| Математическое дополнение . . . . .                                         | 309  |
| § 1. Векторное многообразие конечного числа измерений . .                   | 309  |
| § 2. Гильбертово пространство . . . . .                                     | 324  |
| § 3. Связь с квантовой теорией . . . . .                                    | 333  |
| Литература . . . . .                                                        | 337  |
| Указатель . . . . .                                                         | 344  |

## Г Л А В А I

### ВВЕДЕНИЕ

#### 1. Атомизм массы и заряда

1. Мы напомним прежде всего, что всякое вещество имеет атомное строение, т. е. что всякий микроскопический кусок тела того или иного состава является собранием очень большого числа взаимодействующих между собой отдельных частичек — молекул, расчленившихся в свою очередь на отдельные атомы. Этот факт — атомизм вещества — имеет, как легко сообразить, громадное принципиальное значение и потому является одним из величайших завоеваний точного естествознания нашего времени. Экспериментальных доказательств атомной структуры вещества существует ныне бесчисленное множество, и мы не можем уделить им здесь место, отсылая читателя к существующим курсам атомной физики. Мы отметим, однако, основные следствия, вытекающие из факта атомной структуры вещества.

Прежде всего атомизм вещества приводит к тому, что в физических процессах мы должны всегда различать две стороны процесса, а именно, во-первых, сторону *макроскопическую*, обусловленную тем обстоятельством, что процесс разыгрывается при участии очень большого числа участников — отдельных микроскопических частичек, и, во-вторых, сторону *микроскопическую*, основанную на проявлении непосредственных свойств самих мельчайших частичек. Именно последние свойства и будут нас интересовать в этой книге, так как изучение их и составляет предмет квантовой физики. Мы увидим, что микроскопические тела ни в коем случае не являются уменьшенными копиями тел, нам привычных, тел макроскопических. Свойства отдельных атомов и молекул, как показывает опыт, резко отличаются от свойств макроскопических тел. Различие настолько сильно, что при первом знакомстве законы микромира кажутся глубоко непонятными. Однако по мере того как сознание сживается с закономерностями новой области явлений, становятся очевидными естественная необходимость и неизбежность именно такого характера атомных процессов. Отличие микромира от макромира следует

уже из того, что свойства макроскопических тел возникают лишь как свойства весьма многочисленных собраний взаимодействующих молекул и атомов, равно как и иных микроскопических частиц.

Соответственно этому многие из макроскопических свойств, на первый взгляд являющихся самоочевидными, претерпевают при переходе в микромир весьма существенные изменения, а подчас и совсем исчезают. Отметим, например, что понятие температуры, столь привычное в макроскопических условиях, бессмысленно, если речь идет о нескольких атомах. Также бессмысленно говорить о цвете атома или иных микроскопических частиц и т. п. Наряду с исчезновением многих из привычных макроскопических свойств мы наталкиваемся в атомном мире на совершенно новые, совершенно неизвестные макрофизике свойства. И чем подробнее мы знакомимся с новым для нас микромиром, миром, которого никогда еще не знала человеческая практика, тем больше мы находим этих новых свойств. Некоторые из этих свойств приходится обозначать специальными названиями, которые, конечно, ничего не могут сказать знакомому с одной макрофизикой. Таково, например, свойство, называемое „спином“ частиц (spin). Таково еще явление „идентичности“ микроскопических частиц, своеобразная потеря их индивидуальности в системе взаимодействующих частиц, ведущая к „антисимметрической“ или „симметрической статистике“, — также совершенно неизвестным в макромире физическим свойствам.

2. Однако, отмечая неизбежность изменения — подчас глубочайшего — многих из макроскопических свойств при переходе в область микроскопических явлений, мы должны вместе с тем отметить, что имеются также свойства, одинаково присущие как телам макроскопическим, так и телам микроскопическим (разумеется, на данной стадии дробления вещества). Такими свойствами являются прежде всего масса и электрический заряд.

Масса — одно из важнейших свойств вещества, взятого в макроскопических условиях, т. е. когда речь идет о собраниях атомов в громадном, но все же конечном числе\*); вместе с тем — и это, собственно, и ведет к представлению о микроскопических частицах — современная экспериментальная техника позволяет измерить отдельные атомы массы, т. е. измерить массы отдельных микроскопических частиц.

Каждая отдельная индивидуальная микроскопическая частица имеет вполне определенную массу, которую мы и можем измерить с очень большой степенью точности, сравнивая ее с массой других частиц.

Вторым важнейшим свойством, характерным для микромира и сохраняющимся в макроусловиях, является электрический заряд.

\*) Напомним число Лошмидта (I. Loschmidt 1821—1895), т. е. число молекул в одном моле вещества:

$$N = 6,06 \cdot 10^{23} \text{ Mol}^{-1}.$$



В настоящее время имеется бесчисленное множество прямых и косвенных экспериментальных данных, взятых из самых разнообразных областей физики и химии и свидетельствующих об атомизме электрического заряда. Согласно этим данным всякий электрический заряд является кратным от элементарного заряда  $e$ , численно равного

$$e = \pm (4,770 \pm 0,005) \cdot 10^{-10} \text{ эл.-ст. ед.}$$

Из экспериментальных доказательств атомизма заряда упомянем только непосредственное доказательство, принадлежащее американскому физiku Р. Милликену<sup>1</sup>, впервые в 1916 г. измерившему заряды микроскопических капелек и установившему, что эти заряды всегда представляют собой целое кратное элементарного заряда  $e$ .

3. Сопоставление измерений масс и электрических зарядов элементарных частиц, осуществленное в различных лабораториях за последние 30 лет<sup>2</sup>, показало, что существуют два основных типа частиц, именно частицы легкие и частицы тяжелые. Основные их свойства приведены в следующей таблице:

| Символ                  | Название | Заряд | Масса *) | Спин      | Магнитный момент в $\mu_k$ | Статистика       |
|-------------------------|----------|-------|----------|-----------|----------------------------|------------------|
| А. Легкие частицы **)   |          |       |          |           |                            |                  |
| $e^-$ или $\epsilon^-$  | электрон | $-e$  | 0,000543 | $\hbar/2$ | -1840                      | Антисимметричная |
| $e^+$ или $\epsilon^+$  | позитрон | $+e$  | 0,000543 | $\hbar/2$ | +1840                      | Антисимметричная |
| $h\nu_0^0$ или $\gamma$ | фотон    | 0     | 0        | —         | 0                          | Симметричная     |
| Б. Тяжелые частицы **)  |          |       |          |           |                            |                  |
| $H_1^1$                 | протон   | $+e$  | 1,0081   | $\hbar/2$ | $+2,8 \pm 0,5$             | Антисимметричная |
| $n_0^1$                 | нейтрон  | 0     | 1,0090   | $\hbar/2$ | $-2,0 \pm 0,6$             | Антисимметричная |

\*) Массы приведены в атомных единицах массы  $mE$ :

$$\frac{1}{1000} mE = 10^{-3} M \left( {}_8^{16}O \right) \frac{c^2}{16} = 9,28 \cdot 10^5 \text{ эВ.}$$

где  $10^6 \text{ эВ} = 1,59 \cdot 10^{-6} \text{ эрга.}$

$$\hbar = 1,042 \cdot 10^{-27} \text{ эрг} \cdot \text{сек.}; \quad \mu_k = \frac{e\hbar}{2Mc}.$$

В граммах масса электрона и протона равна  $m_0 = 9,02 \cdot 10^{-28} \text{ г.}$  Масса протона  $M_0 = 1,66 \cdot 10^{-24} \text{ г.}$ ;  $M/m = 1840$ .

\*\*) При символе справа вверху указано массовое число, а справа внизу число элементарных зарядов, связанных с частицей.

К тяжелым частицам относятся также и все атомные ядра, состоящие, как известно, из протонов и нейтронов. Простейшими

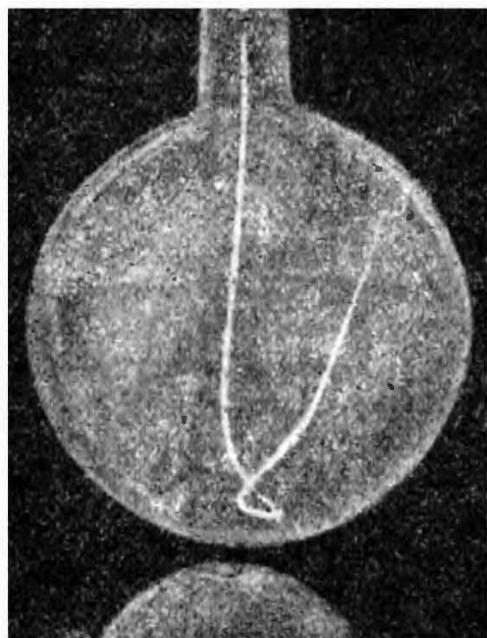


Рис. 1. Отыклонение электрона намагниченным шаром.

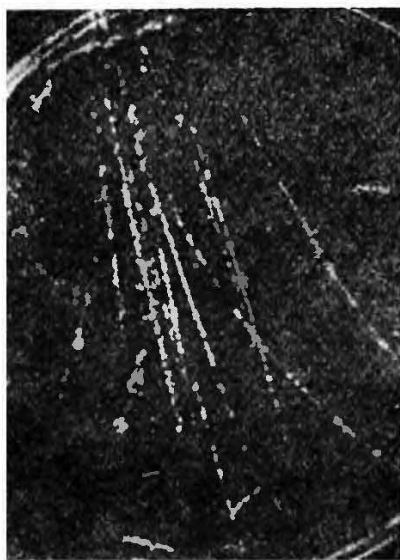


Рис. 2. „Ливень“ космических лучей, содержащий электроны и позитроны различной скорости.

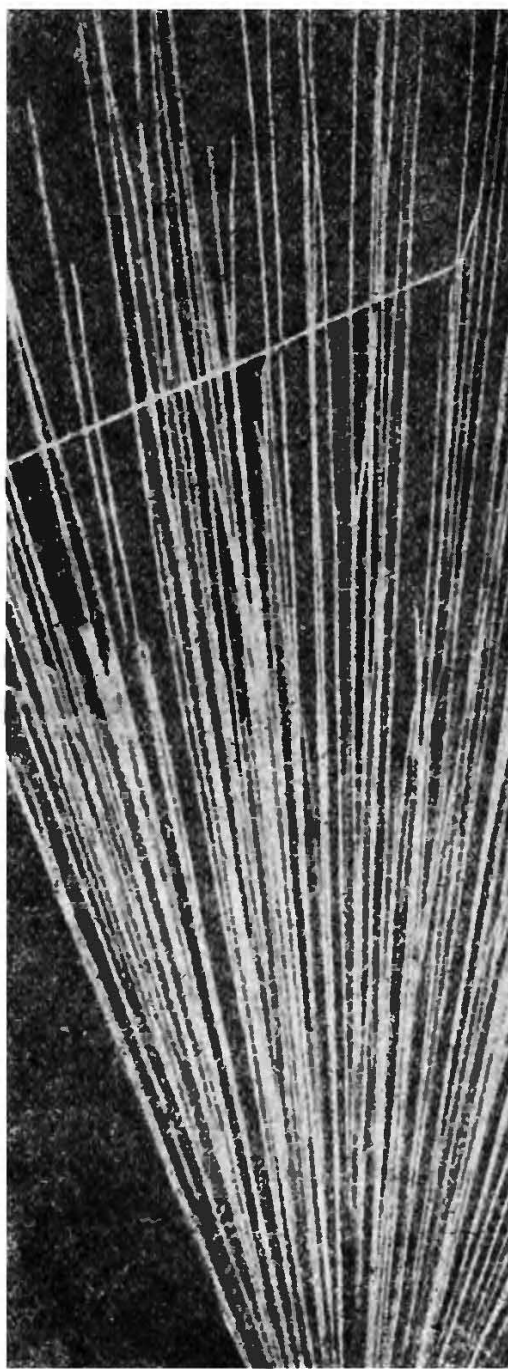


Рис. 3. Взрыв ядер атомов азота, в которые попали  $\alpha$ -частицы. Среди выпускаемых частиц—протон с весьма длинным пробегом.

ядрами являются дейтоны, состоящие из одного протона и одного нейтрона, тритоны, состоящие из двух нейтронов и одного протона (ядра тяжелого водорода  $H_1^2$  и  $H_1^3$ ); далее — ядра легкого изото-

на гелия, состоящие из двух протонов и одного нейтрона, и  $\alpha$ -частицы, состоящие из двух протонов и двух нейтронов.

Любопытно, что процессы взаимодействия протонов и нейтронов связаны с образованием и уничтожением электронов и позитронов и характеризуются массой, тогда как процессы взаимодействия электронов и позитронов, а также протонов, связаны с образованием или уничтожением фотонов и характеризуются электрическим зарядом.

Заряженные частицы наблюдаются в камере Вильсона. Мы приводим ряд фотографий различных элементарных частиц, полученных этим методом (рис. 1—3).

4. Скажем несколько слов о непосредственных измерениях масс и зарядов перечисленных основных частиц.

Если летящая электрически заряженная частица подвергается воздействию электрического или магнитного поля, то последние искривляют ее траекторию; именно, в однородном электрическом поле, имеющем напряженность  $E$ , частица движется по кубической параболе, в магнитном же поле напряженности  $H$ , имеющем направление, перпендикулярное к плоскости траектории частицы, последняя начинает двигаться по кругу, не меняя своей скорости. Радиус этого круга определяется  $H$ , скоростью частицы  $v$  и отношением ее заряда  $e$  к ее массе  $m$ . Точно так же, в случае электрического поля, параболическое отклонение траектории зависит от  $v$ ,  $E$  и отношения  $e$  к  $m$ . Таким образом, зная  $v$ , можно найти  $e/m$ .

Комбинируя же действия  $E$  и  $H$ , а именно, подвергая частицу действию скрещенных или параллельных полей, можно достичь определения  $e/m$  и  $v$  или только  $e/m$ , минуя  $v$ .

На этих соображениях основывались осуществленные Дж. Дж. Томсоном в 1897 г.<sup>3</sup>, далее в 1905 г. Кауфманом<sup>4</sup> и затем Бухерером<sup>5</sup> и Классеном<sup>6</sup> в 1908 г. измерения  $e/m$  для частиц, образующих катодные лучи. Эти измерения показали, во-первых, что катодные лучи представляют собой поток отрицательно заряженных частиц с массой  $m_0$  и зарядом  $-e$ , т. е. попросту поток электронов, и, во-вторых, что импульс этих частиц меняется с их скоростью по релятивистскому закону:

$$p = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - v^2/c^2}},$$

где  $c$  — скорость света.

Аналогичные исследования каналовых лучей дали отношение  $e/m$ , соответствующее положительному заряду  $+e$  и меняющееся в зависимости от того, каким газом наполнялась трубка, причем здесь отношение  $e/m$  оказалось в тысячи раз меньше, чем для электронов. Таким образом в этом случае мы имеем положительно заряженные частицы с массой, в тысячи раз большей, чем масса электрона. Это — ядра атомов и ионы различных элементов, в частности, при наполнении трубки водородом, это — протоны, т. е. ядра атомов водорода, при наполнении трубки гелием, это —  $\alpha$ -частицы и т. д.<sup>7</sup>

Метод отклонения движущихся в электромагнитном поле заряженных частиц был, по идее Дж. Дж. Томсона<sup>8</sup>, использован для определения массы ядер, так как, зная заряд  $e$  из каких-либо других измерений и измеряя  $\frac{e}{m}$  методом отклонения, можно найти  $m$ .

Эта идея легла в основу метода масс-спектрокопии, разработанного Астоном и Бейнбриджем в точнейший метод определения масс ядер, который привел, как известно, к открытию изотопов.

Если в первоначальном потоке имелось несколько типов частиц, обладающих различными массами, то после прохождения отклоняющего их поля поток частиц, первоначально представлявший собой тонкий пучок, расщепится на ряд изогнутых пучков. Ставя на пути

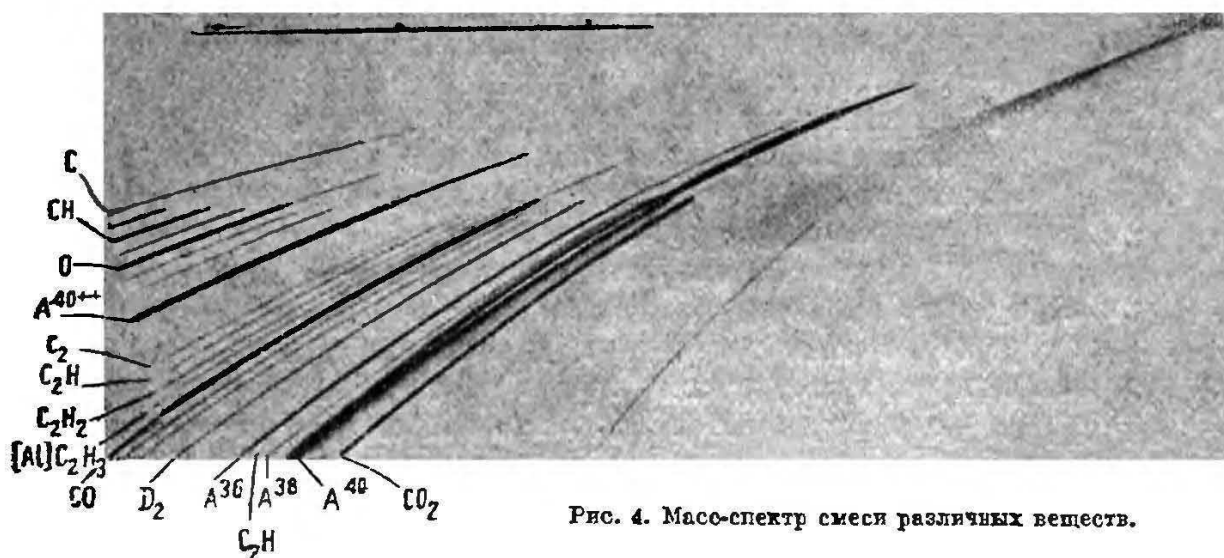


Рис. 4. Масс-спектр смеси различных веществ.

этих несущихся частиц фотографическую пластинку, мы получим на ней столько различных почернений, сколько имеется в потоке групп частиц\*) с разными отношениями  $\frac{e}{m}$ , т. е. столько, на сколько частей расщепился начальный поток. Вычисляя, по условиям опыта,  $\frac{e}{m}$  и зная  $e$ , найдем  $m$ . Такие фотографии называются *масс-спектрами*. Как пример масс-спектра приводим фотографию (рис. 4). Цифры показывают массы частиц, вычисленные по условиям опыта для данного случая.

Исследование массы изотопов показало, что масса частиц не является аддитивным свойством, но что имеет место уменьшение массы частиц при объединении их в энергетически связанную систему. Система энергетически связанных частиц имеет в целом массу, меньшую алгебраической суммы масс частиц, образующих систему. Это уменьшение массы за счет увеличения энергии связи объединяющихся в систему частиц называется *дефектом массы*; ис-

\*) Частицы эти — ионы атомов исследуемого вещества.

следование дефекта массы имеет громадное значение в физике ядра, так как он характеризует степень энергетической связанности частиц в систему. По порядку величины дефект массы равен нескольким промилле от общей массы ядра. Дефект массы — свойство, присущее не только частицам, образующим ядро, но и вообще всем частицам. Так, например, электроны, образующие оболочку атома, также в системе имеют суммарную массу, меньшую, чем алгебраическая сумма их масс и массы связывающего их ядра. Однако в этих случаях изменение массы ничтожно мало вследствие сравнительной незначительности энергии связи, тогда как в ядре мы имеем огромные энергии связи, и дефект массы становится экспериментально ощутимым. Необходимо заметить, что отсутствие аддитивности массы, или, что то же, дефект массы, непосредственно связано с релятивистской природой энергетических взаимодействий. В настоящее время дефект массы известен для большей части атомных ядер<sup>10</sup>.

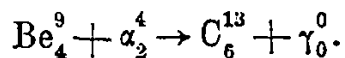
Следующая таблица<sup>10</sup> дает представление о величине дефекта массы для простейших ядер:

| Ядро     | Дефект<br>массы в $mc^2$ |
|----------|--------------------------|
| $D_1^2$  | 4,0                      |
| $T_1^3$  | 15,8                     |
| $He_2^4$ | 54,0                     |

Вычисляя дефект массы, мы узнаем энергию связи частиц в ядре.

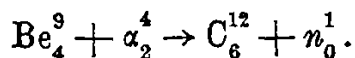
По экспериментальным данным удаление одного протона или нейтрона из ядра требует затраты энергии около 1% его массы ( $m_0c^2$ ), т. е. около  $10^7$  eV (Вейсцекер<sup>2</sup>, стр. 7).

Исследования сложных ядер выяснили, что они образованы из протонов и нейтронов, именно ядро с зарядом  $Z$  и массовым числом  $A$  состоит из  $Z$  протонов и  $(A - Z)$  нейтронов. Нейтроны — тяжелые, электрически нейтральные частицы — были открыты в 1932 г. при изучении явлений расщепления ядер атомов бериллия  $\alpha$ -частицами. Боте и Бекер<sup>11</sup>, изучая эти явления, установили, что при этом происходит превращение ядра изотопа бериллия  $Be_4^9$  в изотоп углерода  $C_6^{13}$ , сопровождающееся  $\gamma$ -излучением:



Однако такая интерпретация явления недостаточно полна, так как  $\gamma$ -излучение обнаружило своеобразные особенности. Исследования этих особенностей Боте и Бекером<sup>12</sup>, Чэдвиком<sup>13</sup> и Кюри и Жолио<sup>14, 15</sup> показали, что, наряду с  $\gamma$ -излучением, в этом процессе освобождаются частицы, имеющие массу порядка массы протона и электрически нейтральные; эти частицы были названы нейтронами

и обозначаются через  $n_0^1$ . Таким образом наряду с вышеупомянутым процессом имеется следующий:



Установить, что освобождающиеся частицы электрически нейтральны, удалось, показав, что они не оставляют следа в камере Вильсона, т. е. что они не обладают ионизирующей способностью и, не взаимодействуя с электрическими зарядами, обладают большим пробегом. Далее, изучение балансов энергии и импульса показало, что частицы имеют массу порядка массы протона. Вышеприведенное число получилось в результате одного из наиболее точных определений массы нейтрона  $m_n$ , осуществленного Чэдвиком и Гольдгабером<sup>16</sup>, разбившими дейтон на протон и нейтрон при помощи жестких  $\gamma$ -лучей.

Открытие нейтронов существенно изменило представление о ядре атома. До этого открытия ядро представляли состоящим из протонов и электронов, взаимодействующих посредством электрического поля. Эта точка зрения вела к серьезным затруднениям. В настоящее время, как указывалось выше, ядро представляют состоящим из протонов и нейтронов, энергично взаимодействующих между собой; при этом силы взаимодействия, вследствие нулевого заряда нейтрона, не электрической природы. В то же время это — и не гравитационные силы, так как последние исчезающе малы в атомной области. Таким образом с открытием нейтронов выяснилось, что с массой связаны существенно новые, неизвестные ранее взаимодействия, и теория строения ядра необходимым образом предполагает анализ этого нового типа взаимодействий<sup>2, 17</sup>.

Энергия этих протонно-нейтронных взаимодействий чрезвычайно велика в сравнении с электромагнитной; однако силы, характеризующие эти взаимодействия, очень быстро убывают при удалении друг от друга взаимодействующих частиц. Далее, эти взаимодействия каким-то ныне еще почти совершенно не исследованным образом связаны с процессами возникновения и уничтожения легких заряженных частиц — электронов и позитронов. Эти обусловленные массой взаимодействия должны, повидимому, определять и атомный характер массы \*).

Переходя к легким частицам, отметим, что позитроны (об электронах уже говорилось) были открыты в 1932 году американским физиком Андерсоном<sup>18</sup>, исследовавшим космическое излучение и нашедшим в его составе позитроны. В скором времени после этого позитроны были обнаружены в процессах искусственного радиоактивного распада (Кюри и Жолио<sup>19</sup>). В 1933г. Тибо<sup>20</sup> измерил для

---

\*) Таким образом мы имеем здесь дело с фундаментальной задачей теоретической физики: выяснением условий образования элементарных частиц.