

Григорий Яковлевич Юревич

**Курс элементарной алгебры и
систематический сборник
алгебраических задач**

**Москва
«Книга по Требованию»**

УДК 82-3
ББК 84-4
Ю68

Ю68 **Юревич Г.**
Курс элементарной алгебры и систематический сборник алгебраических задач / Григорий Яковлевич Юревич – М.: Книга по Требованию, 2023. – 239 с.

ISBN 978-5-521-39442-5

ISBN 978-5-521-39442-5

© Издание на русском языке, оформление
«YOYO Media», 2023
© Издание на русском языке, оцифровка,
«Книга по Требованию», 2023

Эта книга является репринтом оригинала, который мы создали специально для Вас, используя запатентованные технологии производства репринтных книг и печати по требованию.

Сначала мы отсканировали каждую страницу оригинала этой редкой книги на профессиональном оборудовании. Затем с помощью специально разработанных программ мы произвели очистку изображения от пятен, клякс, перегибов и попытались отбелить и выровнять каждую страницу книги. К сожалению, некоторые страницы нельзя вернуть в изначальное состояние, и если их было трудно читать в оригинале, то даже при цифровой реставрации их невозможно улучшить.

Разумеется, автоматизированная программная обработка репринтных книг — не самое лучшее решение для восстановления текста в его первоизданном виде, однако, наша цель — вернуть читателю точную копию книги, которой может быть несколько веков.

Поэтому мы предупреждаем о возможных погрешностях восстановленного репринтного издания. В издании могут отсутствовать одна или несколько страниц текста, могут встретиться невыводимые пятна и кляксы, надписи на полях или подчеркивания в тексте, нечитаемые фрагменты текста или загибы страниц. Покупать или не покупать подобные издания — решать Вам, мы же делаем все возможное, чтобы редкие и ценные книги, еще недавно утраченные и несправедливо забытые, вновь стали доступными для всех читателей.

ОТДѢЛЪ I.

Предварительныя понятія.

ГЛАВА I.

§ 1. Сходныя задачи. Возьмемъ двѣ задачи:

1. Два парохода идутъ другъ другу навстрѣчу изъ двухъ мѣстъ, лежащихъ на разстояніи 180 верстъ; первый проходитъ въ часъ 14 верстъ, а второй 16 верстъ. Черезъ сколько часовъ они встрѣтятся?

2. Два парохода вышли въ одно время другъ другу навстрѣчу изъ двухъ мѣстъ, лежащихъ на разстояніи 1200 верстъ; первый проходитъ въ часъ 11 верстъ, а другой 13 верстъ. Черезъ сколько часовъ они встрѣтятся?

Сравнивая эти задачи, мы видимъ, что условія у нихъ одинаковы; различаются эти задачи только числовыми данными.

Такія задачи, у которыхъ условія одинаковы, называются сходными.

При изученіи ариеметики намъ весьма часто приходилось встрѣчать сходныя задачи. Таковы, на примѣръ, задачи различнаго рода на тройное правило, на правило процентовъ, на правило пропорціональнаго дѣленія и т. п.

Очевидно, что сходныя задачи рѣшаются одинаково. Поэтому, зная, какъ рѣшается одна какая-либо задача, мы легко можемъ рѣшить массу задачъ, которыя сходны съ ней. Но чтобы не тратить понапрасну времени и труда на рѣшеніе всевозможныхъ сходныхъ задачъ, обыкновенно составляется для нихъ одно общее рѣшеніе, въ которомъ указывается, какія дѣйствія и въ какой послѣдовательности надо произвести надъ данными числами задачи, чтобы получить искомое неизвѣстное.

2. Употребленіе буквъ. Для составленія общихъ рѣшеній числа обозначаютъ не цифрами, а буквами латинскаго или французскаго алфавита: $a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k, l, m, n, o, p, q, r, s, t, u, v, x, y, z$.

Какую брать букву вмѣсто того или другого числа — все равно; но если мы обозначимъ одно число извѣстною буквою, то для обозначенія другихъ чиселъ надо употреблять инныя буквы, — это дѣлается для того, чтобы не смѣшать одного числа съ другимъ. Кромѣ того, принято обозначать извѣстныя числа начальными буквами алфавита: a, b, c и т. д., а неизвѣстныя — послѣдними буквами: x, y, z .

Примѣчаніе. Иногда различныя числа обозначаются одною и тою же буквою: но, чтобы не смѣшать чиселъ, около буквъ съ правой стороны, сверху ставятъ значки: $'$, $"$, $'''$, . . . , или же внизу съ той же стороны ставятъ маленькія цифры: 1, 2, 3 Напримѣръ: a', a'', a''' , или a_1, a_2, a_3 Читаются такія буквы такъ: a' или a_1 , — a примъ, или a первое; a'' или a_2 — a второе; a''' или a_3 — a третье и т. д. — Различныя числа обозначаются однѣми и тѣми же буквами тогда, когда эти числа имѣютъ какое-либо общее значеніе, напримѣръ — числа одного наименованія.

§ 3. Возвратимся теперь къ первой задачѣ изъ предложенныхъ въ началѣ, и обозначимъ въ ней числа буквами. Тогда задача приметъ слѣдующій видъ:

Два парохода идутъ другъ другу навстрѣчу изъ двухъ мѣстъ, лежащихъ на разстояніи a верстъ; первый проходитъ въ часъ b верстъ, а второй c верстъ. Черезъ сколько часовъ пароходы встрѣтятся?

Чтобы рѣшить эту задачу, мы будемъ рассуждать такимъ же образомъ, какъ рассуждали бы въ томъ случаѣ, если бы данныя задачи были выражены числами, а именно: если первый пароходъ проходитъ въ часъ b верстъ, а второй c верстъ, то, чтобы узнать, на сколько верстъ они приближаются въ часъ, надо b и c сложить; сумму эту обозначаютъ такъ:

$$b + c.$$

Далѣе, такъ какъ первоначальное разстояніе между пароходами равно a верстамъ, то, слѣдовательно, они встрѣтятся черезъ столько часовъ, сколько разъ сумма $b + c$ содержится въ a . Частное это обозначается такъ:

$$a : (b + c).$$

Выраженіе $a : (b + c)$ и называется общимъ рѣшеніемъ. Если въ немъ вмѣсто буквъ: a , b и c станемъ подставлять какія угодно числа и выполнимъ указанныя дѣйствія (сложеніе и дѣленіе), то получимъ отвѣты для какихъ угодно задачъ (подобнаго рода. Такъ, если вмѣсто a подставимъ 180, вмѣсто b — 14 и вмѣсто c — 16, то получимъ $180 : (14 + 16) = 6$, т.-е. получимъ отвѣтъ для первой задачи.

Точно такъ же, если положимъ $a = 1200$, $b = 11$ и $c = 13$, то $a : (b + c) = 1200 : (11 + 13) = 50$, т.-е. получимъ отвѣтъ для второй задачи и т. п.

§ 4. Понятіе объ алгебрѣ. Наука, имѣющая цѣлью указать, какимъ образомъ составляются общія рѣшенія для сходныхъ задачъ, называется алгеброй.

Кромѣ того, алгебра имѣетъ свою цѣлью обобщать самыя задачи. Многія задачи бываютъ хотя и различны по своему содержанію, но данныя и искомыя числа у нихъ находятся въ одинаковой зависимости, такъ что для рѣшенія ихъ надо употреблять одинаковые приемы. Напримѣръ:

1. Два поѣзда вышли въ одно время навстрѣчу другъ другу изъ станцій А и Б, разстояніе между которыми 540 верстъ; первый поѣздъ проходитъ въ часъ 27 верстъ а другой 28 верстъ. Черезъ сколько часовъ они встрѣтятся?

2. Два пѣшехода отправились — одинъ изъ Петербурга въ Кіевъ, а другой навстрѣчу ему изъ Кіева. Первый проходитъ въ день 26 верстъ, а другой 28 верстъ. Черезъ сколько дней путешественники встрѣтятся, если извѣстно, что отъ Кіева до Петербурга 1485 верстъ?

Сравнивая эти задачи съ первыми, мы легко можемъ замѣтить большое сходство, а именно: искомыя числа и данныя у всѣхъ ихъ находятся въ одинаковой зависимости между собою. Поэтому, для подобныхъ задачъ составляется одна общая задача и одно общее рѣшеніе.

Общій видъ для подобныхъ задачъ есть слѣдующій:

Два тѣла, находящіяся на разстояніи d линейныхъ единицъ, движутся другъ другу навстрѣчу: первое со скоростью v_1 линейныхъ единицъ въ единицу времени, а второе v_2 линейныхъ единицъ въ ту же единицу времени. Черезъ сколько единицъ времени они встрѣтятся?

Общее же рѣшеніе для нихъ, если мы искомое число обозначимъ черезъ x , будетъ слѣдующее:

$$x = d : (v_1 + v_2).$$

Наконецъ, алгебра даетъ намъ общіе способы для рѣшенія всевозможныхъ ариметическихъ задачъ. (См. уравненія.)

§ 5. **Дѣйствія, разсматриваемыя въ алгебрѣ.** Въ алгебрѣ разсматривается шесть дѣйствій: первыя четыре тѣ же, что и въ ариѳметикѣ, т.-е. *сложене, вычитаніе, умноженіе и дѣленіе*, и кромѣ того, *возвышеніе въ степень и извлеченіе корней*.

Для обозначенія первыхъ четырехъ дѣйствій употребляются тѣ же знаки, что и въ ариѳметикѣ, т.-е. для обозначенія сложенія знакъ $+$ (плюсъ), $a + b$; для вычитанія $-$ (минусъ), $a - b$; для умноженія знаки $\times$ или $\cdot$ (косой крестъ или точка), $a \times b$ или $a \cdot b$; для дѣленія $:$ или $-$ (двѣ точки или черта), $a : b$ или $\frac{a}{b}$.

Относительно умноженія надо замѣтить, что знакъ этого дѣйствія почти всегда **не пишется**, а подразумѣвается. Пишутъ обыкновенно тѣ буквенныя количества, которыя надобно перемножить, рядомъ, безъ всякаго знака; такъ напр., вмѣсто $a \times b \times c$ или $a \cdot b \cdot c$ пишутъ abc . Очевидно, что съ цифрами этого сдѣлать нельзя, потому что значеніе каждой цифры зависитъ отъ занимаемаго ею мѣста. Нельзя, напр., сказать, что $5 \cdot 6 = 56$.

§ 6. **Коэффициентъ.** Буквенныя количества, входящія въ составъ какого-нибудь произведенія, называются множителями, или производителями. Такъ, въ произведеніи: abc количества: a , b и c суть множители или производители.

Если въ произведеніи одинъ изъ множителей численный, то онъ обыкновенно ставится впереди буквенныхъ множителей и называется *коэффициентомъ*. Такъ, въ произведеніи $5abc$ число 5 есть коэффициентъ. Точно такъ же въ произведеніи $\frac{3}{8}xy$ число $\frac{3}{8}$ — коэффициентъ.

Если коэффициентъ выраженъ цѣлымъ числомъ, то онъ обозначаетъ, что извѣстное произведеніе взято слагаемымъ или вычитаемымъ нѣсколько разъ. Такъ, въ произведеніи $5abc$ число 5 обозначаетъ, что abc взято слагаемымъ 5 разъ, т.-е. $5abc = abc \cdot 5 = abc + abc + abc + abc + abc$.

Въ выраженіи же: $a - 2ab$ коэф. 2 означаетъ, что произведеніе ab взято вычитаемымъ два раза; поэтому, это выраженіе можно замѣнить слѣдующимъ: $a - ab - ab$.

Дробный коэффициентъ показываетъ, какая часть берется отъ произведенія. Такъ, въ произведеніи $\frac{3}{8}xy$ коэф. означаетъ, что отъ произведенія xy надо взять $\frac{3}{8}$ части.

Если при какомъ-нибудь произведеніи нѣтъ коэффициента, то надо подразумѣвать единицу; такъ, $ab = 1ab$.

§ 7. **Степень.** Иногда произведение составляется изъ одного и того же количества, взятаго множителемъ нѣсколько разъ. Такое произведение пишется сокращеннымъ образомъ, а именно: количество, повторяющееся нѣсколько разъ множителемъ, пишутъ только одинъ разъ, а надъ нимъ справа ставятъ число, которое показываетъ, сколько разъ данное количество должно быть взято множителемъ. Такъ, вмѣсто $4 \cdot 4 \cdot 4$ пишутъ 4^3 ; вмѣсто $xxxx$ пишутъ x^4 ; вмѣсто $aaaaa \dots$, повторяющееся множителемъ n разъ, пишутъ a^n .

Произведение, составленное изъ одинаковыхъ множителей, называется степенью; количество, которое берется множителемъ, называется основанием степени; а число, показывающее, сколько разъ повторяется множитель, называется показателемъ степени. Такъ, въ выраженіи 4^3 число 4 есть основание степени, число 3 — показатель степени, а самое произведение $4^3 = 64$ есть степень.

По числу одинаковыхъ множителей, входящихъ въ составъ произведенія, или, иначе, по величинѣ показателя, степени дѣлятся на вторыя — a^2 , третьи — a^3 , четвертыя — a^4 и т. д. Вторая степень часто называется *квадратомъ*, а третья — *кубомъ*. Всякое число, взятое само по себѣ, называется *первой степенью*. Напр., a есть первая степень для a , и ее можно изобразить такъ: $a = a^1$, хотя обыкновенно показателя первой степени не пишутъ.

Дѣйствіе, состоящее въ умноженіи числа самого на себя нѣсколько разъ, называется *возвышеніемъ въ степень*. Такъ, возвысить 5 въ четвертую степень значитъ составить произведение изъ числа 5, повторивъ его множителемъ 4 раза; получимъ $5^4 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 625$.

Примѣчаніе. Изъ сказаннаго видно, что нельзя смѣшивать коэффиціента съ показателемъ степени, потому что первый показываетъ, сколько разъ извѣстное количество берется слагаемымъ или вычитаемымъ, а второй показываетъ, сколько разъ оно берется множителемъ. Напр., $4x = x + x + x + x$, а $x^4 = xxxx$.

§ 8. **Корень.** Основаніе какой-либо степени называется часто *корнемъ* для того числа, которое получается послѣ возвышенія. Такъ, 3 есть корень четвертой степени для 81, потому что $3^4 = 81$; точно такъ же $\frac{2}{3}$ есть квадратный корень для $\frac{4}{9}$, потому что $\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$.

Дѣйствіе, помощью котораго находится корень какой-либо степени для даннаго числа, называется *извлеченіемъ корня*. Для обозначенія этого дѣйствія употребляется особый знак $\sqrt{}$, который называется *радикаломъ* (этотъ знакъ есть не что иное, какъ испорченная латинская буква *r*, отъ слова *radix* = *корень*). Съ правой стороны подъ чертою этого знака пишутъ то число, изъ котораго надо извлечь корень; а вверху этого знака пишутъ число, показывающее, какой степени надо извлечь корень; число это называется *показателемъ корня*. Такъ, чтобы показать, что изъ 81 надо извлечь корень 4-й степени, пишутъ такъ: $\sqrt[4]{81}$; точно такъ же, чтобы изобразить, что изъ $\frac{9}{64}$ надо извлечь квадратный корень, пишутъ такъ: $\sqrt[2]{\frac{9}{64}}$. Замѣтимъ при этомъ, что показатель квадратнаго корня не пишется, а подразумѣвается. Поэтому, вмѣсто $\sqrt[2]{\frac{9}{64}}$, пишутъ $\sqrt{\frac{9}{64}}$; вмѣсто $\sqrt[2]{a}$, пишутъ $\sqrt{a}$. Показатели же остальныхъ степеней всегда пишутся.

Число, стоящее подъ радикаломъ, называется *подкореннымъ*, или *подрадикальнымъ*. Таковы, на примѣръ, числа въ предыдущихъ примѣрахъ: 81, $\frac{9}{64}$, a .

Задачи. 1. Въ одномъ городѣ находится a человѣкъ, а въ другомъ b . Сколько въ обоихъ вмѣстѣ?

Рѣшить эту задачу, если

$$a = 1728, 35446, 57364.$$

$$b = 4920, 18763, 38000.$$

2. Въ фруктовомъ саду a грушъ, b яблонь, c сливъ и d вишенъ. Сколько всѣхъ деревьевъ въ саду?

Рѣшить эту задачу при $a = 240, b = 320, c = 520, d = 117$.

3. Въ амбарѣ a четвериковъ ржи, m четвериковъ овса, n четвериковъ пшеницы, и p четвериковъ ячменя. Сколько всего хлѣба въ амбарѣ?

Рѣшить эту задачу при $a = 1345, m = 3725, n = 367, p = 1542$.

4. Купленъ товаръ за a рублей, а проданъ за b рублей. Сколько получено прибыли?

Рѣшить эту задачу при $a = 649, b = 827$.

5. Въ арміи находилось a человѣкъ; во время сраженія было убито b человѣкъ, ранено c человѣкъ, взято въ плѣнъ d человѣкъ. Сколько солдатъ осталось въ арміи послѣ сраженія?

Рѣшить эту задачу при $a = 40000, b = 127, c = 3618, d = 500$.

6. Въ хлѣбномъ магазинѣ было s четвертей хлѣба; при чемъ ржи было m четвертей, пшеницы n четвертей и ячменя p четвертей, остальное же былъ овесъ. Сколько четвертей было овса въ магазинѣ?

Рѣшить эту задачу при $s = 3500, m = 650, n = 270, p = 725$.

7. Фунтъ чаю стоитъ a рублей; сколько стоятъ m фунтовъ?
Рѣшить эту задачу при $a = 2; 1,5; 3,25; m = 32; 18; 7\frac{1}{2}$.
8. Въ книгѣ a страницъ, на каждой страницѣ по b строкъ, въ строкѣ по c буквъ. Сколько буквъ въ книгѣ?
Рѣшить задачу при $a = 160, b = 38, c = 48$.
9. Помѣщикъ продалъ a четвертей пшеницы по m рублей за четверть и участокъ лѣса за b рублей. Сколько у него осталось денегъ, если онъ на уплату дома отдалъ k рублей?
Рѣшить эту задачу при $a = 1340, m = 8, b = 12000, k = 19346$.
10. a рабочихъ получили за работу m рублей; сколько получили каждый?
Рѣшить эту задачу при $a = 133, m = 1596$.
11. Пароходъ, содержащій a пудовъ муки, разгрузили въ n дней c рабочихъ. Сколько пудовъ выгружали ежедневно каждый рабочій?
Рѣшить эту задачу при $a = 86400, n = 10, c = 24$.

12. Написать сумму чиселъ a, b, c и d .
13. Написать разность между числами a и x .
14. Написать произведеніе и частное чиселъ m и n .
15. Куплено a аршинъ полотна по a рублей за аршинъ. Сколько заплачено за все сукно?
Рѣшить эту задачу при $a = 2,7$.
16. Чему равенъ объемъ куба, ребро котораго равно k футамъ?
Рѣшить задачу при $k = 17,3(72)$.
17. Сколько фунтовъ въ a пудахъ?
18. Раздробить въ аршины r верстъ?
19. Сколько лотовъ въ a фунтахъ и b лотахъ?
20. Сколько сажень въ n футахъ?
21. Сколько пудовъ въ a лотахъ?

Упростить выраженія:

- | | |
|--|--|
| 22. $a+a+a+a.$ | 23. $abc+abc+xy+xy+xy.$ |
| 24. $ab+ab-cd-cd-cd.$ | 25. $abx-x-x+bc+bc.$ |
| 26. $\frac{ab}{4}+\frac{ab}{4}+\frac{ab}{4}.$ | 27. $\frac{x}{9}+\frac{x}{9}+\frac{x}{9}+\frac{x}{9}.$ |
| 28. $\frac{a}{5}+\frac{a}{5}-\frac{b}{4}-\frac{b}{4}-\frac{b}{4}.$ | 29. $\frac{xy}{7}+\frac{xy}{7}-\frac{zx}{3}-\frac{zx}{3}.$ |

Написать безъ коэффиціента слѣдующія выраженія:

- | | |
|-----------------|------------------|
| 30. $3ab.$ | 31. $4xyz.$ |
| 32. $4abc+3xy.$ | 33. $3ab-2cd.$ |
| 34. $2m-3nx.$ | 35. $7xyz+8abc.$ |

Упростить выражения:

- | | |
|--------------------------------------|-----------------------------|
| 36. $a.a.a.a.a.$ | 37. $x.x.x.x.x.x.x.$ |
| 38. $a.a.b.b.b.$ | 39. $x.x.y.y.y.y.y.z.z.z.$ |
| 40. $5.a.a.b.b.b.c.$ | 41. $12.x.x.x.y.y.z.z.z.z.$ |
| 42. $6.a.a.b.b.b+4.a.a.a.b.b.$ | 43. $9x.y.y.y-5x.x.x.y.$ |
| 44. $7.a.b.b.b-4.a.a.b.b+5.a.a.a.b.$ | |

Выразить безъ показателей степени:

- | | |
|--------------------------------|--------------------------|
| 45. $a^2.$ | 46. $b^3.$ |
| 47. $a^2b^3.$ | 48. $x^5y^7.$ |
| 49. $3a^2b^3-4a^3b^2.$ | 50. $2a^2x+3ab^2-4b^2x.$ |
| 51. $16a^3b^4x^3-12b^3x^5y^2.$ | 52. $8x^7-9y^6-7z^5.$ |

Выразить безъ коэффициентовъ и показателей:

- | | |
|--------------------|--------------------|
| 53. $3a^2.$ | 54. $4a^3.$ |
| 55. $7a^3.$ | 56. $2a^3b^2.$ |
| 57. $3a^2b+4ab^2.$ | 58. $7ax^6-3bx^3.$ |

Вычислить корни:

- | | |
|------------------------------|-------------------------------|
| 59. $\sqrt[3]{81}.$ | 60. $\sqrt[3]{27}.$ |
| 61. $\sqrt[5]{32}.$ | 62. $\sqrt[3]{125}.$ |
| 63. $\sqrt[2]{\frac{2}{3}}.$ | 64. $\sqrt[3]{\frac{8}{64}}.$ |

65. Написать сумму квадратовъ для чиселъ a и b .
 66. Написать разность квадратовъ для чиселъ a и b .

67. Написать число, содержащее a десятковъ и b единицъ.
 68. Написать число, содержащее a тысячъ, b сотенъ, c десятковъ и x единицъ.

69. Написать общій видъ четнаго числа.

70. Написать общій видъ нечетнаго числа.

71. Дано число p ; найти ближайшее предыдущее и ближайшее послѣдующее число.

72. Дано четное число m ; найти ближайшія предыдущія четныя числа.

73. Смѣшано m фунтовъ чаю по a рублей и m_1 фунтовъ по b рублей за фунтъ; что стоитъ фунтъ смѣси?

74. Смѣшано 4 сорта муки; n_1 фунт. по a коп., n_2 фунтовъ по b коп., n_3 фунтовъ по c коп. и n_4 фунтовъ по d коп. за фунтъ. Что стоитъ фунтъ смѣси?

75. Торговецъ купилъ партію сахара по a руб. пудъ; онъ продалъ m пудовъ съ прибылью 20%; сколько онъ получилъ денегъ за проданный сахаръ?

76. n человѣкъ, работая ежедневно по a часовъ, получили въ b дней s рублей; во сколько дней n_1 человѣкъ получать s_1 рублей, работая по a_1 часовъ?

77. Если быть каждый день въ дорогѣ a часовъ, то можно проѣхать на почтовыхъ n верстъ въ b дней; сколько верстъ можно проѣхать по желѣзной дорогѣ въ b , дней, останавливаясь ежедневно c часовъ, если ѣзда по желѣзной дорогѣ въ $4\frac{1}{2}$ раза скорѣе?

78. Въ бассейнѣ проведены 3 трубы; черезъ первыя двѣ вода вливается, а черезъ послѣднюю вытекаетъ; черезъ I-ю трубу бассейнъ наполняется въ m часовъ, черезъ вторую въ n часовъ; черезъ 3-ю бассейнъ можетъ опорожниться въ p часовъ. Во сколько времени наполнится пустой бассейнъ, если открыть сразу всѣ трубы?

79. Въ бассейнѣ, вмѣстимостью въ a бочекъ, проведены двѣ трубы; черезъ одну въ m часовъ выливается b бочекъ, а черезъ другую въ n часовъ вливается c бочекъ. Во сколько часовъ наполнится бассейнъ, если открыть всѣ трубы?

80. Три работника, нанятые на одинаковыхъ условіяхъ, получили z рублей. Сколько получилъ каждый изъ нихъ, если первый работалъ a дней, второй b дней и третій c дней?

ГЛАВА II.

Объ алгебраическихъ выраженіяхъ.

§ 9. Алгебраическія выраженія. *Всякое соединеніе чиселъ, изображенныхъ буквами, посредствомъ различныхъ знаковъ дѣйствій, называется алгебраическимъ выраженіемъ.* Таковы, напр.:

$$1) 4abc, \quad 2) \frac{3a}{abc}, \quad 3) \sqrt[5]{a}, \quad 4) 2a^2 - 3bc + 4c^2.$$

Алгебраическія выраженія бываютъ *одночленныя и многочленныя*.

Одночленными выраженіями, или одночленами, называются такія выраженія, которые не содержатъ въ себѣ ни знака сложенія, ни знака вычитанія. Таковы, напр., выраженія:

$$1) 2a, \quad 2) \frac{a^2c}{4xn}, \quad 3) \sqrt[n]{\frac{abc}{nh^2}},$$

Многочленными же выраженіями называются такія, которыя состоятъ изъ двухъ или болѣе одночленовъ, соединенныхъ между собою знаками $+$ или $-$. Таковы, напр., выраженія:

$$1) a + b; \quad 2) 3a^2b - 2cd^2 + 6xy^2; \quad 3) \sqrt{ab} - \frac{3a^2b}{cg} + 15a - x.$$

Одночлены, изъ которыхъ состоитъ многочленное выраженіе, называются членами его. Такъ, въ первомъ примѣрѣ члены суть: a и b ; во второмъ примѣрѣ члены: $3a^2b$, $2cd^2$ и $6xy^2$.

По числу членовъ многочленные выраженія дѣлятся на *двучлены* (или биномы), *трехчлены* (или триномы) и *многочлены* (или полиномы).

§ 10. **Выраженія цѣлыя и дробныя.** Если алгебраическое выраженіе не содержитъ въ себѣ буквенныхъ дѣлителей, то оно называется *цѣлымъ*. Напримѣръ:

$$1) 5a^2bx, \quad 2) \frac{3}{4}ax^2, \quad 3) 4ab^2 - \frac{a^2b}{2} + 0,4a^3.$$

Если же въ составъ его входятъ буквенные дѣлители, то оно называется *дробнымъ*. Напр.:

$$1) \frac{a}{b}, \quad 2) \frac{3ac}{2b}, \quad 3) \frac{5ab}{n} - 4\frac{ab^2}{cd} - x.$$

§ 11. **Выраженія раціональныя и ирраціональныя.** Раціональными выраженіями называются такія, которыя не содержатъ знака *радикала* — $\sqrt{}$; напримѣръ:

$$3a^2b \text{ или } 6a^2 - 3ax + \frac{4a^2m}{x}.$$

Если же радикалъ входитъ въ составъ какого-либо выраженія, то оно называется *ирраціональнымъ*; напримѣръ:

$$\sqrt{a}, \quad 3ab - \frac{a\sqrt{bc}}{c}.$$

§ 12. **Числовое значеніе алгебраическихъ выраженій.** Если мы въ алгебраическомъ выраженіи замѣнимъ буквы числами и выполнимъ указанные дѣйствія, то результатъ, который получится, называется *числовымъ значеніемъ алгебраическаго выраженія*. Такъ, напр., если мы въ выраженіи:

$$\frac{ab}{c}$$

вмѣсто a поставимъ 2, вмѣсто b —12, вмѣсто c —9, то получимъ $\frac{2 \cdot 12}{9} = 2\frac{2}{3}$. Число $2\frac{2}{3}$ и называется *числовымъ значеніемъ* для выраженія $\frac{ab}{c}$.

Точно такъ же числовое значеніе для выраженія $a + b - c$, при $a = 2$, $b = 12$, $c = 9$, будетъ $2 + 12 - 9 = 5$.

Укажемъ, въ какомъ порядкѣ должны производиться дѣйствія при нахожденіи числового значенія алгебраическихъ выраженій.

I. Въ одночленахъ прежде всего, если есть степени или корни, возвышаются числа въ степень, или извлекаются изъ нихъ корни, а затѣмъ производится умноженіе и дѣленіе.