

Яковлев В. Б., Яковлева О. А.

**ОПТИМИЗАЦИОННЫЕ ЭКОНОМИКО-
МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ
В ПЛАНИРОВАНИИ
СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННОГО
ПРОИЗВОДСТВА**

Учебное пособие

**Москва
Издательство Нобель Пресс
2015**

УДК 338.26(075.8)

ББК 65.23

Я73

Яковлев В. Б., Яковлева О. А.

Оптимизационные экономико-математические модели в планировании сельскохозяйственного производства: Учебное пособие.– М.: Lennex Corp.– Подготовка макета: Издательство Нобель Пресс, 2015.– 61 с.

ISBN 978-5-519-26962-9

В учебном пособии в доступной форме излагаются основы применения оптимизационных экономико-математических моделей в планировании сельскохозяйственного производства (структуры посевных площадей, распределения минеральных удобрений, рационов кормления сельскохозяйственных животных, структуры кормопроизводства, структуры стада сельскохозяйственных животных, структуры производства). Подробно, вплоть до пошаговых инструкций, описаны способы решения моделей методами линейного программирования на персональном компьютере с помощью Microsoft Excel – самой известной и наиболее часто используемой программы для осуществления подобных расчетов.

Учебное пособие предназначено для студентов аграрных вузов, а также специалистов любого профиля, интересующихся вопросами оптимизационного моделирования.

ISBN 978-5-519-26962-9

© Издательство Нобель Пресс, 2015

© В. Б. Яковлев, О.А. Яковлева

1. РЕШЕНИЕ ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ МЕТОДАМИ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

В планировании сельскохозяйственного производства оптимизационные задачи возникают в связи с многочисленностью возможных вариантов функционирования конкретного экономического объекта, когда возникает ситуация выбора варианта, наилучшего по некоторому правилу, критерию, характеризующему соответствующей целевой функцией (например, иметь минимум производственных затрат или затрат труда, максимум производства продукции или прибыли и т. п.). Оптимизационные модели отражают в математической форме смысл экономической задачи. Отличительной особенностью этих моделей является наличие условия нахождения оптимального решения (критерия оптимальности). Эти модели при определенных исходных данных задачи позволяют получить множество решений, удовлетворяющих условиям задачи, и обеспечивают выбор оптимального решения, отвечающего критерию оптимальности.

Оптимизационные экономико-математические модели в сельском хозяйстве дают возможность определять основные параметры развития производства для текущего и перспективного планирования, выявить наиболее целесообразные пути использования производственных ресурсов и возможности увеличения объемов производства продукции, опираясь на фактические данные за предшествующие годы и плановые показатели.

Такие модели решаются с помощью экономико-математических методов. Среди них наиболее разработанными и распространенными являются методы линейного программирования. Их используют для решения экономико-математических задач, в которых количественные зависимости выражены линейно, то есть все условия выражены в виде системы линейных уравнений и неравенств, а критерий оптимальности – в виде линейной функции, стремящейся к минимуму или максимуму.

В общем виде задача линейного программирования записывается так. Найти

$$Z = \sum_{j=1}^n c_j x_j \rightarrow \max(\min)$$

при условиях:

$$\begin{aligned} & \geq \\ & \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j = B_i, \quad (i=1 \div m); \\ & \leq \\ & x_j \geq 0, \quad (j=1 \div n), \end{aligned}$$

где j – номер переменной;
 n – число переменных;
 i – номер ограничения;
 m – число ограничений;
 x_j – переменные (неизвестные);
 a_{ij} – технико-экономические коэффициенты при переменных;
 c_j – оценки целевой функции;
 B_i – объемы ограничений.

Для решения общей задачи линейного программирования используется симплексный метод. С его помощью можно находить решение всех задач линейного программирования.

Среди задач линейного программирования выделяется группа так называемых транспортных или распределительных задач, для решения которых можно использовать специальные методы: распределительный, потенциалов, дифференциальных рент и др.

Транспортная задача линейного программирования записывается в следующем виде.

Найти

$$Z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min(\max)$$

при условиях:

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = A_i, (i=1 \div m);$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = B_j, (j=1 \div n);$$

$$\sum_{i=1}^m A_i = \sum_{j=1}^n B_j ;$$

$$x_{ij} \geq 0, (i=1 \div m, j=1 \div n),$$

где i – номер поставщика;
 m – число поставщиков;
 j – номер потребителя;
 n – число потребителей;
 x_{ij} – количество ресурса, распределяемого от i -го поставщика j -му потребителю;
 c_{ij} – оценка распределения ресурса от i -го поставщика j -му потребителю;
 A_i – наличие ресурса у i -го поставщика;
 B_j – потребность в ресурсе j -го потребителя.

Решение задач с помощью симплексного метода рассмотрим на примерах.

Пример 1. Многолетние травы посеяны на площади 1000 га. Найти оптимальное сочетание их уборки на сено, сенаж и силос, если требуется заготовить не менее 21000 ц корм. ед. грубых кормов и 12000 ц корм. ед. силоса. При этом общие ресурсы труда составляют 15760 чел.-ч.

Производство многолетних трав в зависимости от способов уборки характеризуется показателями, приведенными в табл. 1.

Таблица 1. Показатели производства многолетних трав в зависимости от способов уборки

Показатель	Многолетние травы		
	на сено	на сенаж	на силос
Выход продукции с 1 га, ц	50	125	250
Затраты труда на 1 ц, чел.-ч	0,2	0,128	0,1
Содержание кормовых единиц в 1 ц корма, ц	0,5	0,4	0,16

Критерий оптимальности – максимум производства кормов.

Для решения задачи составим развернутую экономико-математическую модель. Для этого обозначим через:

x_1 – площадь уборки многолетних трав на сено, га;

x_2 – площадь уборки многолетних трав на сенаж, га;

x_3 – площадь уборки многолетних трав на силос, га.

Запишем условия задачи в виде системы ограничений:

1) по уборке площади посевов многолетних трав:

$$x_1 + x_2 + x_3 = 1000;$$

2) по использованию ресурсов труда:

$$0,2 \cdot 50 \cdot x_1 + 0,128 \cdot 125 \cdot x_2 + 0,1 \cdot 250 \cdot x_3 \leq 15760$$

или после преобразований

$$10x_1 + 16x_2 + 25x_3 \leq 15760;$$

3) по гарантированному производству грубых кормов:

$$0,5 \cdot 50 \cdot x_1 + 0,4 \cdot 125 \cdot x_2 \geq 21000$$

или после преобразований

$$25x_1 + 50x_2 \geq 21000;$$

4) по гарантированному производству силоса:

$$0,16 \cdot 250 \cdot x_3 \geq 12000$$

или после преобразований

$$40x_3 \geq 12000.$$

Целевая функция – максимум производства кормов:

$$Z = 25x_1 + 50x_2 + 40x_3 \rightarrow \max .$$

Представим модель в виде матрицы экономико-математической модели (табл. 2).

Таблица 2. Матрица экономико-математической модели оптимизации уборки многолетних трав

Ограничение	Единица измерения	Многолетние травы			Знак ограничения	Объем ограничения
		на сено, га	на сенаж, га	на силос, га		
		x_1	x_2	x_3		
1. Площадь посева	га	1	1	1	=	1000
2. Ресурсы труда	чел.-ч	10	16	25	≤	15760
3. Производство грубых кормов	ц корм. ед.	25	50		≥	21000
4. Производство силоса	ц корм. ед.			40	≥	12000
Z – максимум производства кормов	ц корм. ед.	25	50	40	→	max

Данная задача решается с помощью методов линейного программирования. Для этого можно использовать надстройку **Поиск решения** в табличном процессоре **Microsoft Excel**.

Технология решения следующая.

1. Введите исходные данные в соответствии с рис. 1.

	A	B	C	D	E	F	G
1		x1	x2	x3	Левая часть ограничения	Знак ограничения	Правая часть (объем) ограничения
2	Значение переменных						
3	Площадь	1	1	1		=	1000
4	Труд	10	16	25		≤	15760
5	Грубые	25	50			≥	21000
6	Сочные			40		≥	12000
7	Целевая функция	25	50	40		→	max

Рис. 1

2. Для расчета суммы произведений технико-экономических коэффициентов на значения переменных введите формулы в ячейки E3:E7 (левая часть ограничения).

2.1. Установите курсор в ячейку E3.

2.2. Щелкните левой кнопкой мыши на панели инструментов на кнопке <Вставить функцию> f_x .

2.3. В диалоговом окне *Вставка функции* с помощью левой кнопки мыши установите: Категория → <Математические>, Выберите функцию → <СУММПРОИЗВ> (рис. 2).

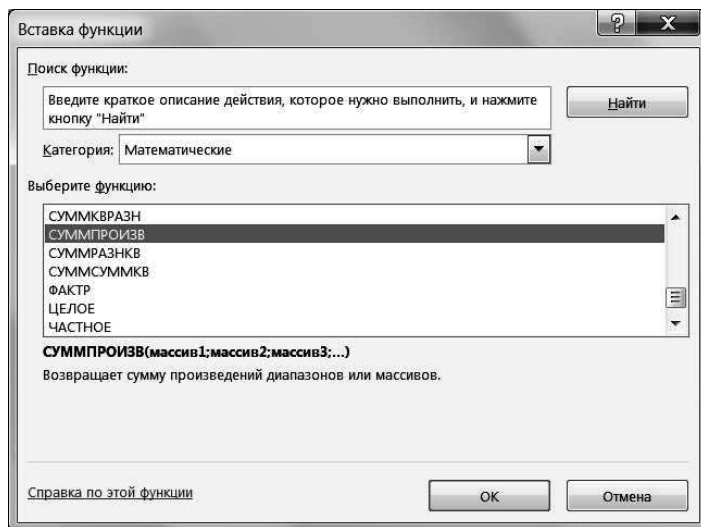


Рис. 2

2.4. Щелкните левой кнопкой мыши на кнопке <ОК>.

2.5. На вкладке *СУММПРОИЗВ* установите диапазон массивов 1 и 2 в соответствии с рис. 3.

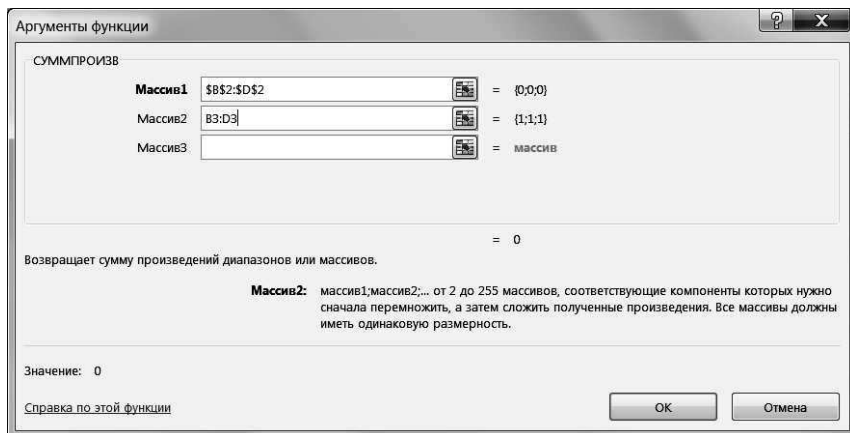


Рис. 3

2.6. Щелкните левой кнопкой мыши на кнопке <ОК>.

2.7. Скопируйте ячейку E3 в ячейки E4:E7.

3. Осуществите поиск оптимального решения.

3.1. Выполните команду **Данные, Поиск решения**, щелкнув поочередно левой кнопкой мыши.

3.2. В диалоговом окне *Параметры поиска решения* установите параметры в соответствии с рис. 4.

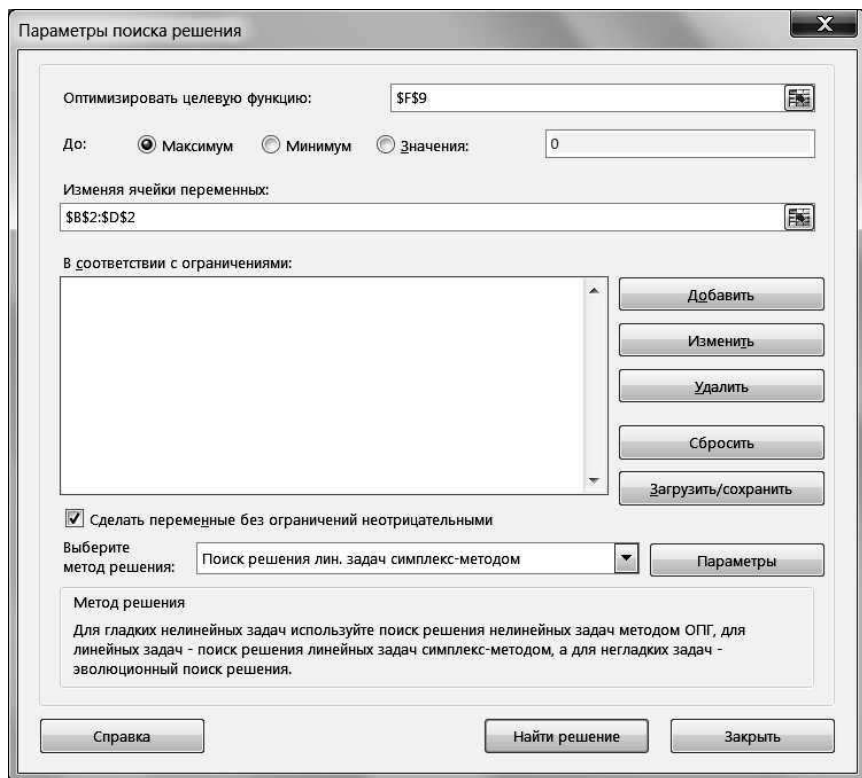


Рис. 4

3.3. Щелкните левой кнопкой мыши на кнопке <Добавить>.

3.4. На вкладке *Добавление ограничения* установите параметры ограничения 1 в соответствии с рис. 5.

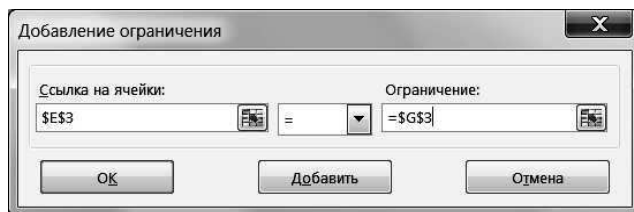


Рис. 5

3.5. Щелкните левой кнопкой мыши на кнопке <Добавить>.

3.6. Установите параметры ограничения 2 и т. д.

3.7. После ввода последнего ограничения щелкните левой кнопкой мыши на кнопке <ОК>.

3.8. В диалоговом окне *Параметры поиска решения* щелкните левой кнопкой мыши на кнопке <Найти решение> (рис. 6).

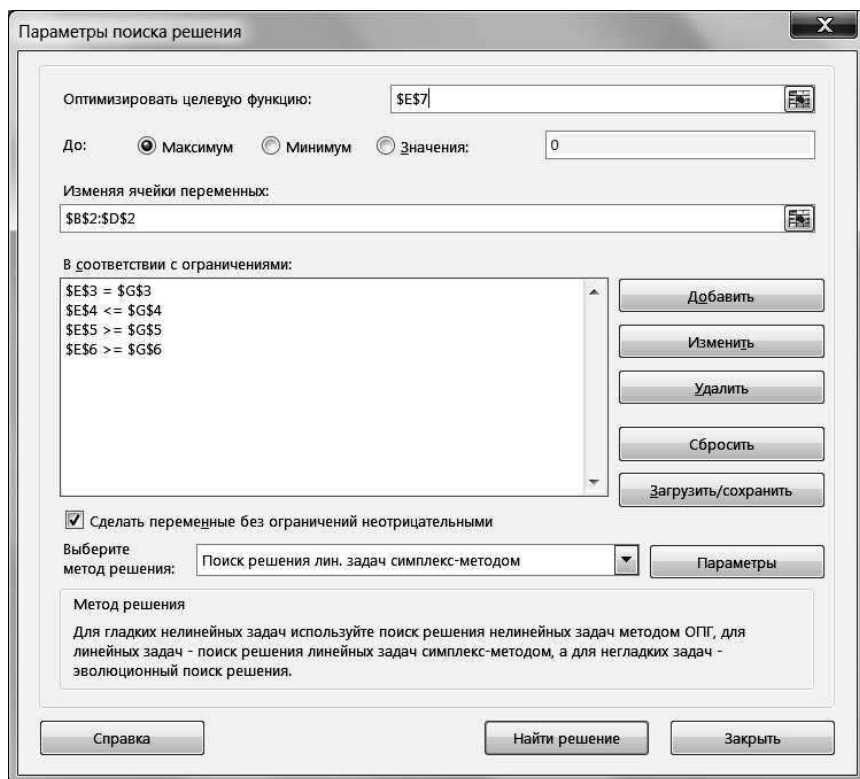


Рис. 6

3.9. На вкладке *Результаты поиска решения* установите параметры в соответствии с рис. 7.

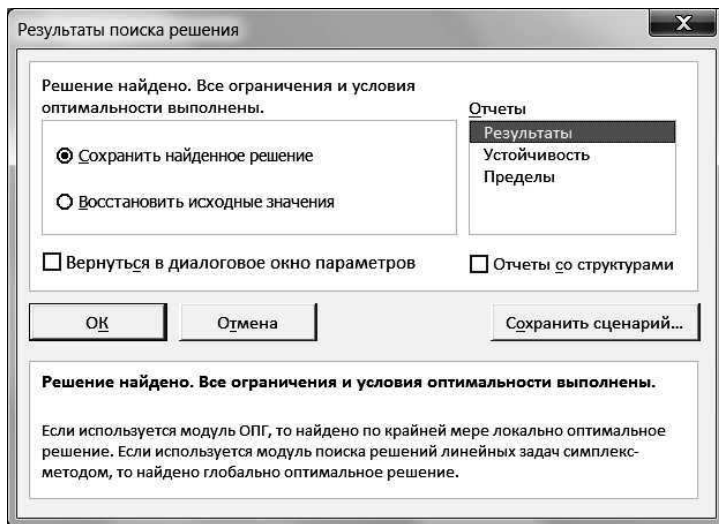


Рис. 7

3.10. Щелкните левой кнопкой мыши на кнопке <ОК>.

Результаты решения выводятся на экран дисплея в следующем виде (рис. 8).

	A	B	C	D	E	F	G
1		x1	x2	x3	Левая часть ограничения	Знак ограничения	Правая часть (объем) ограничения
2	Значение переменных	490	210	300			
3	Площадь	1	1	1	1000	=	1000
4	Труд	10	16	25	15760	≤	15760
5	Грубые	25	50		22750	≥	21000
6	Сочные			40	12000	≥	12000
7	Целевая функция	25	50	40	34750	→	max

Рис. 8

Microsoft Excel позволяет также вывести результаты решения в форме отчета (рис. 9). Для этого необходимо установить курсор на ярлык <Отчет по результатам 1> и щелкнуть левой кнопкой мыши.