

Г.И. Глейзер

**История математики в
школе**

Пособие для учителей

**Москва
«Книга по Требованию»**

УДК 51
ББК 22.1
Г11

Г11 **Г.И. Глейзер**
История математики в школе: Пособие для учителей / Г.И. Глейзер – М.:
Книга по Требованию, 2021. – 374 с.

ISBN 978-5-458-29795-0

Предлагаемая книга составлена на основе имеющейся историко-математической литературы и тридцатилетнего личного опыта работы автора в средней и высшей школе. Цель этого пособия — оказать конкретную помощь учителю в использовании исторических материалов по математике при изучении со школьниками определенной темы программы. При составлении книги автор стремился к тому, чтобы она в известной мере была доступна пониманию и самих учащихся. Настоящая книга предназначена для восьмилетней школы. Она состоит из «Введения» и трех глав. «Введение» кратко освещает цели и формы ознакомления школьников с историей математики на уроках и на внеклассных занятиях. Первая глава посвящена арифметике, вторая — алгебре, третья — геометрии. В каждой главе два раздела. Первый содержит 40—50 коротких «бесед», которые рекомендуется проводить на уроках математики попутно с изучением программного материала. Они расположены по темам программы V—VIII классов. В среднем на каждые 6 уроков приходится одна «беседа». Это распределение мы рекомендуем на основе личного опыта работы, но не считаем его образцовым и единственным возможным.

ISBN 978-5-458-29795-0

© Издание на русском языке, оформление

«YOYO Media», 2021

© Издание на русском языке, оцифровка,

«Книга по Требованию», 2021

Эта книга является репринтом оригинала, который мы создали специально для Вас, используя запатентованные технологии производства репринтных книг и печати по требованию.

Сначала мы отсканировали каждую страницу оригинала этой редкой книги на профессиональном оборудовании. Затем с помощью специально разработанных программ мы произвели очистку изображения от пятен, кляксы, перегибов и попытались отбелить и выровнять каждую страницу книги. К сожалению, некоторые страницы нельзя вернуть в изначальное состояние, и если их было трудно читать в оригинале, то даже при цифровой реставрации их невозможно улучшить.

Разумеется, автоматизированная программная обработка репринтных книг – не самое лучшее решение для восстановления текста в его первозданном виде, однако, наша цель – вернуть читателю точную копию книги, которой может быть несколько веков.

Поэтому мы предупреждаем о возможных погрешностях восстановленного репринтного издания. В издании могут отсутствовать одна или несколько страниц текста, могут встретиться невыводимые пятна и кляксы, надписи на полях или подчеркивания в тексте, нечитаемые фрагменты текста или загибы страниц. Покупать или не покупать подобные издания – решать Вам, мы же делаем все возможное, чтобы редкие и ценные книги, еще недавно утраченные и несправедливо забытые, вновь стали доступными для всех читателей.

Одно сообщение сведений по истории математики далеко не всегда способствует достижению тех целей, о которых говорилось выше. Знакомство учеников с историей математики означает продуманное планомерное использование на уроках фактов из истории науки и их тесное сплетение с систематическим изложением всего материала программы. Лишь такое сплетение может способствовать достижению указанных целей.

Координируя изучение математики с другими предметами, в частности с самой историей, подчеркивая роль и влияние практики на развитие математики, указывая условия, а иногда и причины зарождения и развития тех или иных идей и методов, мы тем самым способствуем развитию у школьниковialectического мышления и формированию марксистско-ленинского мировоззрения, способствуем процессу их умственного созревания и сознательному усвоению ими учебного материала. Достигнутое таким образом более глубокое понимание школьного курса математики безусловно вызовет у учащихся рост интереса к предмету.

Ознакомление учеников с историей математики должно проводиться в основном на уроках математики и лишь во вторую очередь на внеклассных занятиях. При этом не следует рассчитывать на какие-либо дополнительные часы. Учебный план и программы средней школы перегружены. Залог успеха состоит в умелом использовании элементов истории математики таким образом, чтобы они органически сливались с излагаемым фактическим материалом. Если начать такую работу с V класса и проводить ее систематически на протяжении четырех лет, то со временем исторический элемент станет для самих учащихся необходимой частью урока. Конечно, не может быть речи о прохождении в средней школе какого-то специального курса истории математики. Речь идет о том, чтобы при изучении той или иной темы учитель математики полнее и глубже раскрывал ее содержание, прибегая к истории науки.

Большую методическую трудность представляет решение вопроса об отборе конкретного материала по истории математики и о порядке его использования в том или другом классе. Здесь следует руководствоваться программой по математике. Однако, учитывая возрастные особенности учащихся, нельзя приспосабливаться только к программе. Невозможно, например, ограничить вопросы истории арифметики рамками V—VI классов лишь потому, что в них изучается и заканчивается арифметика. Не только содержание и объем, но и стиль изложения вопросов из истории математики не могут быть одинаковы в разных классах.

Считаем, что в V—VIII классах следует ограничиться некоторыми начальными сведениями из истории математики и обращать внимание учеников на элементарные вопросы развития

счета и численных алгоритмов, математической терминологии и символики, возникновения мер, создания способов измерения и простейших инструментов. В этих же классах следует частично затронуть и некоторые стержневые вопросы истории математики, как, например, развитие понятия числа, происхождение и некоторые аспекты развития геометрии и алгебры. Целесообразно дать начальные сведения из истории уравнений. Есть немало вопросов из истории математики, к которым приходится возвращаться в курсе средней школы по два-три и больше раз.

Трудным кажется на первый взгляд решение вопроса о том, как выкроить необходимое время. Однако вопрос о времени, как и вопрос о формах использования элементов истории математики на уроках, почти полностью подчинен главному вопросу — связи изучаемой в школе математики с ее историей. Какая бы ни была форма сообщения сведений по истории — краткая беседа, экскурс, лаконичная справка, решение задачи, показ и разъяснение рисунка — использованное время (5—12 минут) нельзя считать потерянным, если только учитель сумеет исторический факт преподнести в тесной связи с излагаемым на уроке теоретическим материалом. В результате такой связи у школьников пробудится повышенный интерес к предмету и тем самым повысится эффективность их занятий.

Опыт работы подсказывает, что следует использовать для ознакомления с историей математики уроки закрепления пройденного, что будет способствовать оживлению этих уроков. Главную методическую трудность представляет вопрос о том, как на деле сочетать изучение определенного раздела программы математики с изложением соответствующего исторического материала. Преодолеть эту трудность можно лишь постепенно, в ходе планомерной и скрупулезной работы.

Мы старались не загромождать излишними деталями и мелочами изложение основного пути развития школьной математики. Повторение в разных местах книги некоторых хронологических дат поможет ученикам усвоить историческую последовательность наиболее важных факторов. Чтобы ввести начинающего учителя в мир историко-математической литературы и дать ему возможность дополнять сведения по тем или иным вопросам, в сносках даются некоторые библиографические указания.



I

АРИФМЕТИКА

История арифметики на уроках

V класс

1 НАТУРАЛЬНЫЕ ЧИСЛА

1. О ПРОИСХОЖДЕНИИ АРИФМЕТИКИ. СЧЕТ И ДЕСЯТИЧНАЯ СИСТЕМА СЧИСЛЕНИЯ

Велико значение арифметики в повседневной жизни человека. Без счета, без умения правильно складывать, вычитать, умножать и делить числа немыслимо развитие человеческого общества. Четыре арифметических действия, правила устных и письменных вычислений изучаются, начиная с начальных классов. Все эти правила не были выдуманы или открыты каким-то одним человеком. Арифметика возникла из повседневной практики, из жизненных нужд людей в их трудовой деятельности. Арифметика развивалась медленно и долго, пока стала такой, какой ее изучают теперь.

Еще в самые отдаленные времена людям приходилось считать различные предметы, с которыми они встречались в повседневной жизни. Было время, когда человек умел считать только до двух. Число «два» связывалось с органами зрения и слуха и вообще с конкретной парой предметов. «Глаза» у индийцев, «Крылья» у тибетцев означало также «Два». Если предметов было больше двух, то первобытный человек говорил просто «много». Лишь постепенно человек научился считать до трех, затем до пяти, десяти и т. д.¹

С развитием производства и торговли счет распространяется на множества, содержащие все большее и большее число предметов (элементов). Люди в своей практической деятельности не могли обходиться без измерения расстояний, площадей

¹ От периода первоначального формирования понятия натурального числа не сохранилось никаких документов. Для его изучения история математики прибегает к этнографии и лингвистике. См. [21], [26].

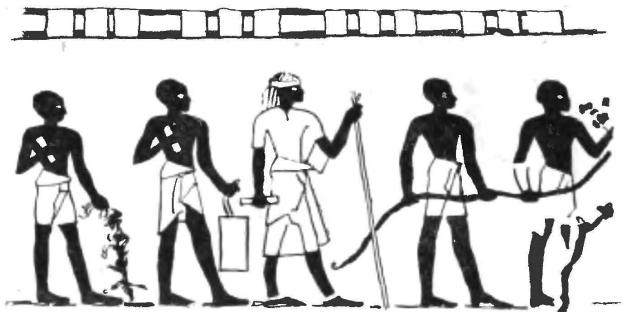


Рис. 1. Межевание у древних египтян. (Рисунок относится примерно к XV в. до н. э.)

земельных участков, вместимости сосудов и т. п. Потребность в измерениях привела к возникновению и развитию как приемов измерений, так и техники счета и правил действия над числами (рис. 1)

Таким образом, *возникновение и развитие арифметики связано с трудовой деятельностью людей, с развитием общества.*

* * *

Известно, что счет у нас ведется десятками: десять единиц образуют один десяток, десять десятков — одну сотню и т. д., иными словами: десять единиц первого разряда образуют одну единицу второго разряда, десять единиц второго разряда — одну единицу третьего разряда и т. д.

Такой способ счета, группами в десять, которым пользуемся мы, называется *десятичной системой счисления или десятичной нумерацией*. Число десять называется *основанием* десятичной системы счисления.

Но почему мы считаем именно десятками, то есть как *возникла десятичная система счисления?*

Подобно тому, как учатся считать по пальцам дети, так и люди на первых ступенях развития общества считали с помощью десяти пальцев рук. Понятно ведь говорят: «Перечесть по пальцам»... Отсюда — десятичная или десятеричная система счисления.

Однако были племена и народы, в частности в Африке, которые при счете пользовались лишь пятью пальцами одной руки, считали *пятками*: у них выработалась *пятеричная* система счисления, в которой основой служит число пять. В этой системе имеются названия для первых пяти чисел. Число «шесть», например, называлось «пять — один» и т. д. Следы пятеричной системы сохранились в скандинавских языках. Древнейшей из

всех является *двоичная* система счисления, которой, как полагают, пользовались некогда древние египтяне¹. Следы другой, *двадцатеричной* системы, остались поныне, например, в современном грузинском языке² и во французском языке, в котором вместо «восьмидесяти» говорят «четырежды двадцать». Двадцатеричная система возникла у народов, считавших не только с помощью пальцев рук, но и пальцев ног³. Этой системой пользовались также индейцы племени Майя (см. гл. 1, § 13). Древние вавилоняне пользовались *шестидесятеричной* системой счисления (гл. 1, § 2; 10). В настоящее время почти все народы мира пользуются десятичной системой счисления.

В десятичной системе названия всех натуральных чисел до 999 миллионов образуются с помощью всего лишь 13 слов: один, два, три, четыре, пять, шесть, семь, восемь, девять, десять, сто, тысяча, миллион. Слово «десять» кое-где сокращается в «дцать», например, вместо «два десять» — «двадцать»⁴.

Наряду с десятичной системой широкое практическое применение находит в настоящее время и двоичная система счисления в связи с ее применением в быстродействующих счетных машинах (гл. 1, §§ 13, 14).

2. О ПРОИСХОЖДЕНИИ И РАЗВИТИИ ПИСЬМЕННОЙ НУМЕРАЦИИ. ЦИФРЫ РАЗНЫХ ВРЕМЕН

Как бы велико ни было число, его можно записать с помощью всего лишь десяти числовых знаков, цифр: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0. Цифр, как и правил арифметики, никто сразу не выдумал, не изобрел. Современные цифры были выработаны на протяжении многих веков. Совершенствование начертания цифр шло параллельно с развитием письменности. Вначале букв не было. Мысли и предметы изображались при помощи рисунков на скалах, на стенах пещер, на камнях. Для запоминания чисел люди пользовались зарубками на деревьях и на палках⁵ и узлами на веревках⁶ (рис. 2, 3). Далее естественно стали обозна-

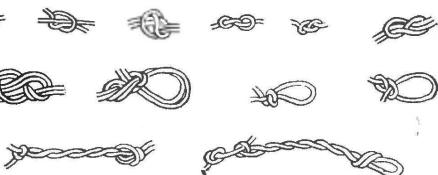


Рис. 2. Узлы, применявшиеся в древности для изображения чисел.

¹ См., например, [114], стр. 36—37.

² См. Цхакая Д. Г., История математических наук в Грузии с древних времен до начала XX в., АН Груз. ССР, Тбилиси, 1959.

³ См. [114], стр. 20.

⁴ О происхождении некоторых названий чисел см. [28], стр. 40—42.

⁵ Такие палки назывались в России бирками. Подробнее о бирках см. [28].

⁶ См. гл. 1, § 13.



Рис. 3. Веревочно-узловой счет. Этот рисунок XVI в. изображает счетовода-казначея одного из коренных племен Южной Америки (инки). В его руке веревочный прибор для узлового счета. В нижнем левом углу счетная доска.

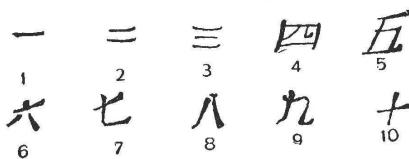


Рис. 4. Китайские иероглифические цифры.

1	2	3	4	5
10	100	1000	100000	
	○	!	ε	

Рис. 5. Египетские иероглифические цифры.

чать число «один» одной черточкой, «два» — двумя, «три» — тремя черточками и т. д. Следы таких цифр имеются, например, в римской системе: I, II, III. Но с развитием производства и культуры, когда появилась нужда записывать большие числа, стало неудобно пользоваться черточками. Тогда стали вводить особые знаки для отдельных чисел. Каждое число, как и каждое слово, обозначалось особым значком, иероглифом. Вот, например, как выглядят китайские иероглифические цифры (рис. 4).

В древнем Египте лет 4000 назад имелись другие значки и иероглифы для обозначения чисел (рис. 5 и 6). Единица изображена колом, десяток — как бы парой рук, сотня — свернутым пальмовым листом, тысяча — цветком лотоса, символом обилия, сто тысяч — лягушкой, так как лягушек было очень много во время разливов Нила¹.

В дальнейшем появляются особые обозначения отдельных звуков, то есть *буквы*. Было время, когда буквами пользовались и в качестве цифр. Так поступали древние греки, евреи, славяне² и другие народы (рис. 7 и 8). Чтобы отличить буквы от чисел, славяне ставили над буквами, изображающими числа, особый знак

¹ См. [44], стр. 13.

² См. гл. 1, § 2; 15.

—, названный «титло». Эта нумерация, называемая *алфавитной*, также оказалась со временем неудобной¹. Потребности практики, развитие производства и торговли способствовали созданию более удобных, современных цифр и образованию современной письменной нумерации.

Всем известны римские цифры:

I	V	X	L	C	D	M
1	5	10	50	100	500	1000

Некоторые из этих семи знаков служили и буквами. Римляне обозначали буквой *M* тысячу. Вот, например, как записывалось число 38784: *XXXVIII_mDCCLXXXIV*. Недобро была римская нумерация по сравнению с нашей десятичной²: записи длинные, умножение и деление в письменном виде производить невозможно. Все действия надо производить в уме. Даже, чтобы прочитать число, нужно устно складывать или вычитать, потому, что каждая из семи римских цифр означает всюду, где бы она ни стояла, одно и то же число. Например, *V* означает пять единиц (рис. 9), как в числе *VI*, так и в числе *IV*. В современной же письменной нумерации не только вид, начертание цифры, но и ее *место*, ее *положение*, ее *позиция* среди других цифр имеет значение. Например, в числе 15

¹ Так как в ней непосредственно нельзя было записывать достаточно большие числа (см. [21], стр. 35).

² И вообще с любой другой позиционной системой.



Рис. 6. Письменная нумерация в Древнем Египте. (Числа расположены в 4-й колонке.)

1	Α	10	ι ü	100	κ
2	Β	20	κ	200	σ
3	Γ	30	λ	300	τ
4	δ	40	μ	400	γ
5	ε	50	ν	500	φ
6	υ	60	σ	600	χ
7	ζ	70	η	700	θ
8	η	80	π	800	ξ
9	φ	90	ϟ	900	↑

Рис. 7. Обозначение чисел буквами у готов.

		Славянское										
	Греческое	Кириллицей	глаголицей	Славянское	Готское	Еврейское	Сирийское	Арабское	Колтское	Абисинское	Грузинское	Армянское
1	α	ѧ	ѧ	ѧ	ѧ	ѧ	ѧ	ѧ	ѧ	ѧ	ѧ	ѧ
2	β	ѣ	ѣ	ѣ	ѣ	ѣ	ѣ	ѣ	ѣ	ѣ	ѣ	ѣ
3	γ	ѫ	ѫ	ѫ	ѫ	ѫ	ѫ	ѫ	ѫ	ѫ	ѫ	ѫ
4	δ	ѧ	ѧ	ѧ	ѧ	ѧ	ѧ	ѧ	ѧ	ѧ	ѧ	ѧ
5	ε	ѩ	ѩ	ѩ	ѩ	ѩ	ѩ	ѩ	ѩ	ѩ	ѩ	ѩ
6	Ϛ	ѩ	ѩ	ѩ	ѩ	ѩ	ѩ	ѩ	ѩ	ѩ	ѩ	ѩ
7	ϛ	ѩ	ѩ	ѩ	ѩ	ѩ	ѩ	ѩ	ѩ	ѩ	ѩ	ѩ
8	η	ѩ	ѩ	ѩ	ѩ	ѩ	ѩ	ѩ	ѩ	ѩ	ѩ	ѩ
9	θ	Փ	Փ	Փ	Փ	Փ	Փ	Փ	Փ	Փ	Փ	Փ
10	լ	Ի	Ի	Ի	Ի	Ի	Ի	Ի	Ի	Ի	Ի	Ի
20	Ճ	Օ	Օ	Օ	Օ	Օ	Օ	Օ	Օ	Օ	Օ	Օ
30	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ
40	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ
50	Ն	Ն	Ն	Ն	Ն	Ն	Ն	Ն	Ն	Ն	Ն	Ն
60	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ
70	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ
80	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ
90	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ
100	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ
200	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ
300	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ
400	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ
500	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ
600	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ
700	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ
800	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ
900	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ
1000	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ
2000	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ
3000	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ
4000	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ
5000	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ
6000	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ
7000	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ
8000	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ
9000	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ
10000	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ
20000	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ	Ճ

Рис. 8. Алфавитная нумерация у разных народов.