

**Э. Кольман**

**История математики в  
древности**

**Москва**  
**«Книга по Требованию»**

УДК 51  
ББК 22.1  
Э1

Э1      **Э. Кольман**  
История математики в древности / Э. Кольман – М.: Книга по Требованию,  
2021. – 236 с.

**ISBN 978-5-458-38081-2**

В книге содержится обзор развития математики у народов, создавших древнейшие цивилизации (египтяне, вавилоняне, финикияне, евреи, майя, инки, ацтеки), в Древней Греции, эллинистических государствах и странах Римской империи. Настоящая книга и книга А.П.Юшкевича «История математики в средние века» (1961 г.); составляют общий труд, название которого — «Математика до эпохи Возрождения» — отражено на контитуле. Этот труд вместе с выпущенной Физматгизом в 1960 году книгой Г.Вилейтнера «История математики от Декарта до середины XIX столетия» охватывают историю развития математики от ее зарождения до 1850 года. Помимо специалистов по истории науки, книга будет полезна студентам университетов и педагогических институтов, а также любителям математики.

**ISBN 978-5-458-38081-2**

© Издание на русском языке, оформление

«YOYO Media», 2021

© Издание на русском языке, оцифровка,

«Книга по Требованию», 2021

Эта книга является репринтом оригинала, который мы создали специально для Вас, используя запатентованные технологии производства репринтных книг и печати по требованию.

Сначала мы отсканировали каждую страницу оригинала этой редкой книги на профессиональном оборудовании. Затем с помощью специально разработанных программ мы произвели очистку изображения от пятен, кляксы, перегибов и попытались отбелить и выровнять каждую страницу книги. К сожалению, некоторые страницы нельзя вернуть в изначальное состояние, и если их было трудно читать в оригинале, то даже при цифровой реставрации их невозможно улучшить.

Разумеется, автоматизированная программная обработка репринтных книг – не самое лучшее решение для восстановления текста в его первозданном виде, однако, наша цель – вернуть читателю точную копию книги, которой может быть несколько веков.

Поэтому мы предупреждаем о возможных погрешностях восстановленного репринтного издания. В издании могут отсутствовать одна или несколько страниц текста, могут встретиться невыводимые пятна и кляксы, надписи на полях или подчеркивания в тексте, нечитаемые фрагменты текста или загибы страниц. Покупать или не покупать подобные издания – решать Вам, мы же делаем все возможное, чтобы редкие и ценные книги, еще недавно утраченные и несправедливо забытые, вновь стали доступными для всех читателей.



## ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие . . . . .	7
Глава I. Зарождение математики . . . . .	11
Время зарождения математики (11). Первые числительные (13). Дальнейшее развитие числительных (15). Числовые знаки (23). Зарождение математических действий (26). Возникновение геометрических понятий (27). Значение зачатков астрономии (29).	
Глава II. Математика в раннем рабовладельческом обществе . . . . .	31
Раннерабовладельческое общество (31). Математика раннегорабовладельческого общества (32). Исторические источники (33). Египетская математика (34). Система счисления египтян (34). Математика в египетских школах писцов (36). Арифметические действия (36). Египетские дроби (37). Арифметические задачи (40). Геометрические задачи (41). Оценка математических знаний египтян (42). Математика в древней Месопотамии. Общественные условия (43). Шумерско-аввилонские школы писцов. Источники (44). Система счисления (46). Арифметические действия (50). Арифметические задачи и их решение (52). Геометрические задачи (53). «Уравнения» вавилонян (55). Оценка уровня вавилонской математики (57). Математика других народов Ближнего Востока (59). Математика и нумерация народа майя (62). Математика ацтеков и инков (65). Общие выводы о развитии математики в раннерабовладельческом обществе (65).	
Глава III. Математика в Древней Греции . . . . .	67
Общественные условия Древней Греции (67). Характер древнегреческой математики. Источники (69). Греческая логистика (73). Древнегреческий счет (74). Нумерация (75). Таблицы (77). Милетская школа (79). Пифагорейская школа (82). Математика и нумерология пифагорейцев (86). Средние, пропорции и прогрессии (89). «Теорема Пифагора» и несоизмеримые величины (91). Апории Зенона (94). Демокрит (96). Гиппий Элидский (101). Гиппократ Хиосский (103). Архит Тарентский (105). Теодор Киренский (107). Платон (108). Теэтет Афинский (112). Евдокс Книдский (113). Геометрическая алгебра. Приложение площадей (116). Аристотель (119).	

<b>Г л а в а IV. Математика в эллинистических странах . . . . .</b>	<b>124</b>
Эллинизм (124). Александрийская школа (124). Евклид (127). Постулаты и аксиомы Евклида (131). Планиметрические книги «Начал» (133). Теория пропорций и арифметические книги «Начал» (135). Книга X «Начал» (141). Стереометрические книги «Начал» (142). Другие сочинения Евклида (145). Аристарх Самосский (148). Архимед (149). «О равновесии плоскостей» (151). «Квадратура параболы» (152). «О методе» (155). «О шаре и цилиндре» (155). «О спиралах» (157). «О коноидах и сфероидах» (159). «О плавающих телах» (159). «Измерение круга» (160). «Исчисление песчинок» (161). «Предположения» (162). Полуправильные многогранники (163) Эратосфен (167). Никомед (169). Диокл (170). Зенодор (171). Аполлоний Пергский (171). «Конические сечения» (172). Другие сочинения Аполлония (175). Теодосий (176). Характер математики эллинистических стран (177).	
<b>Г л а в а V. Математика в странах Римской империи . . . . .</b>	<b>180</b>
Математика римлян (180). Александрия в римскую эпоху (183). Гиппарх (184). Посидоний (186). Гемин (186). Менелай (187). Никомах (189). Клавдий Птолемей (189). Тригонометрия Птолемея (190). Другие сочинения Птолемея (193). Теория параллельных Птолемея (194). Оптические, механические, географические работы Птолемея (195). Математика в Риме при Юлии Цезаре и Августе (195). Герон (199). «Метрика» Герона (199). «Геометрия» Герона (200). Сочинения Герона по механике и оптике (201). Папп (202). Диофант (206). Спор (215). Порфирий, Ямблих (215). Серен (216). Теон Александрийский (217). Гипатия (218). Прокл (218). Домнин, Аммоний, Евтокий (220). Ученики Прокла (220). Математика последнего века Западной Римской империи (221). Математика в Италии при остготах (221).	
<b>Б и б л и о г р а ф и я . . . . .</b>	<b>225</b>
<b>И м е н н о й у к а з а т е л ь . . . . .</b>	<b>231</b>

---

## ПРЕДИСЛОВИЕ

Предметом настоящего труда является история математики до начала эпохи Возрождения.

В вопросе о периодизации истории математики авторы руководствуются принципом восхождения этой науки от одной ступени абстракции к другой, более высокой, учитывая при этом разнообразие социальных, экономических и географических условий. Основные черты такой периодизации выражены А. Н. Колмогоровым в статье «Математика», напечатанной в 26-м томе второго издания Большой Советской Энциклопедии. Таким образом, можно сказать, что в предлагаемом труде рассмотрены период зарождения математики (в первых двух главах) и период элементарной математики (в остальных семи главах).

Работа состоит из двух книг. Первая книга, написанная Э. Кольманом, посвящена истории математики в древности. Здесь рассматривается возникновение математических понятий и развитие математики у народов, создавших древнейшие цивилизации (египтяне, вавилоняне, финикияне, евреи, майя, инки, ацтеки; о математике древних китайцев и индийцев речь идет в главах второй книги, специально посвященных этим странам); далее рассматривается история математики в Древней Греции, эллинистических государствах и странах Римской империи.

Вторая книга, написанная А. П. Юшкевичем, посвящена истории математики в Средние века — в Китае и Индии (начиная с древности), странах ислама (арабские страны, Средняя Азия, Иран, Азербайджан) и Европе. Изложение истории

математики на Востоке дано в соответствии с недавними исследованиями, которые не только раскрыли многие неизвестные ранее факты, но и привели к новому представлению об этой эпохе в истории математики. Естественно, что эти главы имеют относительно больший объем, чем было принято ранее. Отдельные небольшие части текста в первой книге принадлежат А. П. Юшкевичу, а во второй — Э. Кольману.

Изложение доведено до начала XVI в. Хотя период элементарной математики заканчивается только в XVI в., авторы сочли правильным остановиться на предыдущем столетии, так как в XVI в. в недрах новой алгебры уже готовилось открытие исчисления бесконечно малых и аналитической геометрии и деятельность ряда ученых, особенно Виета, непосредственно содействовала становлению математики переменных величин, учения о функциях и геометрических преобразованиях.

Авторы более всего ставили своей целью выяснить историческое развитие основных математических понятий, методов и алгоритмов, учитывая по возможности тенденции современного развития науки. Новые задачи, стоящие перед наукой, приводят к изменению исторической перспективы прошлого, например, бурное развитие вычислительной математики ставит теперь перед историками задачу более полного освещения приближенных методов вычислений, начиная с древности.

Только что названной цели мы подчинили освещение творчества отдельных ученых. Развитие математики можно проследивать в различных планах. Можно сделать упор на внутренние связи в творчестве одного человека, можно проследивать историю проблемы, оставляя или почти оставляя в стороне ее связи с другими, можно говорить об истории научной школы и пр. В нашей книге, посвященной развитию математики как единого целого, мы, стремясь не отходить от указанной цели, вместе с тем держали в сфере внимания взаимосвязи математики и естествознания, математики и техники, математики и философии, а также, при должном учете национальных особенностей развития науки в то или иное время, — связи международные. Это невольно определило

известную многоплановость изложения в различных частях и отделах труда; мы не говорим уже о чисто индивидуальных особенностях, свойственных авторам. При всем том, руководящим положением было то, что специфичность математики как науки состоит в особой общности и абстрактности ее понятий и методов, что, развиваясь под влиянием практической деятельности людей и потребностей общества (причем иногда это влияние проявляется непосредственно, иногда — только в конечном счете), она имеет возможность в той или иной мере развивать раз созданные абстракции самостоятельно.

Литература по истории математики громадна, но обобщающих трудов, написанных с позиций марксизма, пока почти не имеется. Поэтому авторам многие вопросы приходилось решать впервые. Разумеется, мы не считаем свои ответы и решения окончательными.

Несколько замечаний о характере изложения. Ссылки на литературу в тексте сделаны в квадратных скобках, сама литература, в том числе издания первоисточников, приведена в конце каждой книги под названием «Библиография». Оригинальная транскрипция имен ученых, о которых говорится в книге, дана в именном указателе, причем для ученых Востока — русскими буквами. Слова в квадратных скобках в цитатах принадлежат нам или переводчикам соответствующих текстов.

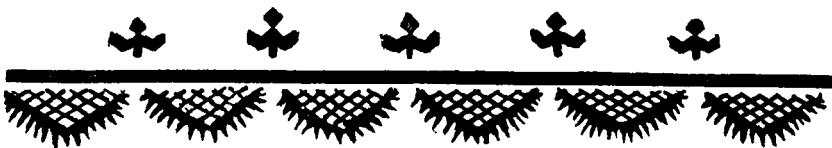
Авторы благодарны проф. Б. А. Розенфельду, прочитавшему всю рукопись и корректуры и сделавшему ряд очень ценных указаний.

Авторы просят читателей направлять свои замечания и желания в адрес Государственного издательства физико-математической литературы: Москва, В-71, Ленинский проспект, 15.

Москва,  
24 февраля 1958 г.

Э. Кольман  
А. П. Юшкевич





## ГЛАВА I

### ЗАРОЖДЕНИЕ МАТЕМАТИКИ

**Время зарождения математики.** Зарождение простейших математических понятий — понятий пространственных форм и количественных отношений — произошло на самой заре истории человечества. Оно неразрывно связано с временем, когда в начале четвертичного периода человек начинает добывать средства существования с помощью орудий труда.

Благодаря труду и вместе с ним членораздельной речи, мозг и органы чувств человека достигли значительного совершенства. Мозг выработал способность создавать абстракции, необходимые для измерения и счета.

Изучение зарождения и развития понятий протяженности и числа, столь важных для человеческого мышления, имеет громадное значение не только для истории математики, но и для истории познания в целом, ибо оно подтверждает материалистическую диалектическую теорию познания, на что обратил внимание В. И. Ленин, указав, что «продолжение дела Гегеля и Маркса должно состоять в диалектической обработке истории человеческой мысли, науки и техники» ([8], стр. 122).

В буржуазной науке распространен взгляд, будто простейшие математические представления имеются уже у животных. Так, известный немецкий математик М. Кантор писал, что «счет, поскольку под ним подразумевают лишь сознательное сведение воедино определенных сущностей, не составляет особенности человека, ибо утка также считает своих утят» ([21], т. I). Некоторые ссылаются, например, на то, что форма пчелиных сот наилучшим образом решает задачу о заполнении пространства шестигранными призмами постоянной высоты наибольшего объема при наименьшей затрате материала. Но для решения этой задачи требуются знания высшей математики, которые даже сторонники критикуемого взгляда не решаются предполагать у пчел. Однако, как

отметил Маркс, «паук совершают операции, напоминающие операции ткача, и пчела постройкой своих восковых ячеек по-срамляет некоторых людей — архитекторов. Но и самый плохой архитектор от наилучшей пчелы с самого начала отличается тем, что, прежде чем строить яичку из воска, он уже построил ее в своей голове» ([1], стр. 185).

Учением И. П. Павлова ([35], стр. 490) доказано, что животные неспособны создавать абстракции, что наблюдающееся иногда у них различие количественных множественности «много» и «мало» и пространственных форм «прямой» и «кривой» вызвано либо наследственными инстинктами, либо условными рефлексами вследствие длительных упражнений. Приписывая животным способность образовывать математические представления и даже понятия, буржуазная наука желает тем самым подкрепить идеалистическое учение о якобы чисто духовном происхождении этих понятий. Они якобы даны человеку от рождения, содержатся в его душе, а не возникли из материального опыта.

С зарождением простейшей хозяйственной деятельности требовалась какая-то, хотя бы крайне грубая, оценка величины предметов, и какой-то счет их — пусть весьма несовершенный и ограниченный. И действительно, археологические памятники неопровергнуто доказывают, что человек выработал первоначальные арифметические и геометрические понятия уже в каменном веке.

О раннем зарождении математических понятий можно судить и по языкам племен, сохранившим благодаря большой устойчивости, свойственной языку, остатки терминологии первобытной культуры. Так, например, у вымирающего охотничьего индейского племени абионов в Аргентине путешественники обнаружили в начале прошлого века числительные для 1 — «инитара» и 2 — «иньоака». Число 3 они выражали как «иньоака-инитара», число 4 как «пальцы страуса», 5 — «пальцы руки», 10 — «пальцы обеих рук», 20 — «пальцы рук и ног» [36].

Однако путешественники — среди них было много миссионеров, — исходя из своего предвзятого взгляда на «дикарей», приходили к выводу, что раз у этих племен нет числительных выше 2, то они не умеют считать. Так распространилось в буржуазной науке утверждение, что зачатки счета появились якобы лишь на сравнительно высокой ступени культуры, утверждение столь же неверное, как и другое, противоположное ему, приписывающее счет животным. Французский социолог Леви-Брюль ([37], [38]) и его последователи приписывают примитивному человеку «долгическое» — хаотическое «ком-

плексное» и мистическое мышление, непригодное для математических действий, даже самых простейших. Нетрудно понять, что подобные рассуждения объективно оправдывали колонизаторское отношение к «дикарям».

**Первые числительные.** Научное, материалистическое объяснение зарождения математики исходит из рассмотрения социально-экономических условий, в которых возникли и развивались математические понятия, проходя через различные стадии на различных этапах общественной истории. «Чтобы считать, надо иметь не только предметы, подлежащие счету, но обладать уже способностью отвлекаться при рассматривании этих предметов от всех прочих их свойств кроме числа, а эта способность есть результат долгого, опирающегося на опыт, исторического развития», — писал Энгельс ([2], стр. 37).

Вещественные остатки труда дают возможность судить не только о первобытной материальной культуре, но и о духовном мире первобытных людей.

Даже простейшее орудие — каменное рубило — не могло возникнуть без мышления. Мышление первобытного человека было скучно, ограниченно, охватывало узкий круг предметов и действий; оно не было абстрактно, а тем более фантастично. В языках племен, находящихся на низкой ступени развития, словарный состав ограничен понятиями, отражающими почти исключительно их производственную деятельность; он чрезвычайно богат конкретными названиями (например, отдельных видов животных), но не содержит общих терминов (например, «животное»).

Даже тогда, когда первобытный человек успел накопить довольно много естественнонаучных и технических сведений, его математические знания были по сравнению с этим весьма ограничены. У него, собственно, редко возникала надобность считать, а тем более большие количества. Поэтому счет и число находились в зачаточном состоянии, доходя лишь до 2 или до 3 — все, что было больше этого, первобытному человеку представлялось как «много». Эта ограниченность в понятиях о числе проявилась при самом появлении числительных. Первоначально человек образовал лишь числительные «один» и «два», имевшее смысл «много». При этом числительное «два» имело качественное происхождение — это была какая-то конкретная естественная пара: рук, ног, глаз, крыльев, верхнего и нижнего рядов зубов и т. п. О том, что когда-то число 2 занимало особое место, мы судим по тому, что в ряде языков, наряду с множественным, сохранилось грамматическое двойственное число (например, в греческом, кельтском, в семитических языках, в древнеславянском);

по-русски говорят «2, 3, 4 руки», что является остатком двойственного числа в отличие от «5, 6... рук» в множественном числе. В чешском языке говорят «4 руки», но «2 руце». Конкретное первоначальное происхождение числительного «два» в семитических языках ясно показывает сходство слов «два» и «зубы» (верхний и нижний ряд зубов) — «шинам». В древнеегипетском языке имелось, а в языках некоторых австралийских племен имеется наряду с двойственным и тройственное число. На этой ступени развития числительные были просто прилагательными, образованными от предметов, встречающихся всегда в определенных количествах.

Чем больше усложнялась и расширялась хозяйственная деятельность первобытного человека, тем чаще приходилось ему считать и тем больше становились сосчитываемые количества. Так возникла потребность все больше и больше расширять числовую область. Сначала для этой цели служило простое повторение уже имеющихся низших числительных. Этим способом первоначально выражалось множественное число вообще, что сохранилось и до сих пор в некоторых языках. Так и сейчас выражают числительные многие австралийские племена, например, обитающие в бухте Купера ([39], стр. 26): 1 — «гуна», 2 — «баркула», 3 — «баркула-гуна», 4 — «баркула-баркула». В некоторых языках множественное число образуется простым повторением, например, на языке хинди «бхай» — брат, «бхай-бхай» — братья («хинди — руси бхай-бхай»).

В этих и подобных случаях выражения числительных имеет место простое повторение; нет основания говорить о «сложении», как это делают некоторые буржуазные историки математики, склонные неисторически «модернизировать» — подменять прежние понятия современными.

Значительно большую необходимость количественных оценок вызвали зародившиеся позднее формы обмена. Обмен продуктами питания, кремневыми изделиями, а затем и украшениями, пока существовал материнский род, при зачаточных формах земледелия и скотоводства, носил сначала лишь случайный характер. Позднее, когда материнский род сменился отцовским, при пастушестве и хлебопашестве, установился регулярный групповой обмен как между отдельными родами, так и племенами. Первоначально обмен не носил характера сделки. Только постепенно обмен стал строиться на стоимостной оценке обмениваемых продуктов.

На этих этапах, которые в общих чертах можно проследить даже у современных народов, стоящих на низкой ступени общественного развития, сравнение обмениваемых пред-