

**Р. Рихтер, Ю.С. Чечет**

# **Электрические машины**

**Том 1**

**Москва  
«Книга по Требованию»**

УДК 621  
ББК 34.4  
Р11

P11      **Р. Рихтер**  
Электрические машины: Том 1 / Р. Рихтер, Ю.С. Чечет – М.: Книга по Требованию, 2021. – 600 с.

**ISBN 978-5-458-49906-4**

Том первый классического труда Рудольфа Рихтера „Электрические машины“ делится на три части. В первой части излагаются основные понятия в области электротехники, знание которых необходимо для прохождения курса электрических машин. Вторая часть содержит введение в электромашиностроение, в котором рассматриваются основные принципы устройства и работы электрических машин; в третьей части разбираются машины постоянного тока и приводятся основы их проектирования. Книга предназначена в качестве учебного пособия для студентов вузов электротехнической специализации, являясь наряду с этим руководством для инженеров, работающих в области электромашиностроения.

**ISBN 978-5-458-49906-4**

© Издание на русском языке, оформление

«YOYO Media», 2021

© Издание на русском языке, оцифровка,

«Книга по Требованию», 2021

Эта книга является репринтом оригинала, который мы создали специально для Вас, используя запатентованные технологии производства репринтных книг и печати по требованию.

Сначала мы отсканировали каждую страницу оригинала этой редкой книги на профессиональном оборудовании. Затем с помощью специально разработанных программ мы произвели очистку изображения от пятен, кляксы, перегибов и попытались отбелить и выровнять каждую страницу книги. К сожалению, некоторые страницы нельзя вернуть в изначальное состояние, и если их было трудно читать в оригинале, то даже при цифровой реставрации их невозможно улучшить.

Разумеется, автоматизированная программная обработка репринтных книг – не самое лучшее решение для восстановления текста в его первозданном виде, однако, наша цель – вернуть читателю точную копию книги, которой может быть несколько веков.

Поэтому мы предупреждаем о возможных погрешностях восстановленного репринтного издания. В издании могут отсутствовать одна или несколько страниц текста, могут встретиться невыводимые пятна и кляксы, надписи на полях или подчеркивания в тексте, нечитаемые фрагменты текста или загибы страниц. Покупать или не покупать подобные издания – решать Вам, мы же делаем все возможное, чтобы редкие и ценные книги, еще недавно утраченные и несправедливо забытые, вновь стали доступными для всех читателей.



	Стр.
<b>J. Потери на трение . . . . .</b>	<b>232</b>
1. Подшипнички . . . . .	232
2. Вентиляция . . . . .	233
3. Щетки . . . . .	235
<b>K. Падение напряжения и джоулевы потери в щетках . . .</b>	<b>235</b>
<b>L. Джоулевы потери в обмотках . . . . .</b>	<b>141</b>
1. Джоулевы потери . . . . .	241
2. Отношение сопротивлений у заложенных во впадины частей обмотки при синусоидальном переменном токе . . . . .	242
3. Отношение сопротивлений у лобовых соединений и у всей обмотки . . . . .	248
4. Отношение сопротивлений у якорных обмоток постоянного тока . . . . .	253
5. Отношение сопротивлений у трансформаторных обмоток . . . . .	256
а) Диско-образные обмотки (256). б) Цилиндрическая обмотка (257).	
6. Потери от вихревых токов, обусловленные главным полем впадины.	258
а) Бесконечно близкая проникаемость к зубцам (258). б) Конечная проникаемость зубца; продольное поле впадины (262). в) Конечная проникаемость; поперечное поле впадины (263). г) Приближенное определение реультирующих джоулевых потерь (266).	
<b>M. Индуктивности рассеяния . . . . .</b>	<b>268</b>
1. Рассеяние впадин . . . . .	268
а) Однослойная обмотка (269). б) Двухслойная обмотка (272). в) Уменьшение индуктивности под влиянием вытеснения тока (276).	
2. Рассеяние головок зубцов . . . . .	278
3. Лобовое рассеяние . . . . .	281
а) Лобовое поле (281). б) Лобовой поток и поток рассеяния (285). в) Самоиндуктивность головки катушки (286). г) Взаимоиндуктивность (287). е) Результирующая индуктивность и реактивное сопротивление (290). ф) Результирующий коэффициент проводимости у <i>m</i> -фазно питаемых якорных обмоток постоянного тока (двухслойных обмоток) (293). г) Взаимоиндуктивность и результирующая индуктивность у катушек с узким сечением сторон (295).	
<b>N. Вентиляция . . . . .</b>	<b>297</b>
1. Виды вентиляции . . . . .	297
2. Вычисление потока воздуха . . . . .	302
<b>O. Нагревание . . . . .</b>	<b>311</b>
1. Внешняя теплопроводность . . . . .	311
а) Теплоотдача посредством лучепускания (312). б) Теплоотдача посредством теплопроводности и конвекции (313). в) Теплоотдача при искусственном перемещении воздуха (316). г) Теплоотдача в каналах (320).	
2. Внутренняя теплопроводность . . . . .	325
а) Уравнение стационарной теплопроводности (325). б) Распределение температуры в сечении катушки. Средняя температура и максимальная температура (327). в) Распределение температуры в листовом пакете (332).	
3. Распределение температуры в катушках, уложенных в железо . . . . .	333
а) Радиальная вентиляция (334). б) Числовой пример (338). в) Аксимальная вентиляция (342).	
4. Уравнение кривых нагревания и охлаждения . . . . .	348
5. Кратковременная нагрузка . . . . .	354
6. Повторно-кратковременная нагрузка . . . . .	356
7. Произвольная нагрузка . . . . .	359
а) Графический способ (359). б) Аналитический способ; кривая нагревания при линейной во времени нагрузке (359).	

### III. Машина постоянного тока

Стр.

<b>A. Реакция якоря . . . . .</b>	<b>364</b>
1. Кривая поля при нагрузке . . . . .	364
2. Влияние проницаемости . . . . .	366
3. Вредные последствия искажения поля . . . . .	370
a) Падение напряжения вследствие искажения поля (371). b) Увеличение потерь в железе (373). c) Круговой огонь (373).	
4. Смещение нейтральной зоны . . . . .	374
a) Направление смещения щеток (375). b) Реакция якоря при смещенных щетках (376).	
5. Компенсационная обмотка и обмотка дополнительных полюсов . . . . .	380
a) Компенсационная обмотка (380). b) Обмотка дополнительных полюсов (381).	
<b>B. Коммутация . . . . .</b>	<b>384</b>
1. Коммутация без учета индуктируемых ЭДС . . . . .	384
a) Сопротивление обмотки и петушков равно нулю (384). b) Влияние сопротивлений обмотки и петушков (386).	
2. Коммутация с учетом индуктируемых ЭДС . . . . .	388
a) Дифференциальное уравнение коммутации (389). b) Условие $T \frac{r}{L} > 1$ (391).	
3. Ширина щетки и обмотка . . . . .	393
a) Плотность тока при более широких щетках Кривая напряжения на щетках (393). b) Влияние обмотки и толщины изолирующей прокладки на период короткого замыкания (393). c) Многоходовая обмотка и волновая обмотка при прямолинейной коммутации (396). d) Ширина зоны коммутации (398).	
4. Сводка результатов . . . . .	399
5. ЭДС от поля статора . . . . .	403
6. ЭДС от поля поверхности якоря . . . . .	408
a) Гладкий якорь в свободном воздушном пространстве. Ширина щетки равна ширине коллекторной пластины (408). b) Якорь в индукторе (412). c) Произвольная ширина щетки (414). d) Зубчатый якорь (416).	
7. Результирующая ЭДС якорного и статорного поля у машин с дополнительными полюсами . . . . .	423
a) Средняя кривая возбуждения поля якоря (423). b) Картина поля (426). c) Укороченные в осевом направлении наконечники дополнительных полюсов (430).	
8. ЭДС от поперечного поля впадин . . . . .	431
a) Коэффициент индуктивности при диаметральных обмотках (432). b) Коэффициент индуктивности при хордовых обмотках (435). c) Коэффициент индуктивности при ступенчатой обмотке (440). d) Многократная (многоходовая) петлевая обмотка и волновая обмотка (445).	
9. ЭДС от лобового поля . . . . .	446
10. Средства для уничтожения искрения . . . . .	449
a) Сводка результатов вычисления ЭДС коммутации (449). b) Машины без дополнительных полюсов (452). c) Машины с дополнительными полюсами (454).	
11. Добавочные токи короткого замыкания . . . . .	457
<b>C. Магнитная цепь у машин с дополнительными полюсами . . . . .</b>	
1. Наложение друг на друга главного потока и потока дополнительных полюсов . . . . .	460
2. Магнитная характеристика цепи дополнительных полюсов . . . . .	464
3. Пересчет результатов, полученных из картины поля, на другие полные токи . . . . .	468
<b>D. Рабочие свойства машин постоянного тока . . . . .</b>	<b>469</b>
1. Машина с независимым возбуждением . . . . .	469
a) Генератор (470). b) Электродвигатель (472). c) Регулирование числа оборотов (475).	

	Стр.
2. Шунтовая машина . . . . .	477
а) Генератор (477). б) Электродвигатель (485).	
3. Машина с серийным возбуждением . . . . .	487
а) Генератор (487). б) Электродвигатель (489).	
4. Машина с компаундным возбуждением . . . . .	493
а) Генератор (494). б) Электродвигатель (497).	
5. Машины для тока неизменной силы . . . . .	498
а) Машина Кремера (498). б) Машина Розенберга (499).	
6. Качания у машин постоянного тока . . . . .	501
а) Явления качания у неустойчиво работающих двигателей постоянного тока (501). б) Машина постоянного тока как электрический конденсатор сильного тока (505). в) Колебания у шунтовых генераторов (508). д) Серийный генератор в контуре с емкостью и индуктивностью (511).	
<b>Е. Экспериментальное исследование машин постоянного тока . . . . .</b>	<b>511</b>
1. Сопротивления, положение щеток и рабочие характеристики . . . . .	512
а) Измерение сопротивлений (512). б) Установка щеток (513). в) Снятие рабочих характеристик (513).	
2. Определение коэффициента полезного действия по ПИЭМ . . . . .	515
а) Непосредственное измерение коэффициента полезного действия (515). б) Косвенное измерение коэффициента полезного действия (516).	
3. Разделение потерь . . . . .	520
4. Коммутация . . . . .	521
а) Испытание на короткое замыкание. б) Кривая напряжения под щеткой	
5. Кривая поля . . . . .	523
6. Нагрев и прочность изоляции . . . . .	525
а) Нагрев (525). б) Прочность изоляции (525).	
<b>Ф. Проектирование машины постоянного тока . . . . .</b>	<b>525</b>
1. Размеры . . . . .	525
а) Машины малой и средней мощности (526). б) Выбор числа полюсов (528). в) Большие машины и быстроходные машины (531).	
2. Магнитные и электрические нагруженности . . . . .	533
а) Индукция в воздушном промежутке и линейная нагрузка (533). б) Допустимые магнитные нагрузки в железных частях (534). в) Допустимые электрические нагрузки обмоток (536).	
3. Впадины . . . . .	537
а) Число впадин (537). б) Глубина впадины (538). в) Ширина впадины (540).	
4. Якорь и корпус . . . . .	540
а) Якорь (541). б) Корпус (547).	
5. Коллектор и щетки . . . . .	548
а) Коллектор (548). б) Щетки (550). в) Нагрев (551).	
6. Форма полюсного наконечника и воздушный промежуток . . . . .	553
а) Форма полюсного наконечника (553). б) Длина воздушного промежутка (555).	
7. Обмотки возбуждения . . . . .	556
а) Последовательные обмотки (556). б) Шунтовая обмотка (558).	
8. Ход расчета . . . . .	561
Примечание редактора . . . . .	577
Литература . . . . .	589

## ПРЕДИСЛОВИЕ К РУССКОМУ ПЕРЕВОДУ.

Предлагаемая вниманию читателя книга проф. Р. Рихтера представляет собой в новейшей электротехнической литературе явление безусловно исключительное. Достаточно сказать, что со времени выхода ее в свет (1924 г.) ни один сколько-нибудь серьезный труд, посвященный электрическим машинам, не обходится без многочисленных выдержек, формул, таблиц, чертежей, взятых из книги Рихтера. Это становится понятным, если учесть, что в данной книге собран колоссальный фактический материал, представляющий результаты многочисленных исследований и изысканий в области электромашиностроения. Однако, заслуга автора не только в том, что он явился компилятором, хотя бы и очень талантливым, чужих мыслей. Выдающийся ученый, сам автор многочисленных научных работ, Рихтер сумел в своей книге объединить все то огромное количество сырого материала, который имелся в его распоряжении, и, что самое важное, сумел из этого материала выбрать самое существенное и достоверное. Можно без преувеличения сказать, что труд Рихтера является энциклопедией теоретического электромашиностроения. Как автор указывает в предисловии, он предполагал для всего курса ограничиться двумя томами, из которых первый посвящен основам электромашиностроения вообще и машинам постоянного тока, а второй — всем машинам переменного тока. Но в настоящее время, когда вышел уже второй том, оказалось, что в нем удалось поместить только теорию синхронных машин и что, повидимому, понадобится еще по крайней мере 2 тома для рассмотрения трансформаторов и асинхронных машин (индукционных и коллекторных). Мы видим, таким образом, что труд автора перерос его предположения.

Книга Рихтера может быть рекомендована прежде всего как руководство для студентов наших электромашиностроительных ВТУЗов. Большую пользу принесет она несомненно и заводским инженерам, среди которых за последние годы вырос значительный интерес к теоретическим трудам, касающимся их специальности.

При редактировании перевода большое внимание было обращено на установление правильной терминологии. Совершенно исключены такие устаревшие термины, как „ваттный“, „безваттный“, „напряжение поля“ и т. д.

Кроме того перевод снабжен довольно большим числом примечаний, поясняющих терминологию (там, где это необходимо) и освещающих некоторые вопросы, которые недостаточно полно изложены у автора. Все эти примечания приведены в конце книги, а ссылки на них, помещенные в тексте, обозначены бук-

вой Р с цифрой, заключенными в квадратные скобки, например [Р15].

Мы надеемся, что русский перевод этой книги будет способствовать самому широкому ее распространению среди студентов, инженеров и научных работников СССР, особенно в связи с тем колossalным прогрессом, который мы наблюдаем в развитии нашей электромашиностроительной промышленности.

*Проф. Ю. Чечет.*

### ПРЕДИСЛОВИЕ АВТОРА.

Эта книга представляет собой расширенное издание моих лекций по курсу электрических машин и трансформаторов, читаемому в течение трех семестров. Она охватывает два тома, из которых первый, лежащий перед читателем, рассматривает основы расчета, общие для всех машин и трансформаторов, и теорию машин постоянного тока. Второй том будет посвящен теории машин переменного тока и трансформаторов.

Расчет механической прочности в этой книге не рассматривается. Равным образом не найдет здесь читатель ничего относительно технологий материалов, применяемых в электромашиностроении, а также и относительно диэлектрических свойств изолирующих материалов. Зато все магнитные, электрические и термические процессы, имеющие место в электрических машинах и трансформаторах, поскольку они являются чрезвычайно важными для всех машин и в частности для машин постоянного тока, рассмотрены в настоящем первом томе весьма подробно и обработаны в соответствии с результатами новейших исследований. Что касается конструктивных данных и процессов производства, то они затронуты здесь лишь в том объеме, который необходим для упражнений в расчете и проектировании электрических машин, производимых студентами высших технических школ. Якорные обмотки, которым автор посвятил отдельную книгу, также не нашли здесь глубокого освещения, и их теория изложена лишь постольку, поскольку это необходимо для ясного понимания остальных отделов.

В конце книги приведен указатель литературы для более детального углубления в сущность рассматриваемого материала. Ссылки на этот указатель помещены в тексте и обозначены буквой Л с соответствующим номером.

Алфавитный указатель и подробное оглавление должны облегчить разыскивание нужных отделов, в которых рассматриваются отдельные вопросы. Для того чтобы дать возможность читателю сразу познакомиться с практически важными выводами по тем или иным вопросам, не вдаваясь первоначально в детальное изучение многочисленных исследований, в отдельных главах собраны результаты этих исследований в виде кратких сводок. Такие сводки читатель найдет в отделах II<sup>5</sup> относительно магнитной характеристики (G1 до 4), II<sup>3</sup> относительно потерь в железе (H1 и 2) III<sup>4</sup> относительно коммутации тока (B1 до 3), III<sup>10a</sup> относительно

ЭДС коммутации (В4 до 9) и IIIF8 относительно хода расчета. Важнейшие расчетные формулы выделены в книге жирным шрифтом. Короткая глава (в конце книги) посвящена способу написания уравнений и выбору единиц.

Подготовка этой книги производилась в течение нескольких лет. За это время большая помощь в производстве отдельных вычислений, зачастую весьма кропотливых, была оказана мне моими ассистентами и отдельными студентами. Для книги использованы и несколько дипломных работ, на что имеются ссылки в примечаниях. Мой бывший ассистент доктор инженер О. Лебль (Oskar Löbl), ныне главный инженер фирмы Bergmann Elektrizitäts-Werke в Берлине, прочел часть рукописи и первой корректуры, чем оказал мне большую помощь. В начале печатания книги моим неустанным и деятельным помощником был мой ассистент инж. Г. Вейсгеймер (Herbert Weissheimer), помощь которого при многих последующих дополнениях и улучшениях я должен особенно отметить.

Всем им я приношу здесь за их сотрудничество сердечную благодарность. Большую благодарность я должен высказать также и издательству за ту готовность, с которой оно всегда охотно шло навстречу всем моим пожеланиям.

*P. Рихтер.*

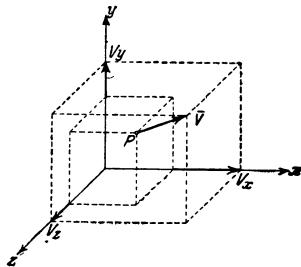
Карлсруэ, июнь 1924 г.

# I. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ЗАКОНЫ

## A. Физико-математические понятия.

### 1. Вектор.

Геометрические и физические величины, с которыми мы имеем дело в электромашиностроении, определяются или простыми числовыми выражениями в единицах измерения или для их точного определения требуется еще и указание направления. Величины первой группы называют скалярами; сюда относятся: объем, температура и электрическая проводимость. Величины второй группы называют векторами; к ней принадлежат: линейный элемент, сила, скорость, напряженность поля и т. д. Если, например, мы говорим о силе, то с этим понятием мы соединяем не только количественную величину, но и направление действия силы. Вектор  $\bar{V}$ , действующий в точке  $P$  пространства, мы можем представить линией, совпадающей с направлением вектора и по длине равной величине (скалярной) вектора. Любой вектор можно разложить на составляющие: по величине и направлению он однозначно определяется в прямоугольной системе координат компонентами  $V_x$ ,  $V_y$ ,  $V_z$  (фиг. 1). В этой книге мы будем обозначать векторы буквами с чертой над ними (например  $\bar{A}$ ,  $\bar{S}$  и т. д.), а величины векторов — теми же буквами, но без черты.



Фиг. 1. Изображение вектора.

### 2. Векторное поле.

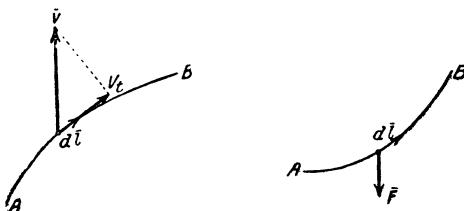
Пространство, заполненное вектором, в котором, следовательно, господствует некоторое физическое состояние, имеющее в каждой точке величину и направление, называется векторным полем. В электро-машиностроении мы изучаем магнитные и электрические поля, причем особенное внимание уделяем магнитному полю. Если в любой точке рассматриваемого пространства вектор имеет одну и ту же величину и одно и то же направление, то такое пространство называют равномерным или однородным полем. Практически равномерное векторное поле представляет собой магнитное поле земли, если мы ограничимся достаточно малым объемом пространства (например объемом комнаты).

Для описания векторного поля изображение посредством прямых линий, согласно фиг. 1, является непригодным. Ниже, в раз-

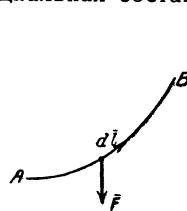
деле I, А, 6, будет изложен метод векторных трубок, дающий возможность чрезвычайно наглядно изображать векторные поля.

### 3. Линейный интеграл вектора.

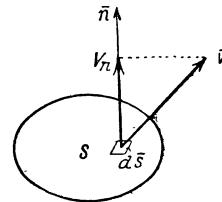
Представим себе в векторном поле кривую  $AB$  (фиг. 2). Элемент  $d\bar{l}$  этой кривой мы можем трактовать также как вектор, величина которого равна длине  $dl$  элемента. Пусть в точке пространства, в которой находится элемент кривой  $d\bar{l}$ , действует вектор  $\bar{V}$ ; его тангенциальная составляю-



Фиг. 2. Пояснение к уравнениям (1a) и (1 b).



Фиг. 3. Пояснение к уравнению (1).



Фиг. 4. Пояснение к уравнению (2).

щая пусть имеет величину  $V_t$ . Интеграл произведения тангенциальной составляющей вектора на элемент кривой

$$\int_A^B V_t dl = \int_A^B V dl \cos(\bar{V}, d\bar{l}) \quad (1a)$$

называют линейным интегралом вектора  $\bar{V}$  по кривой  $AB$ . В векторном анализе употребляется также следующий сокращенный способ обозначения:

$$\int_A^B \bar{V} d\bar{l}. \quad (1b)$$

Линейный интеграл представляет собой величину скалярную. В качестве примера, иллюстрирующего изложенное, возьмем движение тела, на которое действует сила  $F$  (фиг. 3). Тогда линейный интеграл

$$\int_A^B \bar{F} d\bar{l} = \int_A^B F dl \cos(\bar{F}, d\bar{l}) \quad (1)$$

представляет собой механическую работу, совершающую силами поля при движении тела по кривой  $AB$ .

### 4. Поток вектора.

Представим себе в векторном поле произвольную поверхность  $S$  (фиг. 4) и выделим элемент  $d\bar{s}$  этой поверхности с нормалью  $\bar{n}$ . Этот элемент поверхности мы можем рассматривать как вектор, равный по абсолютной величине  $dS$  и по направлению совпадающий с нормалью  $\bar{n}$  к элементу. В месте расположения элемента

поверхности пусть действует вектор  $\bar{V}$ , нормальная составляющая которого имеет величину  $V_n$ . Интеграл нормальной составляющей вектора по поверхности  $S$

$$\int_S V_n dS = \int_S V dS \cos(\bar{V}, d\bar{S}) = \int_S \bar{V} dS \quad (2)$$

называют поверхностным интегралом или потоком вектора  $\bar{V}$  через поверхность  $S$ . Поток представляет собой скалярную величину.

В качестве примера векторного потока можно указать на электрический ток, протекающий по проводнику. Ток  $I$  в проводнике равняется поверхностному интегралу электрической плотности тока  $J$ , взятому по произвольной площади сечения  $q$ , наклонной или перпендикулярной к проводнику:

$$I = \int_q \bar{J} d\bar{q} = \int_q J_n dq. \quad (2')$$

У линейных проводников удобнее выбирать сечение, перпендикулярное к оси проводника (к направлению течения тока), и тогда  $J_n = J$ .

## 5. Поле, свободное от вихрей, и поле, свободное от источников.

Если внутри некоторого ограниченного пространства линейный интеграл вектора вдоль любой замкнутой кривой (интеграл обхода) равен нулю, то векторное поле в этом пространстве называют безвихревым или свободным от вихрей полем. Отсюда следует, что в безвихревом поле линейный интеграл вектора по всем путям с одинаковыми начальными и конечными точками имеет одно и то же значение. Мы можем поэтому каждой точке в безвихревом поле приписать определяемое от произвольной постоянной числовое значение — однозначный потенциал таким образом, чтобы разность потенциалов между двумя точками была равна линейному интегралу вектора поля по пути между этими точками. Приписывая произвольно выбранное значение потенциала какой-либо одной точке, мы тем самым однозначно определяем потенциалы остальных точек поля.

Поверхности, на которых лежат точки равного потенциала, называют *поверхностями уровня* или *эквипотенциальными поверхностями*. Поверхности уровня пересекают линии поля, т. е. кривые, касательные к которым определяют направление вектора в каждой точке поля, всегда под прямым углом. И в вихревом поле, где потенциала не существует, можно при некоторых условиях также найти поверхности, перпендикулярные к направлению линий поля. Однако здесь эти поверхности уже не являются *поверхностями уровня* [Л6].

Такие поля называются полями, обладающими ортогональными поверхностями. Если взять линейные интегралы вектора поля по трем элементарным прямоугольникам, расположенным параллельно трем плоскостям прямоугольной системы координат, и приравнять

их нулю, то условие свободы поля от вихрей будет характеризоваться тремя уравнениями:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial V_z}{\partial y} - \frac{\partial V_y}{\partial z} &= 0, \\ \frac{\partial V_x}{\partial z} - \frac{\partial V_z}{\partial x} &= 0, \\ \frac{\partial V_y}{\partial x} - \frac{\partial V_x}{\partial y} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (3a)$$

или, независимо от выбора системы координат, векторным уравнением

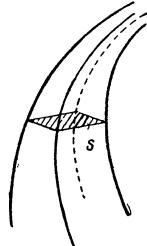
$$\operatorname{rot} \vec{V} = 0. \quad (3b)$$

Если внутри ограниченной части пространства поверхности интеграл вектора по произвольной замкнутой поверхности (поверхностный интеграл) равен нулю, то векторное поле в этой области называется свободным от источников. В таком поле силовые линии не имеют ни начальных, ни конечных точек. Если взять интеграл по поверхности элементарного параллелепипеда и приравнять его нулю, то условие свободы поля от источников будет характеризоваться уравнением

$$\frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} + \frac{\partial V_z}{\partial z} = 0 \quad (4a)$$

или, независимо от выбора системы координат, — векторным уравнением:

$$\operatorname{div} \vec{V} = 0. \quad (4b)$$



Фиг. 5. Векторная трубка.

Расположим в свободном от источников векторном поле перпендикулярно к направлению вектора небольшую площадку  $s$ . Тогда векторы, ограничивающие периметр площадки (фиг. 5), будут образовывать трубкообразную фигуру, называемую векторной трубкой. Согласно принятого определения трубы, через ее боковую поверхность силовые линии не входят и из нее не выходят, благодаря чему векторная трубка обладает тем свойством, что через все ее поперечные сечения проходит один и тот же поток вектора. Вообще говоря, вдоль векторной трубы изменяется только ее сечение; средняя величина вектора должна быть поэтому обратно пропорциональной поперечному сечению трубы. Если свободную от источников область векторного поля разбить на четырехгранные векторные трубы, из которых соседние трубы всегда имеют одну общую боковую поверхность, то получится пространственное семейство кривых, в котором каждая кривая является общим ребром для четырех взаимно соприкасающихся векторных трубок. Если подразделение выбрать так, чтобы через все трубы проходил один и тот же векторный поток, то указанное семейство кривых даст прекрасное изображение свободного от источников векторного поля.