

**Н. Жуковский**

**Полное собрание  
сочинений**

**Том 7**

**Москва  
«Книга по Требованию»**

УДК 656  
ББК 39.1  
Н11

Н11 **Н. Жуковский**  
Полное собрание сочинений: Том 7 / Н. Жуковский – М.: Книга по Требованию,  
2013. – 410 с.

**ISBN 978-5-458-37571-9**

**ISBN 978-5-458-37571-9**

© Издание на русском языке, оформление  
«YOYO Media», 2013

© Издание на русском языке, оцифровка,  
«Книга по Требованию», 2013

Эта книга является репринтом оригинала, который мы создали специально для Вас, используя запатентованные технологии производства репринтных книг и печати по требованию.

Сначала мы отсканировали каждую страницу оригинала этой редкой книги на профессиональном оборудовании. Затем с помощью специально разработанных программ мы произвели очистку изображения от пятен, клякс, перегибов и попытались отбелить и выровнять каждую страницу книги. К сожалению, некоторые страницы нельзя вернуть в изначальное состояние, и если их было трудно читать в оригинале, то даже при цифровой реставрации их невозможно улучшить.

Разумеется, автоматизированная программная обработка репринтных книг – не самое лучшее решение для восстановления текста в его первоизданном виде, однако, наша цель – вернуть читателю точную копию книги, которой может быть несколько веков.

Поэтому мы предупреждаем о возможных погрешностях восстановленного репринтного издания. В издании могут отсутствовать одна или несколько страниц текста, могут встретиться невыводимые пятна и кляксы, надписи на полях или подчеркивания в тексте, нечитаемые фрагменты текста или загибы страниц. Покупать или не покупать подобные издания – решать Вам, мы же делаем все возможное, чтобы редкие и ценные книги, еще недавно утраченные и несправедливо забытые, вновь стали доступными для всех читателей.



Серия Книжный Ренессанс

[www.samizday.ru/reprint](http://www.samizday.ru/reprint)



## ОТ РЕДАКЦИИ

В настоящем VII томе помещены статьи проф. Н. Е. Жуковского, посвященные вопросам гидравлики.

Среди его работ, имеющих важное значение для водопроводного дела, следует указать прежде всего на большую работу „О гидравлическом ударе“. В ней проф. Н. Е. Жуковский впервые дает теоретическое объяснение гидравлического удара в трубах и описание многочисленных опытов, произведенных им в большом масштабе совместно с инженерами московского водопровода на Алексеевской водокачке в Москве и вполне подтверждающих его теорию. Здесь же подробно рассмотрены явления, сопровождающие удар, благодаря чему работа имеет не только большое теоретическое, но и практическое значение. Достаточно хотя бы указать на весьма удобный способ по ударной диаграмме определять место повреждения трубы или место скопления в трубе воздушных масс. Теория гидравлического удара дала, повидимому, мысль Н. Е. Жуковскому написать помещенную в этом же томе небольшую работу „Определение скорости продуктов горения в заводской трубе по фотографиям дыма“.

К водопроводному делу относятся также статьи: 1) „К вопросу о величине диаметра водонапорной колонны, соединенной с открытыми резервуарами“, в которой рассматривается колебание уровня в колонне при неустановившемся движении воды в трубе, соединяющей колонну с резервуаром; 2) „О распределении скоростей в водопроводных трубах“, где дается описание опытов, произведенных американскими инженерами и 3) „К вопросу о выборе на реке мест забора и выпуска воды для охлаждения машин больших силовых станций“; в последней статье определяются условия, необходимые для того, чтобы

вода, спускаемая через трубу в реку, не попадала в другую трубу, находящуюся недалеко и забирающую воду из реки. Заглавие этой статьи дано редакцией; статья была написана для Московской городской управы и была озаглавлена: „Дело об охлаждении турбин для новой электрической станции на берегу Москва-реки“. К статье приложено дополнение проф. В. П. Ветчинкина, в котором задача, рассмотренная Н. Е. Жуковским, решается в предположении, что река не бесконечно широка, как предполагал Н. Е. Жуковский, а имеет конечную ширину. Эта статья и добавление к ней проф. В. П. Ветчинкина печатаются впервые.

Две записки „О повреждении водопроводных труб“ были представлены Н. Е. Жуковским в комиссию, образованную Московской городской управой для выяснения причин повреждения магистральных труб у Краснохолмского моста и Калужской площади. Причину катастрофы, случившейся 25 января 1914 г., Н. Е. Жуковский видит в смещении грунта, вызванном температурным расширением водостоков, пересекающих направление водопроводных труб и проходящих вблизи места повреждения. Обе записки о повреждении водопроводных труб появляются в печати впервые.

В статьях: „О влиянии давления на насыщенные водой пески“ и „Прибор для определения сопротивлений при движении воды“ дается описание приборов, сконструированных проф. Н. Е. Жуковским, и описываются опыты, произведенные с ними для выяснения некоторых явлений, сопровождающих движение подпочвенных вод.

Метод, изложенный Н. Е. Жуковским в его работе „Видоизменение метода Кирхгоффа“, и упомянутые опыты дали ему возможность математически характеризовать поверхность осушения, т. е. поверхность, отделяющую замоченный грунт от сухого, и весьма изящно решить некоторые задачи о просачивании воды через плотины. Статья „О просачивании воды через плотины“ была проредактирована Н. Г. Ченцовым и напечатана уже после смерти Н. Е. Жуковского. К тому же вопросу относится статья под названием „Теоретические исследования о движении подпочвенных вод“, в которой дается теория колодцев и других водосборов.

Статья „О движении воды в открытом канале и о движении газов в трубах“ представляет собой запись двух лекций, прочитанных проф. Н. Е. Жуковским в Московском высшем техническом училище для студентов старших курсов; запись сделана стенографически проф. В. П. Ветчинкиным. В этой статье рассматриваются: стационарное течение воды в открытом канале с горизонтальным дном, газа в цилиндрической трубе и явление скачка, причем принимается во внимание трение воды о боковые стенки канала и газа о стенки трубы и даются формулы для определения плотности газа по длине трубы.

Статья „Аналогия между движением тяжелой жидкости в узком канале и движением газа в трубе с большой скоростью“ содержит в себе решение тех же задач, какие решались в упомянутой выше статье, но только здесь задачи решаются в более общем виде и при другом законе трения газа о стенки. Кроме того, в этой статье излагается движение газа в трубах переменного сечения. В статье „Об одной задаче, относящейся к подпрудной кривой“ рассматривается течение без трения о стенки в открытом канале, ось которого наклонена к горизонту на угол  $i$ .

В статье „О парадоксе Дюбюа“ Н. Е. Жуковский дает свое объяснение этого парадокса и описание сконструированного им прибора, который служит для опытного доказательства справедливости данного им объяснения.

В статье „О трении жидкости при большой разности скоростей ее струй“ Н. Е. Жуковский дает описание опытов, которые он производил, заставляя двигаться в трубке воду, увлекаемую шнуром, движущимся с большой скоростью вдоль оси трубки.

---





## ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ О ДВИЖЕНИИ ПОДПОЧВЕННЫХ ВОД

(1889 г.)

§ 1. Теоретические исследования о движении воды в песках были начаты Дюпюи (Dupuit, *Études théoriques et pratiques sur le mouvement des eaux*, Paris 1863), который на основании закона Дарси (Darcy, Fontaines de Dijon) о пропорциональности силы сопротивления песков первой степени скорости разобрал вопросы о движении подпочвенных вод к рекам и к колодцам. Впоследствии Люгер (Lueger, *Theorie der Bewegung des Grundwassers*, Stuttgart 1883) пополнил исследования, относящиеся к первому случаю, рассмотрев: течение вод, питаемых осушающимися песками, влияние непроницаемых пластов внутри песков, течение вод в двух помещенных один над другим слоях песков и т. д. Что же касается теории колодцев, то она была более обстоятельно разобрана Тимом (Thiem, „*Journal für Gasbeleuchtung und Wasserversorgung*“, 1870), Финком (Fink, *Theorie und Konstruktion der Brunnen-Anlagen*, Berlin, 1878) и Форхеймером (Forchheimer, *Über die Ergiebigkeit von Brunnen-Anlagen und Sickerschlitzten*, Hannover 1886), причем последний дал общую теорию течения вод в песках при горизонтальном непроницаемом дне и постоянном давлении на верхнюю поверхность песков и сделал обширные приложения этой теории к различным видам водосборов.

Во всех упомянутых сочинениях принимается закон Дарси, но некоторые авторы стали сомневаться в удовлетворительности этого закона, в особенности же в его приложимости к решению вопроса о движении на очень больших расстояниях. Так, Смрекер (Smreker, „*Zeitschrift des Vereins deutscher*

Ingenieure“, 1878, 1879, 1881) нашел, что наблюдениям при откачках лучше всего удовлетворяет допущение, что сила сопротивления выражается по скорости  $v$  формулой:

$$v^2 \left( a + \frac{\beta}{\sqrt{v}} \right)$$

и построил на этой гипотезе теорию движения подпочвенных вод к колодцам без подпочвенного потока и при его присутствии. Наиболее точными кабинетными опытами считаются опыты Кребера (Kröber, „Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure“, 1884), из которых следует заключить, что сила сопротивления пропорциональна скорости в степени

$$\frac{8 + 2d}{8 + d},$$

где  $d$  — диаметр песчинок в мм.

§ 2. В самом общем виде уравнения движения воды в песках при законе Дарси могут быть выведены так.

Пусть

$$\frac{gv}{k}$$

будет сила сопротивления песков, отнесенная к единице массы, где  $g$  — напряжение тяжести, а  $k$  — коэффициент сопротивления.

Если  $v_1, v_2, v_3$  — три компонента скорости по прямоугольным осям координат, то компоненты силы сопротивления по этим осям будут:

$$-\frac{g}{k} v_1, \quad -\frac{g}{k} v_2, \quad -\frac{g}{k} v_3.$$

Вносим эти силы в уравнения гидродинамики, в которых отбрасываем члены, зависящие от сил инерции, вследствие очень незначительной скорости воды:

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial f}{\partial x} - \frac{g}{k} v_1,$$

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} = \frac{\partial f}{\partial y} - \frac{g}{k} v_2,$$

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} = \frac{\partial f}{\partial z} - \frac{g}{k} v_3,$$

где  $p$  — давление,  $\rho$  — масса единицы объема воды, а  $f$  — силовая функция. Пишем эти уравнения в виде:

$$v_1 = -k \frac{\partial \xi}{\partial x}, \quad v_2 = -k \frac{\partial \xi}{\partial y}, \quad v_3 = -k \frac{\partial \xi}{\partial z}, \quad (1)$$

где

$$\xi = \frac{p}{g\rho} - \frac{f}{g}.$$

Если жидкость находится под действием силы тяжести, то  $f = -gz$  и

$$\xi = z + \frac{p}{g\rho}.$$

Функция  $\xi$  есть пьезометрический напор воды в данной точке песков. Действительно, если трубка Нортоня оканчивается в данной точке, то, вследствие разности давления  $p$  и давления атмосферы  $p_0$ , вода по трубке поднимается на высоту  $z_1$ , определяемую из уравнения

$$\frac{p}{g\rho} = z_1 + \frac{p_0}{g\rho};$$

подставляя это в  $\xi$ , имеем:

$$\xi = z + z_1 + \frac{p_0}{g\rho},$$

причем постоянный член, не влияющий на формулу (1), может быть отброшен. Таким образом формула (1) показывает, что вода в песках должна течь по нормальному направлению к поверхностям равного пьезометрического напора в ту сторону, куда напор убывает. Если назовем через  $dn$  элемент нормали, то по формуле (1) можем написать:

$$v = -k \frac{d\xi}{dn}. \quad (2)$$

Подставляя формулу (1) в условие несжимаемости жидкости:

$$\frac{\partial v_1}{\partial x} + \frac{\partial v_2}{\partial y} + \frac{\partial v_3}{\partial z} = 0,$$

увидим, что функция  $\xi$  удовлетворяет уравнению Лапласа:

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial z^2} = 0; \quad (3)$$

так как уравнения (2) и (3) — те самые, которыми решаются вопросы о распространении теплоты, то анализ движения вод в песках на основании закона Дарси тождествен с анализом движения теплоты, причем роль температуры играет пьезометрический напор, и роль количества тепла — количество протекающей жидкости.

В случае движения жидкости в открытых песках, приблизительно параллельного горизонтальному дну, можно пренебрегать величиной  $v_z$  и отождествлять пьезометрический напор с высотой стояния воды в песках. Тогда условие несжимаемости представится в виде:

$$\frac{\partial}{\partial x} (v_1 \xi) + \frac{\partial}{\partial y} (v_2 \xi) = 0,$$

и формулы (3) и (2) заменяются формулами:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 (\xi^2)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 (\xi^2)}{\partial y^2} &= 0, \\ v \xi &= -\frac{k}{2} \frac{d}{dn} (\xi^2). \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Задача приводится здесь к определению функции  $\xi^2$  двух переменных  $x, y$ , которая представляет изотермический параметр линий равного напора. Изыскание такой функции при различных граничных условиях легло в основание упомянутого сочинения Форхеймера.

Простейший случай представляет нам движение жидкости, проникающей в вертикальном направлении через горизонтальный слой песков высоты  $h$ , на верхней части которого имеется напор  $\xi_1$ , а на нижней  $\xi_2$ . Мы удовлетворяем уравнению (3) и граничным условиям положением:

$$\xi = \xi_1 - \frac{\xi_1 - \xi_2}{h} z,$$

где  $z$  — расстояние от верхнего слоя. Скорость течения жидкости по формуле (2) будет:

$$v = k \frac{\xi_1 - \xi_2}{h}, \quad (5)$$

а количество  $Q$  протекающей жидкости выразится через

$$Q = k \lambda \frac{\xi_1 - \xi_2}{h} s, \quad (6)$$

где  $s$  — площадь горизонтального сечения слоя и  $\lambda$  — коэффициент насыщенности песков.

Легко доказать теоретически, как это сделал Люгер, что при сферичности песчинок  $\lambda$  не зависит от диаметров их и равен 0,27, но вследствие отступления песчинок от сферической формы  $\lambda$  оказывается на практике более этого числа и по измерению Кребера равен 0,39. Что касается коэффициента сопротивления  $k$ , то, полагая в формуле (5)  $\xi_1 - \xi_2 = h$ , видим, что коэффициент сопротивления  $k$  представляет скорость протекающей в вертикальном направлении воды через горизонтальный слой песков под действием своего собственного веса.

Чтобы судить, насколько  $k$  постоянен, я приведу здесь один ряд чисел из наблюдений Кребера над песком, имеющим  $d = 0,54$  мм.

$$\xi_2 - \xi_1 = 5; 10; 20; 30; 40; 50; 60; 80; 100; 120.$$

$$Q = 0,09; 0,19; 0,40; 0,61; 0,81; 1; 1,19; 1,58; 1,96; 2,35.$$

$$1000 \frac{Q}{\xi_2 - \xi_1} = 18; 19; 20; 20,3; 20,2; 20; 19,8; 19,7; 19,6; 19,6.$$

Здесь первый ряд дан в см, второй — в см<sup>3</sup>, третий ряд чисел должен бы быть при постоянном  $k$  постоянен, но он сначала немного возрастает, потом уменьшается.

**§ 3.** Граничные условия, которым должно удовлетворять течение жидкости в песках, состоят в том, что на поверхностях соприкосновения водоносного слоя с непроницаемыми грунтами нормальные скорости суть нули; на поверхности песков, омываемой водой, давление равно давлению омывающей воды, а на осушенной открытой поверхности песка давление равно давлению воды, уменьшенному волосностью. Если возьмем сосуд, наполненный песком и водой и имеющий отверстия сверху и снизу, причем нижнее отверстие прикрыто кисеей и сообщено с резиновой трубкой, оканчивающейся стеклянной трубкой, то, держа стеклянную трубку вертикально,

будем получать равные уровни воды в трубке и в сосуде; но как только выпустим с помощью резиновой трубки столько воды, что поверхность песка в сосуде осушится, то увидим, что вода в стеклянной трубке может стоять ниже воды в песках, причем упомянутая разность высот имеет максимум для различных песков различный.

Я делал наблюдения с песком  $d = 0,2$  и нашел наибольшую подвешивающую силу  $0,4$  м. В том месте, где насыщенный песок соприкасается с осушенным, находится воздух или другие газы, и этот-то газообразный слой, прикрытый сверху непроницаемым грунтом (если бы пески были открытые, то все-таки часть воздуха была бы заключена между смоченными верхними песчинками в виде пузырьков), по моему мнению, является причиной падения воды в буровых скважинах при увеличении атмосферного давления (это явление с большой точностью наблюдалось этим летом Н. П. Зиминим на Алексеевской водокачке).

Для подтверждения своей мысли я сделал следующий опыт. В сосуд, имеющий отверстия сверху и снизу, вставлялись две стеклянные трубки: короткая и манометрической формы, причем сосуд предварительно заполнялся песком и водой, которая не закрывала поверхности песка и потому останавливалась в манометрической трубке немного ниже уровня песка. Концы обеих стеклянных трубок сообщались с помощью резиновых трубок с сосудом, в котором по желанию можно было сгущать воздух и тем производить одинаковое давление на поверхность песка и воды в манометре. Когда это давление производилось, то уровень воды в манометрической трубке сильно падал и становился иногда ниже всего сосуда. Я объясняю это явление тем, что воздух, заключенный в мокром песке в виде пузырьков (которые всегда появляются, если воду наливать сверху), при увеличении давления сжимается, и вся масса песка захватывает в себя воду, которая подается из манометрической трубки потому, что сила волосности препятствует понижению уровня воды в песке, заключенном в сосуде. Когда поверхность песка была покрыта водой, то при произведении давления вода в трубке немного падала, но потом опять поднималась до уровня воды