

Л. Эйлер

Основы динамики точки

Москва
«Книга по Требованию»

УДК 53
ББК 22.3
Л11

Л11 **Л. Эйлер**
Основы динамики точки / Л. Эйлер – М.: Книга по Требованию, 2015. –
500 с.

ISBN 978-5-458-26474-7

Эта книга представляет собой три первых главы из двухтомного издания, вышедшего в 1736 г. в Санкт-Петербурге Euler Leonard, "Mechanica sive motus scientia analytice exposita". 2 volumes. Petropoli, 1736. Эта "механика", появившаяся на свет через девять лет после смерти И. Ньютона, явилась опорой и фундаментом новой "релятивистской" методологии в физике, опирающейся не на эксперимент, а на точку зрения наблюдателя, поставленного в центр Вселенной. Другими словами, Механика Ньютона, через которую сквозной нитью проходит понятие "сила", Л. Эйлером была сведена к вульгарной кинематике (теням, возникающим на сетчатке глаза наблюдателя). Пытливый и неравнодушный читатель может сам убедиться в справедливости вышеизданного, прочитав и сравнив "Математические начала натуральной философии" и предлагаемую книгу. К моему величайшему сожалению и удивлению, нигде, ни в ГПНТБ, ни в "Ленинке" не удалось найти полного издания "механики" Эйлера, что само по себе наводит на невесёлые мысли о том кому годно, чтобы эта "механика" была недоступна для научной общественности

ISBN 978-5-458-26474-7

© Издание на русском языке, оформление

«YOYO Media», 2015

© Издание на русском языке, оцифровка,
«Книга по Требованию», 2015

Эта книга является репринтом оригинала, который мы создали специально для Вас, используя запатентованные технологии производства репринтных книг и печати по требованию.

Сначала мы отсканировали каждую страницу оригинала этой редкой книги на профессиональном оборудовании. Затем с помощью специально разработанных программ мы произвели очистку изображения от пятен, кляксы, перегибов и попытались отбелить и выровнять каждую страницу книги. К сожалению, некоторые страницы нельзя вернуть в изначальное состояние, и если их было трудно читать в оригинале, то даже при цифровой реставрации их невозможно улучшить.

Разумеется, автоматизированная программная обработка репринтных книг – не самое лучшее решение для восстановления текста в его первозданном виде, однако, наша цель – вернуть читателю точную копию книги, которой может быть несколько веков.

Поэтому мы предупреждаем о возможных погрешностях восстановленного репринтного издания. В издании могут отсутствовать одна или несколько страниц текста, могут встретиться невыводимые пятна и кляксы, надписи на полях или подчеркивания в тексте, нечитаемые фрагменты текста или загибы страниц. Покупать или не покупать подобные издания – решать Вам, мы же делаем все возможное, чтобы редкие и ценные книги, еще недавно утраченные и несправедливо забытые, вновь стали доступными для всех читателей.

ПРЕДИСЛОВИЕ РЕДАКТОРА

Рост производительных сил в эпоху мануфактур вызвал подъем технических и математических наук, в свою очередь, влияющих на уровень производства. В этой цепи бурного развития, которым отмечается XVII век, особенно нужно выделить возникновение нового метода в математике — исчисления бесконечно малых. Этот метод, связанный с именами Ньютона и Лейбница, был совершенно необходим для новой науки и прежде всего для механики. „Спрос“ здесь породил „предложение“. Основы нового исчисления были заложены уже во второй половине XVII в. Однако, подобно тому как возникновение нового анализа не было похоже на появление *deus ex machina*, точно так же и разработка его и дальнейшее развитие потребовали длинного исторического периода.

Один из творцов нового анализа, Исаак Ньютон, в своем основном произведении „Principia“ пользуется им только в неявной форме. И лишь спустя пятьдесят лет появляется первое крупное произведение, в котором к механической науке, систематически изложенной, систематически применяется анализ. Это

была „Механика“ Эйлера, вышедшая из печати в Петербурге в 1736 г.¹⁾. В показе того, как механические вопросы переводятся на математический язык, как решаются до конца получающиеся при этом уравнения, в развитии с этой целью самого анализа и заключается главная заслуга „Механики“ Эйлера. Если же учесть позднейшие работы Эйлера, то ему принадлежат крупнейшие заслуги в деле создания теории движения твердых тел, а также механики изменяемых тел.

I

Леонард Эйлер (Euler) родился в 1707 г. Отец его был кальвинистическим пастором в селе Риэн под Базелем. Среднее образование будущий математик получил сначала в семье, затем в Базеле. Там он стал посещать лекции по математике Иоганна Бернулли, который, узнав об исключительных способностях молодого Эйлера, стал с ним заниматься отдельно по первоисточникам.

Шестнадцати лег Эйлер после речи о философии Декарта и Ньютона получил степень „магистра искусств“ (*magister artium*). Отец заставил его изучать теологию и древнееврейский язык, но вскоре он согласился на то, чтобы его сын посвятил себя математике. В 1725 г. друзья Эйлера—Николай Бернулли и Даниил Бернулли, переехали в Петербург, где они были назначены академиками. Эйлер хотел последовать за ними, но вакансий для него не было. Тогда он решил изучать физиологию и медицину, для того чтобы занять открывавшуюся в Петербурге кафедру по этой дисциплине. В 1727 г. и он переехал

¹⁾ Полное заглавие: „Механика, т. е. наука о движении, изложенная аналитическим методом“.

в Петербург, но здесь ему уже предложили работать по математике.

Вскоре Эйлер обратил на себя внимание математиков всего мира. Его статьи печатались в „Записках Петербургской академии наук“. В 1736 г. он выпустил вышеуказанную „Механику“ в двух больших томах.

В 1741 г. Эйлер по приглашению прусского короля Фридриха II перешел в Берлинскую академию наук, где он с 1744 по 1766 г. был директором математического отдела этой Академии. За это время он напечатал сотни статей в „Записках Берлинской академии“, в „Записках Петербургской академии“ и несколько томов отдельных изданий („Введение в анализ“, „Дифференциальное исчисление“, „Морская наука“, сочинение о вариационном исчислении, „Теория движения планет и комет“, „Теория движения твердых тел“ и др.).

В 1766 г. Эйлер снова переехал в Петербург, где в Академии ему предложили весьма выгодные условия. Здесь он пробыл до самой смерти (1783 г.). Будучи в это время уже слепым на оба глаза, он диктует сотни новых статей и около десяти громадных томов („Интегральное исчисление“, „Новая теория движения Луны“ и др.).

Всей своей жизнью Эйлер дает нам пример исключительной продуктивности и широкого размаха научного творчества.

II

„Механика“ Эйлера, изданная в 1736 г., представляет собой динамику точки. До Эйлера под словом „механика“ обычно понимали собственно „учение о машинах“ — статику. В отличие от этой традиции Эйлер под механикой подразумевает „науку о движении“, а не о равновесии.

Иоганн Бернулли отнесся критически к такому словоупотреблению своего ученика. В письме к нему от 6 ноября 1737 г. он писал, что для науки о движении более подходит название „динамика“, введенное Лейбницем. „Механика“ же подходит только к случаям равновесия. Она является наукой о „мертвых силах“, динамика же — наукой о „живых силах“¹⁾.

В начале предисловия к своей „Механике“ Эйлер за наукой о равновесии удерживает название „статика“, а механикой называет науку о движении. В качестве своих предшественников в области динамики („механики“ по Эйлеру) он указывает Германа, выпустившего в 1716 г. свою „Форономию“, и Ньютона с его „Principia“ (1686 г.).

Недостаток этих работ Эйлер видит в том, что они не применяют анализа, а пользуются лишь „синтетически геометрическими доказательствами“. Между тем, говорит Эйлер, только благодаря анализу „можно достигнуть полного понимания“ механики. В самом деле, говорит он, при геометрическом методе, „если чуть-чуть изменить те же самые вопросы, он (читатель) едва ли будет в состоянии разрешить их самостоятельно“²⁾.

В том же предисловии Эйлер намечает план всей механики: выпуская в 1736 г. два тома, он посвятил их целиком механике точки, последующие же тома он думал посвятить механике твердых тел.

Эйлер отчетливо выделяет механику точки из всей системы механики, считая, что нужно начинать именно с нее. „Изложение вопроса о движении точек, — го-

¹⁾ См. „Der Briefwechsel zwischen Leonard Euler und Johann I Bernoulli“, Bibliotheca mathematica, III. Folge, 5, B., S. 263.

²⁾ См. стр. 33—34 настоящего издания.

ворит он, — есть основа и главная часть всей механики, на которой основываются все остальные части“¹⁾. При этом „точку“ Эйлер не отличает от маленькой „частицы“ тела.

III

Наметим вкратце содержание „Механики“ Эйлера. Как мы уже говорили, оба ее тома посвящены механике точки. Первый том содержит теорию движения свободной точки и состоит из шести глав.

Первая глава содержит кинематическое введение „О движении вообще“ и о законе инерции. Вторая глава, носящая заглавие „О действии сил на свободную точку“, содержит принципы механики. Эйлер важнейшим принципом считает математическую связь между величиной силы, массы и приращением скорости за элемент времени $d t$.

Другими словами, здесь речь идет о втором законе Ньютона.

Третья глава „О прямолинейном движении свободной точки под действием абсолютных сил“ говорит о прямолинейном движении в пустоте. Здесь Эйлер показывает все значение нового анализа для решения механических задач. Эти задачи здесь приводятся к задаче интегрирования дифференциальных уравнений второго порядка. Эйлер широко пользуется первым интегралом, который теперь носит название „интеграла живых сил“. Здесь приводится много задач, представлявших в то время немалые математические трудности. И мы отчетливо видим, что чисто математические вопросы не менее, а порой даже более, интересовали Эйлера, чем проблемы механические.

¹⁾ См. стр. 35 настоящего издания.

Четвертая глава, которая уже наряду с последующими главами не входит в настоящее издание, говорит „О прямолинейном движении точки в сопротивляющейся среде“. Вся эта глава еще более представляет чисто математический интерес.

Последние две главы первого тома говорят о криволинейном движении точки в пустоте и сопротивляющейся среде. При этом Эйлер еще не пользуется прямоугольными осями координат, а разлагает силу на тангенциальную и нормальную составляющие и составляет так называемые „естественные уравнения движения“.

В этих главах, по сути дела, содержатся введение в небесную механику и введение в баллистику, которой позднее Эйлер специально занимался в связи с переработкой сочинения Робинса „Артиллерия“.

Второй том „Механики“ посвящен несвободному движению точки. Главы его — „О несвободном движении вообще“, „О движении точки по данной линии в пустоте“, „О движении точки в сопротивляющейся среде“ и „О движении точки по данной поверхности“.

Этот том представляет главным образом математический интерес как собрание задач на интегрирование дифференциальных уравнений, на вариационное исчисление (тогда еще не существовавшее) и т. д. В последней главе закладываются основы теории поверхностей.

В настоящем издании приводятся первые три главы первого тома, в которых излагаются основы динамики точки.

„Теорию движения твердых тел“ отделяют от двух томов „Механики“ почти тридцать лет. За этот промежуток времени английский математик Маклорен

(1698 — 1746) предложил проектировать движения на неизменные три взаимно перпендикулярные оси ¹⁾.

Эйлер по достоинству оценил этот новый прием и в своем новом сочинении широко им пользуется. Помимо этого, он вообще счел необходимым заново изложить основы механики точки, посвящая им солидное введение из шести глав. Мы приводим в настоящем издании пять глав из этого введения. Сравнение этого введения с первым томом „Механики“ показывает нам эволюцию во взглядах Эйлера на принципы механики.

Давая впервые на русском языке эти основы механики точки Эйлера, мы ни в коей степени не сомневаемся в крайней желательности полного перевода произведений Эйлера, посвященных механике. Но это дело, вероятно, потребует немалого времени. Пока же нам кажется также несомненным, что и настоящее издание принесет свою пользу, удовлетворяя большой интерес к истории развития механики.

IV

Рассмотрим вкратце некоторые основные понятия механики, как они трактуются Эйлером.

Начнем с понятий пространства и времени. В „Теории движения твердых тел“ он возражает философам, отрицающим реальность места, и утверждает, что „место не является только чистым понятием нашего ума“ ²⁾.

Пространство Эйлер считает так же реальным, как и время.

¹⁾ MacLaurin, A complete system of fluxions, Edinburgh, 1742.

²⁾ „Теория движения твердых тел“, § 128.

Деление времени на равные части основывается, замечает Эйлер, на некотором объективном основании. Если бы это было иначе, „если бы вне нашего сознания не существовало никаких средств для измерения времени, то нам ничто не помешало бы при всяком движении считать равными те части времени, в течение которых проходятся равные пути. Следовательно, мы могли бы с одинаковым основанием рассматривать любое движение как равномерное. Однако сама природа вещей достаточно убедительно свидетельствует, что равномерное движение существенно отличается от неравномерного; следовательно, равенство промежутков времени, на котором это основывается, представляет собой нечто большее, чем содержание наших понятий. В силу этого следует притти к выводу, что равенство времен имеет под собой определенное основание, находящееся вне нашего сознания“¹⁾.

Эйлер признавал и относительное пространство, т. е. пространство, связанное с телами, и абсолютное пространство. Необходимость последнего Эйлер защищает, исходя из бесспорно материалистических положений.

Ход его рассуждений таков. Если бы мы отрицали абсолютное пространство, то вынуждены были бы отбросить абсолютный покой и абсолютное движение, а вместе с этим пришлось бы отбросить и законы движения, которые покоятся на абсолютном пространстве, т. е. законы Ньютона. Придется тогда „допустить, что вообще не может быть никаких законов движения“, так как мы не могли бы ничего сказать о том, что происходит в изолированном теле, а следовательно, и о том, какое влияние оказывают одни

¹⁾ „Теория движения твердых тел“, § 29.

тела на другие. „Пришлось бы утверждать, что все происходит случайно и без всякой причины“ ¹⁾.

Отрицание абсолютного пространства, по мнению Эйлера, привело бы к отрицанию закономерности в природе.

В то же время Эйлер отчетливо сознает все трудности, связанные с понятием абсолютного пространства и времени. В пояснении первом к определению второму в „Теории движения твердых тел“ Эйлер пишет: „Здесь, на пороге механики, нам не следует беспокоиться по поводу абсолютного покоя, о котором мы вообще не знаем, существует ли он и в каком именно виде; ведь мы в механике будем подвергать исследованию лишь то, что мы постигаем с помощью наших чувств“ ²⁾. А в пояснении втором он пишет еще яснее: „Изложенное здесь понятие покоя должно быть отнесено к категории отношений, так как оно основывается не на положении одной только точки O , которой мы приписывали состояние покоя, но оно устанавливается на основании сопоставления точки O с каким-либо другим внешним телом A “ ³⁾.

Раз покой является понятием относительным, то и движение может быть определено только относительно какого-то тела ⁴⁾.

Эйлер идет дальше. Он подчеркивает, что „движение и покой противоположны друг другу лишь по названию, но не по существу дела... Движение отличается от покоя не в большей мере, чем одно движение от другого“ ⁵⁾.

¹⁾ Там же, § 81.

²⁾ Там же, § 9.

³⁾ Там же, § 10.

⁴⁾ Там же, § 14.

⁵⁾ Там же, § 15.

Эйлер считает несостоятельными те мнения философов, согласно которым движение и покой „существенно“ отличаются друг от друга. „Правда, — говорит он, — философы возразят, что условия коренным образом изменяются (т. е. движение будет резко отличаться от покоя, *B. E.*), когда речь идет об абсолютном движении и покое, но что представляет собой абсолютное движение и покой, этого они удовлетворительно определить не могут“¹).

Высказывая здесь стихийно диалектические положения об относительности движения, Эйлер дополняет их столь же диалектическими указаниями о том, что движение нельзя считать только относительным. Движение и покой — это, по Эйлеру, не „чисто умозрительное отношение“. Наоборот, в самих телах содержится нечто такое, что соответствует нашим понятиям покоя и движения²).

Эйлер не сумел найти удовлетворительного решения вопроса об абсолютности движения и покоя; в конце концов он принимает ньютоновские воззрения на эту проблему. А если согласиться с тем, что покой и движение абсолютны в ньютоновском смысле, то различить их мы сможем только тогда, когда мы допустим абсолютное пространство.

Таким образом у Эйлера указанное противоречие осталось неразрешенным.

V

Борьба между картезианцами и ньютонианцами при Эйлере была близка к завершению и закончилась победой Ньютона. Картезианцы строили механику физически конкретную, ясную, — зато в ней преоб-

¹) Там же, § 17.

²) Там же, § 79