

**А. И. Ахиезер, С. В. Пелетминский, В. Г.
Барьяхтар**

СПИНОВЫЕ ВОЛНЫ

**Москва
«Книга по Требованию»**

УДК 53
ББК 22.3
А11

А11 **А. И. Ахиезер**
Спиновые волны / А. И. Ахиезер, С. В. Пелетминский, В. Г. Барьяхтар – М.: Книга по Требованию, 2021. – 366 с.

ISBN 978-5-458-49877-7

В качестве вводного описания подробно излагается обменная модель ферромагнетика и антиферромагнетика. Развита феноменологическая (макроскопическая) теория спиновых волн. Рассмотрено поведение ферромагнетиков и антиферромагнетиков в высокочастотном внешнем поле (ферромагнитный и антиферромагнитный резонанс). Развита теория взаимодействия между упругими деформациями и спиновыми волнами. Изложена квантовая теория спиновых волн. Рассмотрены термодинамические свойства ферромагнетиков и антиферромагнетиков (спиновая теплоемкость, магнитно-калорический эффект). Развита формализм гриновских функций применительно к рассматриваемым задачам. Кратко рассмотрены эффекты, связанные с флуктуациями магнитных характеристик (в частности рассеяние медленных нейтронов на спиновых волнах). Описаны кинетические эффекты в ферромагнетиках (магنون-магنونное и магنون-фононное рассеяние).

ISBN 978-5-458-49877-7

© Издание на русском языке, оформление
«YOYO Media», 2021

© Издание на русском языке, оцифровка,
«Книга по Требованию», 2021

Эта книга является репринтом оригинала, который мы создали специально для Вас, используя запатентованные технологии производства репринтных книг и печати по требованию.

Сначала мы отсканировали каждую страницу оригинала этой редкой книги на профессиональном оборудовании. Затем с помощью специально разработанных программ мы произвели очистку изображения от пятен, клякс, перегибов и попытались отбелить и выровнять каждую страницу книги. К сожалению, некоторые страницы нельзя вернуть в изначальное состояние, и если их было трудно читать в оригинале, то даже при цифровой реставрации их невозможно улучшить.

Разумеется, автоматизированная программная обработка репринтных книг – не самое лучшее решение для восстановления текста в его первоизданном виде, однако, наша цель – вернуть читателю точную копию книги, которой может быть несколько веков.

Поэтому мы предупреждаем о возможных погрешностях восстановленного репринтного издания. В издании могут отсутствовать одна или несколько страниц текста, могут встретиться невыводимые пятна и кляксы, надписи на полях или подчеркивания в тексте, нечитаемые фрагменты текста или загибы страниц. Покупать или не покупать подобные издания – решать Вам, мы же делаем все возможное, чтобы редкие и ценные книги, еще недавно утраченные и несправедливо забытые, вновь стали доступными для всех читателей.



Серия Книжный Ренессанс

www.samizday.ru/reprint

§ 27. Релаксация магнитного момента в ферромагнетиках . . .	268
1. Квазиравновесные бозевские распределения магненов и фононов	268
2. Уравнения для определения параметров квазиравновесных распределений	273
3. Релаксация магнитного момента и выравнивание температур спинов и решетки	276
4. Релаксация магнитного момента в области очень низких температур	278
§ 28. Теплопроводность ферромагнетиков	281
1. Поток энергии спиновых волн	281
2. Кинетические уравнения для определения функций распределения магненов и фононов	284
3. Теплопроводность ферромагнетиков при низких температурах	287
4. Второй звук в ферромагнетиках	292
Глава VIII. Квантовая теория спиновых волн, использующая индефинитную метрику	296
§ 29. Квантование спиновых волн	295
1. Операторы идеализированных спинов	295
2. Индефинитная метрика	299
3. Связь матричных элементов спинов и идеализированных спинов	301
4. Теорема о следах	305
5. Связь между различными реализациями операторов спина	305
6. Представление статистической суммы ферромагнетика с помощью бозевских операторов	307
§ 30. Термодинамический потенциал ферромагнетика	316
1. Разложение термодинамического потенциала по степеням температуры	316
2. Уравнения, определяющие амплитуду рассеяния двух магненов	320
3. Амплитуда рассеяния магненов в области малых импульсов	323
§ 31. Теория высокочастотной магнитной восприимчивости ферромагнетиков	328
1. Связь тензора высокочастотной магнитной восприимчивости ферромагнетика с функциями Грина магненов	328
2. Нахождение функций Грина магненов	331
3. Компоненты тензора высокочастотной магнитной восприимчивости	338
Дополнение. Спиновые волны в неферромагнитных металлах (В. П. Силин)	344
Литература	364

ПРЕДИСЛОВИЕ

В последние годы, особенно в связи с различными приложениями, интенсивно развиваются исследования магнитоупорядоченных кристаллов — ферромагнетиков, антиферромагнетиков и ферритов. Многие свойства этих кристаллов — в первую очередь высокочастотные, а также термодинамические и кинетические свойства — определяются в области низких температур специфическими волнами, могущими распространяться в этих телах, так называемыми спиновыми волнами, представляющими собой передающиеся от атома к атому колебания атомного магнитного момента.

Эти волны и связанные с ними частицы — магноны, открытые в 1930 г. Блохом, во многом аналогичны дебаевским квантам звука — фононам в обычных кристаллах. Как те, так и другие подчиняются статистике Бозе — Эйнштейна, и вносят свой вклад в теплоемкость и теплопроводность магнитоупорядоченных кристаллов. В отличие от фононов спиновые волны — магноны — обладают магнитным моментом, поэтому они определяют не только тепловые, но и магнитные свойства магнитоупорядоченных кристаллов.

Настоящая книга посвящена теории спиновых волн. Мы начинаем с изложения основ теории ферромагнетизма — модели Гейзенберга, и далее последовательно излагаем сперва феноменологическую, а затем микроскопическую теорию спиновых волн.

Феноменологическая теория, базирующаяся на уравнениях электромагнитного поля Максвелла и уравнении движения магнитного момента, позволяет исследовать высокочастотные свойства магнитоупорядоченных кристаллов, в частности однородный и неоднородный ферромагнитный и антиферромагнитный резонансы, поверхностный импеданс, параметрическое возбуждение спиновых волн, когерентное

усиление спиновых волн потоками заряженных частиц. Она позволяет также, с привлечением теории упругости, развить теорию связанных магнитоупругих волн, в частности теорию магнитоакустического резонанса.

Фундаментальной проблемой в микроскопической теории спиновых волн является проблема их квантования, сводящаяся к представлению операторов спина с помощью бозевских операторов рождения и уничтожения магнонов. Мы излагаем два метода решения этой проблемы, принадлежащие Голстейну и Примакову и Дайсону. Кроме того, мы приводим решение задачи о связанных состояниях двух магнонов.

Микроскопическая теория спиновых волн позволяет исследовать термодинамические и кинетические свойства магнитоупорядоченных кристаллов в области низких температур. При исследовании термодинамических свойств магнитоупорядоченный кристалл можно рассматривать как совокупность идеальных газов магнонов, фононов и электронов проводимости. Мы определяем зависимости намагниченности и теплоемкости магнитоупорядоченных кристаллов от температуры и внешнего магнитного поля, а также излагаем теорию флуктуаций магнитных величин, позволяющую исследовать такие явления, как рассеяние медленных нейтронов и рассеяние электромагнитных волн на спиновых волнах.

Кинетические свойства магнитоупорядоченных кристаллов существенно связаны с неидеальностью газов магнонов, фононов и электронов проводимости. Поэтому для их исследования необходим учет различных процессов взаимодействия между магнонами, фононами и электронами проводимости, а также между этими частицами и примесными атомами. Мы ограничиваемся рассмотрением только достаточно чистых магнитоупорядоченных диэлектриков, кинетические свойства которых определяются процессами рассеяния магнона магноном и черенковским излучением фонона магноном. Мы излагаем теорию релаксации магнитного момента и выравнивания температур спинов и решетки в таких кристаллах, а также теорию теплопроводности магнитоупорядоченных диэлектриков; наконец, мы излагаем квантовую теорию высокочастотной магнитной восприимчивости ферромагнетиков.

Мы надеемся, что эта книга, несмотря на ее неполноту — в ней отсутствует, например, микроскопическая теория кинетических явлений в ферромагнитных металлах и не содержится теория спиновых волн в сложных (винтовых) магнитных структурах, — будет, тем не менее, полезной как теоретикам,

так и экспериментаторам, работающим в области физики магнитоупорядоченных кристаллов.

Для понимания большей части книги достаточно знания основ квантовой механики и статистической физики, и только последняя глава, содержащая более абстрактный материал, требует знания квантовой теории поля. Из этой главы, которая в первом чтении может быть опущена, для экспериментаторов должен представлять интерес последний раздел последнего параграфа.

Мы хотели бы в заключение выразить благодарность И. А. Ахиезеру, написавшему для книги параграф о флуктуациях магнитных величин и рассеянии медленных нейтронов и электромагнитных волн на спиновых волнах, и В. П. Силину, написавшему дополнение о спиновых волнах в неферромагнитных металлах. Мы благодарны также В. В. Ганну, В. А. Попову, М. А. Савченко и Л. А. Шишкину за помощь в подготовке рукописи.

Авторы

ГЛАВА I

ФЕРРОМАГНЕТИКИ И АНТИФЕРРОМАГНЕТИКИ

§ 1. Обменная модель ферромагнетика

1. Магнитное упорядочение. Целый ряд кристаллов обладает упорядоченной магнитной структурой. Это значит, что в отсутствие стороннего магнитного поля среднее (квантовомеханическое) значение магнитного момента по крайней мере одного из атомов в каждой элементарной ячейке кристалла отлично от нуля.

В простейшем типе магнитоупорядоченных кристаллов — ферромагнетиках (Fe, Ni, Co, Dy) — средние значения магнитных моментов всех атомов имеют одинаковую ориентацию, если только температура ферромагнетика не превосходит определенной критической температуры — температуры Кюри. Благодаря этому ферромагнетики обладают спонтанным магнитным моментом, т. е. макроскопическим магнитным моментом, отличным от нуля в отсутствие стороннего магнитного поля.

В более сложных магнитоупорядоченных кристаллах — антиферромагнетиках (к их числу относятся карбонаты, безводные сульфаты, окислы, фториды переходных металлов Mn, Ni, Co, Fe) — средние значения магнитных моментов атомов (в отсутствие стороннего магнитного поля) компенсируют друг друга в пределах каждой элементарной ячейки. Иными словами, антиферромагнетик представляет собой совокупность нескольких подрешеток (их называют магнитными подрешетками), для каждой из которых среднее значение магнитных моментов атомов отлично от нуля. Такая магнитная упорядоченность имеет место, если температура антиферромагнетика ниже определенной критической температуры — температуры Нееля.

Наконец, существует еще один тип магнитоупорядоченных кристаллов — ферриты, которые состоят из нескольких магнитных подрешеток, магнитные моменты которых, в отличие от антиферромагнетиков, не компенсируются, так что феррит обладает спонтанным магнитным моментом. Ферритами являются, например, соединения переходных металлов типа комплексных солей $MnO \cdot Fe_2O_3$, $3Y_2O_3 \cdot 5Fe_2O_3$ и др.

Магнитная упорядоченность ферро- и антиферромагнетиков возникает благодаря корреляции между направлениями спинов электронов отдельных атомов этих тел, магнитный момент которых имеет в основном спиновую природу. Эта корреляция обусловлена в свою очередь взаимосвязью между пространственной симметрией волновой функции и величиной суммарного спина системы электронов. Такая взаимосвязь, являющаяся следствием принципа неразличимости одинаковых частиц, приводит к зависимости энергии системы от величины ее полного спина, так как волновым функциям, обладающим различной пространственной симметрией, соответствуют, вообще говоря, различные значения энергии системы.

Существенно, что при этом гамильтониан системы может не содержать членов, описывающих магнитные, т. е. релятивистские, взаимодействия электронов, так что речь идет о чисто квантовом эффекте, связанном с тем, что электроны подчиняются статистике Ферми — Дирака. Этот эффект называют обменным эффектом, а о зависимости энергии системы от величины ее полного спина (т. е. о зависимости энергии от свойств симметрии волновой функции) обычно говорят, что она обусловлена обменным взаимодействием.

2. Молекула водорода. Разъясним характер обменного взаимодействия на простейшем примере молекулы водорода, два электрона которой электростатически взаимодействуют между собой и с обоими протонами молекулы [1].

Гамильтониан системы электронов при закрепленных на заданном расстоянии ядрах имеет, очевидно, вид

$$\mathcal{H} = \frac{p_1^2 + p_2^2}{2m} + e^2 \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r_{12}} - \frac{1}{r_{a1}} - \frac{1}{r_{a2}} - \frac{1}{r_{b1}} - \frac{1}{r_{b2}} \right),$$

где p_1 , p_2 — операторы импульсов электронов, m и e — их масса и заряд и, наконец, $r_{\alpha\beta}$ — расстояние между частицами α и β (1, 2 — индексы электронов, a , b — индексы ядер, $r = r_{ab}$). Так как \mathcal{H} не содержит членов, описывающих магнитное взаимодействие электронов, то волновую функцию

системы электронов ψ можно представить в виде произведения пространственной $\varphi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$ и спиновой $\chi(\sigma_1, \sigma_2)$ волновых функций;

$$\psi(\mathbf{r}_1\sigma_1, \mathbf{r}_2\sigma_2) = \varphi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)\chi(\sigma_1, \sigma_2)$$

(σ_1, σ_2 — проекции спинов электронов на некоторую ось).

Функция ψ должна быть, согласно принципу Паули, антисимметричной относительно одновременной перестановки координат и спиновых переменных электронов. Это значит, очевидно, что симметричной спиновой функции соответствует антисимметричная пространственная функция и, наоборот, антисимметричной спиновой функции соответствует симметричная пространственная функция. Функция χ будет симметричной, если суммарный спин S обоих электронов равен единице, $S = 1$, и антисимметричной, если $S = 0$. Поэтому пространственная волновая функция будет антисимметричной при $S = 1$ и симметричной при $S = 0$. Мы будем обозначать эти функции соответственно через φ_a и φ_s .

Предполагая, что взаимодействие между атомами является слабым и что оба они находятся в основном состоянии, можно приближенно построить функции $\varphi_s(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$ и $\varphi_a(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$ с помощью волновых функций электрона, движущегося в кулоновском поле каждого из ядер:

$$\varphi_s(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \frac{1}{\sqrt{2(1+\gamma^2)}} \{ \varphi(\mathbf{r}_{a1})\varphi(\mathbf{r}_{b2}) + \varphi(\mathbf{r}_{a2})\varphi(\mathbf{r}_{b1}) \}, \quad S = 0,$$

$$\varphi_a(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \frac{1}{\sqrt{2(1-\gamma^2)}} \{ \varphi(\mathbf{r}_{a1})\varphi(\mathbf{r}_{b2}) - \varphi(\mathbf{r}_{a2})\varphi(\mathbf{r}_{b1}) \}, \quad S = 1,$$

где $\varphi(\mathbf{r}_{ai})$ — нормированная волновая функция атома водорода, «состоящего» из i -го электрона ($i = 1, 2$) и a -го ядра ($a = a, b$) и

$$\gamma = \int \varphi(\mathbf{r}_{a1})\varphi(\mathbf{r}_{b1}) d\mathbf{r}_1.$$

Значения энергии молекулы в состояниях с $S = 1$ и $S = 0$ связаны с функциями φ_a и φ_s соотношениями

$$E_{\uparrow\uparrow}(r) = \int \varphi_a(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \mathcal{H} \varphi_a(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2,$$

$$E_{\uparrow\downarrow}(r) = \int \varphi_s(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \mathcal{H} \varphi_s(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2$$

(в интегралах опущен знак комплексного сопряжения, так как φ_a и φ_s являются вещественными функциями в силу

предположения о том, что атомы находятся в основном состоянии). Подставляя сюда приведенные выше выражения для φ_a и φ_b , найдем

$$E_{\uparrow\uparrow}(r) = \frac{A(r) - B(r)}{\sqrt{1 - \gamma^2}}, \quad E_{\uparrow\downarrow}(r) = \frac{A(r) + B(r)}{\sqrt{1 + \gamma^2}},$$

где

$$A(r) = \int U \varphi^2(\mathbf{r}_{a1}) \varphi^2(\mathbf{r}_{b2}) d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2,$$

$$B(r) = \int U \varphi(\mathbf{r}_{a1}) \varphi(\mathbf{r}_{b1}) \varphi(\mathbf{r}_{a2}) \varphi(\mathbf{r}_{b2}) d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2$$

и

$$U = e^2 \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r_{12}} - \frac{1}{r_{a2}} - \frac{1}{r_{b1}} \right),$$

(в выражениях для $E_{\uparrow\uparrow}(r)$ и $E_{\uparrow\downarrow}(r)$ отброшены не зависящие от r слагаемые, представляющие собой энергию двух атомов водорода, находящихся на бесконечном расстоянии друг от друга).

Величина $A(r)$ определяет, очевидно, электростатическую энергию взаимодействия обоих атомов в предположении, что каждый из электронов «жестко» связан с одним из ядер (электрон 1 с ядром a и электрон 2 с ядром b), а величина $B(r)$ — их обменную энергию. Последнее название связано с тем, что величина $B(r)$ представляет собой матричный элемент электростатической энергии взаимодействия электронов U между состоянием, в котором электрон 1 «принадлежит» ядру a и электрон 2 — ядру b , и состоянием, в котором электрон 1 «принадлежит» ядру b и электрон 2 — ядру a .

Обменная энергия отличается важной особенностью: она быстро (экспоненциально) уменьшается с увеличением расстояния между ядрами, в отличие от медленно спадающей энергии их кулоновского взаимодействия. Это объясняется тем, что в $B(r)$ входят произведения волновых функций электронов, «привязанных» к разным ядрам, $\varphi(\mathbf{r}_{a1})\varphi(\mathbf{r}_{b1})$ и $\varphi(\mathbf{r}_{a2})\varphi(\mathbf{r}_{b2})$. Поэтому $B(r)$ зависит от того, в какой мере «перекрываются» волновые функции $\varphi(\mathbf{r}_{ai})$ и $\varphi(\mathbf{r}_{bi})$, а это «перекрывание» экспоненциально уменьшается с ростом r . На этом основании можно сказать, что обменное взаимодействие является короткодействующим.

Качественно ход изменения величин $E_{\uparrow\uparrow}(r)$ и $E_{\uparrow\downarrow}(r)$ с ростом r , т. е. расстояния между ядрами, изображен на рис. 1. Мы видим, что два невозбужденных атома водорода

могут образовывать молекулу водорода (которой соответствует кривая $E_{\uparrow\downarrow}(r)$ с минимумом) только при антипараллельной ориентации спинов обоих электронов.

Этот пример наглядно показывает, что чисто квантовый эффект обмена электронов приводит к эффективному взаимодействию между атомами, существенно зависящему от суммарного спина атомов, хотя спиновые переменные и не входят явно в исходный, «микроскопический» гамильтониан совокупности атомов, учитывающий только электростатические взаимодействия.

Обменное взаимодействие, лежащее, как показывает рассмотренный пример, в основе гомеоплярной химической связи*), объясняет также природу ферро- и антиферромагнетизма.

В отличие от молекулы водорода, для которой обменная энергия отрицательна ($B(r) < 0$), благодаря чему состояние с суммарным спином $S = 0$ оказывается обладающим меньшей энергией, чем состояние со спином $S = 1$, в ферромагнетиках состоянию с большим спином соответствует меньшая энергия, так что в основном состоянии ферромагнетика спины всех атомов имеют параллельную ориентацию**).

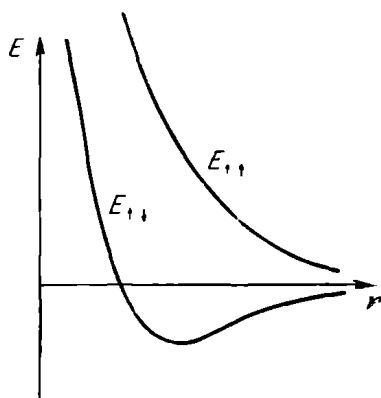


Рис. 1.

Для того чтобы математически описать обменное взаимодействие, введем в рассмотрение оператор

$$\mathcal{H} = -J(r) \mathbf{s}_1 \mathbf{s}_2 + E(r),$$

где $\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2$ — операторы спинов электронов и $J(r), E(r)$ — некоторые функции от r , которые мы подберем таким образом, чтобы собственные значения оператора \mathcal{H} (действующего в пространстве спиновых переменных) совпадали со значениями энергии $E_{\uparrow\uparrow}(r)$ и $E_{\uparrow\downarrow}(r)$.

*) Квантово-механическое объяснение химической связи было дано Гейтлером и Лондоном [1].

**) Это объяснение природы ферромагнетизма принадлежит Гайзенбергу [2], Френкелю [3] и Дорфману [4].

Так как

$$s_1 s_2 = \frac{1}{2} (s_1 + s_2)^2 - \frac{1}{2} (s_1^2 + s_2^2) = \frac{1}{2} S(S+1) - \frac{3}{4},$$

то собственные значения оператора $s_1 s_2$ равны: $-\frac{3}{4}$ при $S=0$ и $\frac{1}{4}$ при $S=1$. Поэтому собственные значения \mathcal{H} будут совпадать с величинами $E_{\uparrow\uparrow}(r)$ и $E_{\uparrow\downarrow}(r)$, если положить

$$J(r) = E_{\uparrow\downarrow}(r) - E_{\uparrow\uparrow}(r),$$

$$E(r) = \frac{3}{4} E_{\uparrow\uparrow}(r) + \frac{1}{4} E_{\uparrow\downarrow}(r).$$

Величина $E(r)$ определяет, очевидно, среднее значение энергии атомов (параллельной ориентации спинов электронов соответствует статистический вес $3/4$, а антипараллельной ориентации — статистический вес $1/4$), а $J(r)$ — обменную энергию. Отвлекаясь от этой средней энергии, мы будем в дальнейшем рассматривать только первое слагаемое в выражении для \mathcal{H} , зависящее от спинов электронов. Его называют гамильтонианом обменного взаимодействия электронов и обозначают через \mathcal{H}_e^*)

$$\mathcal{H}_e = -J(r) s_1 s_2. \quad (1.2.1)$$

Мы получили выражение для гамильтониана обменного взаимодействия, рассматривая конкретно молекулу водорода. Но к нему можно прийти и из более общих соображений, а именно исходя из требования инвариантности гамильтониана взаимодействия частиц относительно пространственных вращений.

Действительно, поставим вопрос о нахождении наиболее общего выражения для гамильтониана взаимодействия двух одинаковых частиц, предполагая, что он зависит только от координат и спинов частиц. Так как из операторов спинов частиц s_1 и s_2 и радиус-вектора r , определяющего их относительное положение, можно построить только три независимых инварианта относительно преобразований пространственных вращений:

$$r^2, s_1 s_2, (s_1 r)(s_2 r),$$

*) В таком виде гамильтониан обменного взаимодействия был впервые получен Дираком [5].