

**Б.А. Агранат**

# **Основы физики и техники ультразвука**

**Москва  
«Книга по Требованию»**

УДК 53  
ББК 22.3  
Б11

Б11 **Б.А. Агранат**  
Основы физики и техники ультразвука / Б.А. Агранат – М.: Книга по Требованию, 2024. – 352 с.

**ISBN 978-5-458-25309-3**

В пособии дано систематизированное изложение научных основ ультразвуковой обработки материалов и особенностей технологии ее применения в различных областях современной техники. В двух разделах пособия изложены физические принципы распространения ультразвука и результаты теоретических и экспериментальных исследований ультразвуковой технологии применительно к конкретным процессам производства. Обобщен опыт промышленного использования ультразвука.

**ISBN 978-5-458-25309-3**

© Издание на русском языке, оформление  
«YOYO Media», 2024  
© Издание на русском языке, оцифровка,  
«Книга по Требованию», 2024

Эта книга является репринтом оригинала, который мы создали специально для Вас, используя запатентованные технологии производства репринтных книг и печати по требованию.

Сначала мы отсканировали каждую страницу оригинала этой редкой книги на профессиональном оборудовании. Затем с помощью специально разработанных программ мы произвели очистку изображения от пятен, клякс, перегибов и попытались отбелить и выровнять каждую страницу книги. К сожалению, некоторые страницы нельзя вернуть в изначальное состояние, и если их было трудно читать в оригинале, то даже при цифровой реставрации их невозможно улучшить.

Разумеется, автоматизированная программная обработка репринтных книг – не самое лучшее решение для восстановления текста в его первоизданном виде, однако, наша цель – вернуть читателю точную копию книги, которой может быть несколько веков.

Поэтому мы предупреждаем о возможных погрешностях восстановленного репринтного издания. В издании могут отсутствовать одна или несколько страниц текста, могут встретиться невыводимые пятна и кляксы, надписи на полях или подчеркивания в тексте, нечитаемые фрагменты текста или загибы страниц. Покупать или не покупать подобные издания – решать Вам, мы же делаем все возможное, чтобы редкие и ценные книги, еще недавно утраченные и несправедливо забытые, вновь стали доступными для всех читателей.



Современное состояние физики и техники ультразвука было подготовлено фундаментальными исследованиями в области теоретической физики (Мандельштам, Френкель, Ландау и др.), физической акустики (Рэлей, Ланжевэн, Андреев, Бреховских, Исакович и др.), прикладной акустики (Джоуль, Кюри, Вуд, Польшман и др.), а также физики и техники ультразвука (Розенберг, Михайлов, Полоцкий, Кикучи, Неппайрас, Флин, Кнэпп и др.).

Особенно интенсивное развитие ультразвуковая техника получила в послевоенные годы, когда были выяснены многие из фундаментальных положений теории акустической кавитации и в связи с этим значительно расширилась сфера применения ультразвука в машиностроении, металлургии и других отраслях промышленности. В развитие ультразвуковой техники и технологии выдающийся вклад внесли советские ученые.

Использование в ультразвуковой технологии мощных звуковых полей представляет весьма трудную задачу, так как даже приближенный расчет можно осуществить только базируясь на теории нелинейной акустики. Следует отметить, что основным интенсифицирующим или инициирующим действием обладает не само распространение упругой волны деформаций или смещений, а возникающие при этом вторичные эффекты: акустические течения, радиационное давление, звукокапиллярный эффект, кавитация, ударные волны и т. д., обуславливающие воздействие ультразвука практически на все известные технологические процессы.

## УСЛОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

$L$ — функция Лагранжа	$K$ — модуль объемной упругости, коэффициент отражения
$\mathcal{E}_k$ — кинетическая энергия	$\omega$ — плотность энергии
$\mathcal{E}_n$ — потенциальная энергия	$S$ — площадь
$\mathcal{E}$ — полная энергия	$I$ — интенсивность
$q$ — обобщенная координата	$C$ — гибкость
$v$ — скорость	$g$ — ускорение свободного падения
$r$ — радиус-вектор	$V$ — объем
$t$ — время	$p$ — давление
$m$ — масса	$\mu$ — дисперсия
$F$ — сила	$k$ — постоянная Больцмана
$A, B, C$ — постоянные коэффициенты	$J$ — момент инерции
$T$ — период колебаний, термодинамическая температура	$N$ — мощность
$c$ — скорость звука	$\xi$ — смещение
$C_p$ — теплоемкость при постоянном давлении	$\rho$ — плотность
$C_v$ — теплоемкость при постоянном объеме	$\sigma$ — напряжение, поверхностное натяжение
$k$ — волновое число	$e$ — деформация
$z$ — удельное волновое сопротивление	$\lambda$ — длина волны
$Z$ — волновое сопротивление	$\lambda, \mu$ — постоянные Ламе
$R$ — газовая постоянная	$\alpha$ — сдвиг фазы
$M$ — масса молекулы	$\beta$ — коэффициент поглощения
$E$ — модуль Юнга	$\tau$ — время релаксации, тангенциальные напряжения
$G$ — модуль сдвига	$\omega$ — частота

## РАЗДЕЛ I

# ФИЗИЧЕСКИЕ ПРИНЦИПЫ РАСПРОСТРАНЕНИЯ УЛЬТРАЗВУКА

Ультразвук представляет собой упругие колебания и волны в диапазоне частот  $10^4$ — $10^9$  Гц. Распространение мощного ультразвука в физической среде — газе, жидкости или твердом теле — вызывает ряд специфических эффектов, широко используемых в различных областях науки и техники.

Как правило, большинство физических процессов, протекающих в мощных ультразвуковых полях, существенно нелинейны, и их механизм рассматривают в нелинейной акустике. С другой стороны, активные и пассивные колебательные системы, используемые в ультразвуковой технике и служащие для создания мощных звуковых полей, можно с достаточной точностью рассчитывать в рамках линейной теории, детально исследованной в механике, линейной акустике и теории колебаний.

Такое сочетание и обусловило принцип построения данного раздела: постепенный переход от элементарных понятий колебательного движения к нелинейным акустическим эффектам, имеющим технологическое применение. Последовательное усложнение материала позволит читателю понять специфический механизм ультразвукового воздействия, выбрать наиболее подходящую для решения поставленной задачи конструкцию излучающего устройства и правильно оценить возможности применения ультразвука в технологических процессах. При изложении теоретического материала приводятся не только окончательные формулы, но и по возможности их вывод. Это позволяет проследить общность решения волновых задач, необходимые ограничения и допущения и, следовательно, понять целесообразность использования этих задач при решении конкретных вопросов ультразвуковой технологии.

В основу рассмотрения колебательного и волнового движений положен энергетический подход, который наиболее часто применяют в физике. В определенной степени в справочном порядке здесь приводятся также сведения о методах фазовых диаграмм, электромеханических аналогий и т. д.

## ГЛАВА I

### СВОБОДНЫЕ КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

#### 1.1. ПАРАМЕТРЫ КОЛЕБАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ

Распространение волны в физической среде можно рассматривать как последовательное возбуждение колебаний частичек среды относительно исходного положения равновесия. Следовательно, для того чтобы охарактеризовать волновой процесс, необходимо

определить траекторию движения каждой частицы, т. е. найти функциональную зависимость ее координат от времени. Наиболее общий подход к рассмотрению пространственного движения любой механической системы проводится с использованием *функции Лагранжа*  $L$ , представляющей собой разность между кинетической  $\mathcal{E}_k$  и потенциальной  $\mathcal{E}_n$  энергиями данной системы [8]:

$$L = \mathcal{E}_k - \mathcal{E}_n. \quad (1.1)$$

При этом кинетическая энергия является функцией массы и квадрата скоростей, а потенциальная — функцией координат; ее вид зависит от внутреннего (между собой) и внешнего (с окружающими телами) силового взаимодействия частей системы.

Используя наиболее общие формулировки закона движения, можно показать [8; 1.1], что однозначная связь между значениями координат скоростей и ускорений выполняется в случае

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} - \frac{\partial L}{\partial q} = 0, \quad (1.2)$$

где  $\dot{q}$  — скорость,  $q$  — координата. Уравнение (1.2) в механике называют **уравнением Лагранжа** или **уравнением движения**. Интегрирование данного дифференциального уравнения позволяет определить функцию  $q(t)$ , т. е. траекторию движения. Произвольные постоянные интегрирования определяют заданием начальных или граничных условий.

Для *замкнутой системы* (т. е. системы, не взаимодействующей с окружающими телами), состоящей из  $i$  частиц,

$$L = mv_i^2/2 - \mathcal{E}_n(\mathbf{r}), \quad (1.3)$$

где  $\mathbf{r}$  — радиус-вектор. Подставив (1.3) в (1.2), получим уравнение движения в форме закона Ньютона:

$$m_i \frac{dv_i}{dt} = - \frac{\partial \mathcal{E}_n}{\partial \mathbf{r}_i}. \quad (1.4)$$

Правую часть уравнения обычно записывают как  $F = - \frac{\partial \mathcal{E}_n}{\partial \mathbf{r}_i}$  и называют *вектором силы*, действующим на  $i$ -ю точку. Так же как и  $\mathcal{E}_n$ , сила зависит только от координат частицы.

*Незамкнутую систему* (т. е. систему, взаимодействующую с окружающими телами или же с другими системами) можно представить как замкнутую, движущуюся во внешнем силовом поле. Учет внешнего взаимодействия дает зависимость потенциальной энергии от времени, и для частицы во внешнем поле функция Лагранжа имеет вид

$$L = \frac{mv^2}{2} - \mathcal{E}_n(\mathbf{r}, t). \quad (1.5)$$

Соответствующее уравнение движения:

$$m\mathbf{v} = - \frac{\partial \mathcal{E}_n}{\partial \mathbf{r}}. \quad (1.6)$$

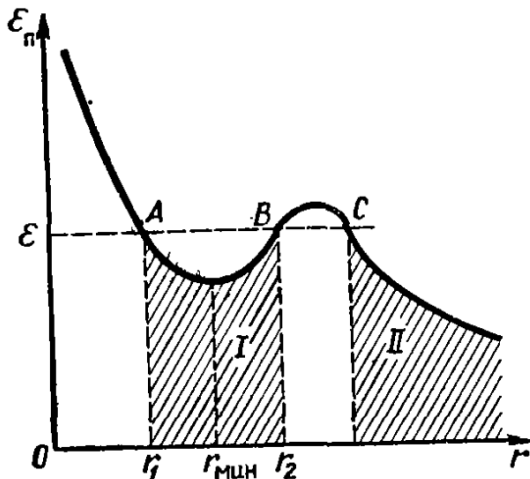


Рис. 1.1. Зависимость потенциальной энергии от положения частицы:

*A, B и C — точки остановки; I — область финитного (колебательного) движения; II — область инфинитного движения*

В однородном поле ( $F = \text{const}$ ) потенциальная энергия  $\mathcal{E}_\Pi = -F \cdot r$ . Из (1.6) вытекает, что *кинетическая энергия частицы определяется работой силы, приложенной к ней*. Следовательно, для определенного изменения скорости за фиксированный промежуток времени необходимо приложить силу тем большую, чем больше масса, или при заданных силе и изменении скорости для этого требуется тем большее время, чем больше масса. Таким образом, *ускорение является кинематической характеристикой движения, сила — мерой внешнего воздействия, а масса — мерой ее инертности, не зависящей ни от внешнего действия, ни от условий движения\**.

Поскольку в соответствии с законом сохранения энергии полная энергия  $\mathcal{E}$  замкнутой системы или системы, находящейся в однородном поле, есть величина постоянная, т. е.  $\mathcal{E} = \mathcal{E}_\text{к} + \mathcal{E}_\Pi = \text{const}$ , а кинетическая энергия всегда положительна (квадратичная функция), то полная энергия всегда больше потенциальной. Следовательно, движение возможно только в тех областях пространства, где  $\mathcal{E} > \mathcal{E}_\Pi$ . Если имеется зависимость  $\mathcal{E}_\Pi(r)$ , например, как показано на рис. 1.1, то можно сразу определить разрешенные области движения. Данные области ограничены значениями  $\mathcal{E}_\Pi(r) = \mathcal{E}$ , при которых скорость движения равна нулю. Эти значения (положения  $A, B$  и  $C$  на рис. 1.1) называют *точками остановки*. Движение, ограниченное с обеих сторон, называют *финитным*. Когда движение не ограничено или ограничено с одной стороны, частица может уходить на бесконечность. Движение такого типа называют *инфинитным*.

Если рассматривать одномерное финитное движение, то частица периодически проходит от точки  $r_1$  до  $r_2$  и обратно от  $r_2$  до  $r_1$ ; следовательно, данное движение является *колебательным*.

Наиболее простым случаем колебательного движения является колебание системы с одной степенью свободы, или одномерное движение. Функция Лагранжа одномерного движения имеет вид

$$L = m\dot{x}^2/2 - \mathcal{E}_\Pi(x), \quad (1.7)$$

где  $x$  — декартова координата. Полная энергия равна сумме кинетической и потенциальной энергий:

$$\mathcal{E} = m\dot{x}^2/2 + \mathcal{E}_\Pi(x). \quad (1.8)$$

\* Последнее положение справедливо лишь в классической механике. Согласно теории относительности, масса меняется в зависимости от скорости.

Выражение (1.8) можно переписать в виде

$$\frac{dx}{dt} = \sqrt{\frac{2}{m} [\mathcal{E} - \mathcal{E}_n(x)]}. \quad (1.9)$$

Время, за которое частица вернется в исходную точку  $x_1$ , согласно рис. 1.1, равно удвоенному времени прохождения отрезка  $x_1 x_2$ . Оно может быть получено интегрированием уравнения (1.9):

$$T = \sqrt{2m} \int_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{\sqrt{\mathcal{E} - \mathcal{E}_n(x)}}. \quad (1.10)$$

Величину  $T$  называют *периодом колебательного движения* — это продолжительность полного колебания, после которого движение в точности повторяется.

Свойство неопределенности функции Лагранжа допускает произвольный выбор координат в инерциальной системе [8]. Наиболее удобно проводить рассмотрение колебательных процессов, помещая начало координат в точку  $r_{\text{мин}}$ , соответствующую минимуму потенциальной энергии  $\mathcal{E}_n(0) = 0$ . Тогда, используя разложение в ряд функции потенциальной энергии и ограничиваясь первым исчезающим членом\*, получаем выражение для потенциальной энергии как функции отклонения координаты от положения минимума энергии  $\xi = x - x_0$  в виде

$$\mathcal{E}_n = k\xi^2/2. \quad (1.11)$$

В зависимости от смещения кинетическая энергия

$$\mathcal{E}_k = m\xi^2/2. \quad (1.12)$$

Функцию Лагранжа для системы с одной степенью свободы можно записать следующим образом:

$$L = \frac{m\xi^2}{2} - k \frac{\xi^2}{2}, \quad (1.13)$$

а соответствующее ей уравнение движения — как

$$m\ddot{\xi} + k\xi = 0, \quad (1.14)$$

---

\* Разложение функции в ряд Маклорена (частный случай ряда Тейлора) имеет вид

$$f(x) = f(0) + \frac{x}{1!} f'(0) + \frac{x^2}{2!} f''(0) + \dots + \frac{x^n}{n!} f^n(0) + \dots,$$

где ! — знак факториала,  $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \dots n$ . При  $\mathcal{E}_n(0) = 0$  и  $\mathcal{E}'_n(0) = 0$  (условие экстремума функции), первый исчезающий член содержит вторую производную  $-\frac{x^2}{2!} \cdot \mathcal{E}''_n(0)$ , или  $\frac{kx^2}{2}$ , т. е. в первом приближении потенциальная энергия

есть квадратичная функция от координаты.

При малых колебаниях (малых отклонениях от положения равновесия) можно ограничиться первым членом, отбросив остальные как величины следующего порядка малости.

или 
$$\ddot{\xi} + \omega^2 \xi = 0, \quad (1.15)$$

где  $\omega = \sqrt{k/m}$ .

Общее решение данного линейного дифференциального уравнения складывается из двух независимых решений:

$$\xi = C_1 \cos \omega t + C_2 \sin \omega t, \quad (1.16)$$

где  $C_1$  и  $C_2$  — постоянные интегрирования, определяемые из начальных или граничных условий. После подстановки  $\xi_0 = \sqrt{C_1^2 + C_2^2}$  и  $\operatorname{tg} \alpha = -C_2/C_1$  решение (1.16) примет вид

$$\xi = \xi_0 \cos(\omega t + \alpha). \quad (1.17)$$

Движение, описываемое формулой (1.17), выражает *простые гармонические колебания*, а тело, совершающее такие колебания, называют *гармоническим осциллятором*. Коэффициент перед функцией  $\cos(\omega t + \alpha) - \xi_0$  называют *амплитудой колебаний*, он соответствует максимальному значению смещения. Аргумент функции называют *фазой колебаний*, здесь  $\alpha$  — *начальный сдвиг фазы*, определяемый началом отсчета времени.

Функция  $\cos \omega t$  обладает тем свойством, что при любом  $t$  всегда  $\cos \omega(t+T) = \cos(\omega t + \omega T) = \cos \omega t$ , т. е. добавление полного периода не меняет фазы колебаний. Величину  $\omega = 2\pi/T$  называют *циклической (круговой) частотой*, она показывает число полных колебаний системы в течение  $2\pi$  единиц времени. В практике часто пользуются характеристикой  $f = \omega/(2\pi) = 1/T$ , называемой *частотой гармонических колебаний*. Эта величина определяет число полных колебаний за единичное время. Единица частоты — герц (1 Гц) — соответствует частоте с периодом колебаний 1 с.

Зависимость смещения от времени удобно представлять в виде действительной части комплексного выражения [8; 1.8]

$$\xi = \operatorname{Re} [A e^{i\omega t}],$$

используя формулы Эйлера

$$e^{iy} = \cos y + i \sin y; \quad e^{-iy} = \cos y - i \sin y,$$

где  $A = \xi_0 e^{i\alpha}$  — комплексная амплитуда, модуль которой совпадает с действительной амплитудой, а аргумент — с начальной фазой. Запись в экспоненциальной форме по сравнению с тригонометрической позволяет упрощать математические операции, поскольку дифференцирование и интегрирование экспоненты не меняет вида функции. Следовательно, производя линейные математические операции, можно опускать знак, соответствующий действительной части, переходя к ней только в окончательном решении.

## 1.2. КОЛЕБАНИЯ СИСТЕМ С НЕСКОЛЬКИМИ СТЕПЕНЯМИ СВОБОДЫ

Колебания сложных механических систем часто с достаточной точностью можно рассчитать условно, разделив их на отдельные части, имеющие массы, сосредоточенные в их центрах масс и соединенные упругими связями. В этом случае реальная система заменяется эквивалентной приведенной схемой. Это облегчает расчет

колебаний, поскольку нет необходимости определять зависимость от времени положения всех точек системы, число которых в реальной системе может быть бесконечно большим.

Для системы с несколькими степенями свободы декартовы координаты выражают через обобщенные координаты в следующем виде [8; 1.1]:

$$\begin{aligned}x_n &= f_x(q_1, q_2, \dots, q_n), \\y_n &= f_y(q_1, q_2, \dots, q_n), \\z_n &= f_z(q_1, q_2, \dots, q_n).\end{aligned}\tag{1.18}$$

Тогда связь между скоростями в декартовых и обобщенных координатах записывают так:

$$\dot{x}_n = \sum_i \frac{\partial f_x}{\partial q_i} \cdot \dot{q}_i; \quad \dot{y}_n = \sum_i \frac{\partial f_y}{\partial q_i} \cdot \dot{q}_i; \quad \dot{z}_n = \sum_i \frac{\partial f_z}{\partial q_i} \cdot \dot{q}_i.\tag{1.19}$$

Выражение для кинетической энергии в декартовых координатах после подстановки значения (1.19) и произведения группировки членов приводится к виду

$$\mathcal{E}_k = \frac{1}{2} [a_{11}\dot{q}_1^2 + \dots + a_{nn}\dot{q}_n^2 + 2a_{12}\dot{q}_1\dot{q}_2 + \dots].\tag{1.20}$$

В матричной форме

$$\mathcal{E}_k = \frac{1}{2} \sum_{i,k} a_{ik} \dot{q}_i \dot{q}_k,\tag{1.21}$$

где  $i, k = 1, 2, \dots, n$ . В общем виде коэффициенты  $a_{ik}$  при скоростях зависят от обобщенных координат, поскольку включают в себя частные производные по координатам (1.19), однако при малых колебаниях около положения устойчивого равновесия их можно считать постоянными или, с математической точки зрения, можно ограничиться первым (постоянным) членом разложения в ряд по степеням координат  $q_i$ .

Таким образом, кинетическая энергия малых колебаний является квадратичной формой обобщенных скоростей. Потенциальная энергия системы с несколькими степенями свободы также описывается квадратичной зависимостью, но от обобщенных координат. Аналогично проделанному в § 1.1 разложим функцию потенциальной энергии в степенной ряд:

$$\begin{aligned}\mathcal{E}_n &= \mathcal{E}_{n0} + \left(\frac{\partial \mathcal{E}_n}{\partial q_1}\right)_0 q_1 + \left(\frac{\partial \mathcal{E}_n}{\partial q_2}\right)_0 q_2 + \dots \\&\dots + \frac{1}{2} \left[ \left(\frac{\partial^2 \mathcal{E}_n}{\partial q_1^2}\right)_0 q_1^2 + \left(\frac{\partial^2 \mathcal{E}_n}{\partial q_2^2}\right)_0 q_2^2 + 2 \left(\frac{\partial^2 \mathcal{E}_n}{\partial q_1 \partial q_2}\right)_0 q_1 q_2 + \dots \right]\end{aligned}\tag{1.22}$$

Совмещая минимум потенциальной энергии с началом обобщенных координат и отбрасывая нулевые члены и члены более высоко-





