

М.А. Шателен

**Справочная книга для
электротехников**

Том 1

**Москва
«Книга по Требованию»**

УДК 030
ББК 92
М11

М11 **М.А. Шателен**
Справочная книга для электротехников: Том 1 / М.А. Шателен – М.: Книга по Требованию, 2016. – 208 с.

ISBN 978-5-458-59881-1

Справочник состоит из шести отделов: Отдел 1 - Общий отдел (математика, сопромат, материалы, системы едениц и мер и т.д.) Отдел 2 - Теоретические основы электротехники (ТОЭ) Отдел 3 - Электрические и магнитные измерения Отдел 4 - Электротехнические материалы Отдел 5 - Постоянные магниты, электромагниты, реле, индукторы, конденсаторы Отдел 6 - Выпрямители

ISBN 978-5-458-59881-1

© Издание на русском языке, оформление
«YOYO Media», 2016

© Издание на русском языке, оцифровка,
«Книга по Требованию», 2016

Эта книга является репринтом оригинала, который мы создали специально для Вас, используя запатентованные технологии производства репринтных книг и печати по требованию.

Сначала мы отсканировали каждую страницу оригинала этой редкой книги на профессиональном оборудовании. Затем с помощью специально разработанных программ мы произвели очистку изображения от пятен, клякс, перегибов и попытались отбелить и выровнять каждую страницу книги. К сожалению, некоторые страницы нельзя вернуть в изначальное состояние, и если их было трудно читать в оригинале, то даже при цифровой реставрации их невозможно улучшить.

Разумеется, автоматизированная программная обработка репринтных книг – не самое лучшее решение для восстановления текста в его первозданном виде, однако, наша цель – вернуть читателю точную копию книги, которой может быть несколько веков.

Поэтому мы предупреждаем о возможных погрешностях восстановленного репринтного издания. В издании могут отсутствовать одна или несколько страниц текста, могут встретиться невыводимые пятна и кляксы, надписи на полях или подчеркивания в тексте, нечитаемые фрагменты текста или загибы страниц. Покупать или не покупать подобные издания – решать Вам, мы же делаем все возможное, чтобы редкие и ценные книги, еще недавно утраченные и несправедливо забытые, вновь стали доступными для всех читателей.



Серия Книжный Ренессанс

www.samizday.ru/reprint

СОСТАВ СОТРУДНИКОВ

В составлении СЭТ'а принимают участие нижеследующие профессоры и преподаватели Ленинградского Политехнического Института имени М. И. Калинина:

П. А. Азбукин, И. И. Бентковский, Б. К. Блумберг, М. М. Богословский, П. В. Боролни, В. В. Болотов, Н. П. Верещагин, Н. П. Виноградов, Б. Е. Воробьев, А. А. Вульф, В. В. Голов, А. А. Горев, С. М. Гохберг, А. И. Гурин, Д. В. Ефремов, Д. А. Завалишин, Л. В. Залуцкий, А. М. Залесский, С. И. Зилнтинкевич, В. П. Иванов, П. Л. Калантаров, М. Д. Каменский, Е. Н. Кизеветтер, М. П. Костенко, В. К. Крапивин, А. Б. Лебедев, Г. А. Люст, Н. А. Магский, В. Ф. Миткевич, М. М. Михайлов, К. И. Несмачный, Н. А. Петров, Л. М. Пиотровский, В. И. Полонский, Н. Н. Пономарев, В. К. Попов, А. А. Сабанеев, Ю. В. Скобелыцын, А. А. Солодовников, А. В. Сорокин, В. А. Суходский, П. М. Тиходеев, В. А. Толвинский, А. И. Тхоржевский, Ф. Н. Хараджа, В. П. Хашинский, П. П. Цепляев, Н. Н. Циклинский, Н. Н. Черносивтов, А. А. Чернышев, М. А. Шателен, В. И. Шаров, В. А. Шевалин, Е. Г. Шрамков, С. М. Шрейбер, Н. Н. Щедрин.

Кроме того, к работам по составлению СЭТ'а Редакция привлекла инженер-электриков, окончивших Ленинградский Политехнический Институт: Г. А. Аглицкого, В. М. Вятских, А. Г. Лурье, Б. Н. Раевского, Н. Н. Сидорова, Ф. Ф. Струнникова и Е. А. Тер-Маркарянца.

К СВЕДЕНИЮ ПОЛЬЗУЮЩИХСЯ СЭТ'ом.

Справочная книга распадается на отделы, имеющие самостоятельную нумерацию страниц, параграфов и рисунков. Некоторые отделы разделяются на под'отделы, которые обозначаются заглавными латинскими буквами. Номера страниц стоят вверху у корешка, номера отделов—вверху страниц у наружного края и напечатаны жирным шрифтом; рядом с номером отдела, отделяясь от него при помощи тире, стоит напечатанный светлым шрифтом номер параграфа,—первого сверху на данной странице.

Ссылки в тексте на параграфы другого отдела сопровождаются соответствующим указанием отдела, напр.: (Отд. 2, § 25); для ссылок на параграфы того же отдела применено сокращение, напр.: (§ 13).

Ссылки в квадратных скобках, напр.: [Л. 5] — являются ссылками на указатель литературы данного отдела, если во всем отделе один такой указатель, как, напр., в Отд. 3, или на указатель под'отдела, если последний имеет свой самостоятельный указатель, как, напр., все под'отделы Отдела 4.

Для обозначения физических величин, для которых имеются международные символы, Редакция стремилась придерживаться таковых, используя, однако, не только главные символы, но и „рекомендуемые, когда главный символ неудобен“ (см. Отд. 1, § 148); так, напр., для частоты принят символ ν , а не f . Для обозначения единиц и сокращенных обозначений мер и весов приняты латинские обозначения, рекомендованные МЭК (Отд. 1, § 148). Вследствие чрезвычайной пестроты применяемых у нас терминов, Редакции пришлось уделить серьезное внимание выбору таковых; при этой работе были использованы материалы РЭК МЭК, представленные пленуму МЭК в сентябре 1927 г. (пока не опубликованные).

В указателях литературы при сокращении названий журналов Редакция придерживалась сокращений, применяемых журналом „Электричество“ ¹⁾.

Для названий иностранных электротехнических фирм приняты следующие сокращения:

- A. E. G.—Allgemeine Elektrizitäts-Gesellschaft.
- S. S. W.—Siemens-Schuckert Werke.
- S. & H.—Siemens & Halske.
- H. & B.—Hartmann & Braun.
- B. B. C.—Brown, Boveri Cie.
- G. E. C.—General Electric Co.

¹⁾ Список сокращений печатается ежегодно в № 1 журнала, в начале рефератного отдела.

СОДЕРЖАНИЕ I ТОМА

(Отделы 1—6; VШ + 752 стр.; 423 рисунка)

Отдел 1. — Общий отдел. — Составили И. И. Бентковский и В. А. Толвинский.

- А. М а т е м а т и к а. — Приближенные вычисления. — Функции вещественного переменного. — Функции комплексного переменного. — Векторная алгебра. — Векторный анализ. — Расчет оложных процентов. — Ряды Фурье.
- В. С о п р о т и в л е н и е м а т е р и а л о в. — Простые напряженные состояния прямых брусьев. — Сложные напряженные состояния прямых брусьев. — Моменты плоских фигур. — Гибкая нить.
- С. М е х а н и ч е с к и е с в о й с т в а м а т е р и а л о в. — Общие сведения. — Численные значения величин, характеризующих механические свойства материалов. — Допускаемые напряжения.
- Д. Н е к о т о р ы е х и м и ч е с к и е и ф и з и ч е с к и е в е л и ч и н ы.
- Е. С и с т е м ы е д и н и ц и м е р. — Абсолютная система измерения. — Практические системы измерения. — Международная метрическая система мер и весов. — Законные меры Союза ССР. — Система (старых) русских мер. — Система английских мер. — Международные символы.
- Г. В о п о м о г а т е л ь н ы е т а б л и ц ы.

Отдел 2. — Теоретические основы электротехники. Под редакцией В. Ф. Миткевича составил П. Л. Калантаров.

Магнитное поле. — Электрическое поле. — Электрический ток. — Электрическая цепь. — Магнитная цепь. — Электродинамика. — Переменные токи. — Переходные режимы. — Переменный магнитный поток. — Движение электромагнитной энергии. — Прохождение электричества через газы и vuoto. — Указатель литературы.

Отдел 3. — Электрические и магнитные измерения. Под редакцией М. А. Шателена составили М. М. Михайлов, Н. Н. Пономарев, Е. Г. Шрамков, С. М. Шрейбер, П. П. Цепляев.

- А. Э л е к т р и ч е с к и е и з м е р е н и я. — Вычисленные погрешностей. — Эталоны. — Магазины сопротивлений. — Гальванометры. — Электрометры. — Потенциометры. — Измерительные трансформаторы. — Системы электроизмерительных приборов. — Измерение сопротивлений. — Измерение емкости, коэффициентов самоиндукции и взаимной индукции. — Измерение напряжения и силы тока. — Измерение мощности. — Измерение количества электричества. — Измерение электрической энергии. — Измерение угла сдвига фаз. — Измерение частоты. — Синхроскопы. — Определение порядка следования фаз. — Самопитающиеся приборы. — Снятие кривых напряжения и силы тока. — Анализ периодических кривых.

- В. Магнитные измерения. — Общие задачи. — Определение основной кривой намагничивания и гистерезисного цикла. — Измерение напряжения магнитного поля и м. д. силы. — Измерение потерь на гистерезис и ток Фуко.

Отдел 4. — Электротехнические материалы. Под редакцией Л. В. Залуцкого составили М. М. Михайлов и Е. Г. Шрамков.

- А. Проводниковые материалы. — Указатель литературы.
В. Материалы высокого сопротивления. — Указатель литературы.
С. Магнитные материалы. — Сплавы с железом, никкелем и кобальтом. — Листовая электротехническая сталь. — Материалы для постоянных магнитов. — Указатель литературы.
D. Изолирующие материалы. — Основные свойства и методы их определения. — Материалы естественного происхождения. — Керамические материалы. — Смолы, асфальты и масла. — Лаки и компаунды. — Волокнистые материалы. — Слюда и минералы. — Каучук и каучуковые материалы. — Прессованные материалы. — Трансформаторное масло. — Указатель литературы.

Отдел 5. — Постоянные магниты, электромагниты, реле, индукторы, конденсаторы. Под редакцией В. А. Толвинского составили С. М. Гохберг, М. М. Михайлов, А. А. Солодовников, А. И. Тхоржевский, В. И. Шаров, Е. Г. Шрамков.

- А. Постоянные магниты. — Важнейшие стадии изготовления. — Характеристики. — Указатель литературы.
В. Электромагниты. — Характеристики. — Специальные типы. — Расчет. — Указатель литературы.
С. Реле (электрические). — Типы реле по характеру работы. — Контакты. — Типы реле по принципу устройства рабочего элемента. — Указатель литературы.
D. Индукторы (катушки Рункорфа). — Теория. — Расчет и конструкция. — Прерыватели. — Работа индуктора в различных условиях нагрузки и питания. — Указатель литературы.
Е. Конденсаторы. — Указатель литературы.

Отдел 6. — Выпрямители. Под редакцией П. Л. Калантарова составили Ф. Н. Хараджа и В. К. Крапивин.

- А. Выпрямители механические и электрические (кроме ртутных). — Механические выпрямители. — Электрические. — Указатель литературы.
В. Ртутные выпрямители. — Физическая теория. — Ртутные выпрямители со стеклянными колбами. — Ртутные выпрямители металлической конструкции. — Указатель литературы.
-

ОТДЕЛ I

ОБЩИЙ ОТДЕЛ

СОСТАВИЛИ

И. И. БЕНТКОВСКИЙ (§§ 1—118; §§ 151—152)
В. А. ТОЛВИНСКИЙ (§§ 119—150)

СОДЕРЖАНИЕ

(числа указывают параграфы).

А. Математика.

Приближенные вычисления.	1
Функции вещественного переменного.	16
Функция комплексного переменного	18
Векторная алгебра	26
Векторный анализ	81
Расчет сложных процентов.	39
Ряды Фурье	40

В. Сопротивление материалов

49

Простые напряженные состояния прямых брусьев .	61
Сложные напряженные состояния прямых брусьев	63
Моменты плоских фигур	76
Гибкая нить	77

С. Механические свойства материалов.

Общие сведения	78
Численные значения величин, характеризующих механические свойства материалов	84
Допускаемые напряжения	103

Д. Некоторые химические и физические величины

109

Е. Системы единиц и мер.

Абсолютная система измерения	119
Практические системы измерения	126
Международная метрическая система мер и весов .	136
Законные меры Союза ССР	139
Система (старых) русских мер .	146
Система английских мер .	147
Международные символы	148

Ф. Вспомогательные таблицы

161

А. Математика.

Приближенные вычисления.

1. Определение. При производстве вычислений приходится совершать действия над числами, выражающими результаты измерения разного рода величин. Так как не существует абсолютно точных способов измерения, то даже в тех случаях, когда измеряемая величина a соизмерима с величиной, принятой за единицу меры, число, выражающее результат измерения, дает значение a не абсолютно точно, а лишь с некоторым приближением, или, как говорят иначе, с некоторой точностью. Такое число называют приближенным значением величины a .

Если численное значение величины a определяется с помощью действий над численными значениями величин b, c, d, \dots , из коих хотя бы одно является приближенным, то найденное значение величины a будет также приближенным.

2. Для оценки приближения, или точности, с которой данное приближенное значение выражает рассматриваемую величину a , установлены следующие определения и теоремы.

Пусть A обозначает точное значение величины a , и A' — приближенное значение той же величины. Тогда число $\alpha = A' - A$ будет абсолютной погрешностью числа A' .

Если $\alpha > 0$, то A' будет значением приближенным по избытку; при $\alpha < 0$, A' является приближенным по недостатку.

Пусть $A = 751,82$; если $A' = 751,9$, то $\alpha = +0,08$; при $A' = 750,0$ $\alpha = -1,82$.

Так как в действительности A остается неизвестным, то неизвестно и точное значение α , и, в наиболее благоприятном случае, известны лишь знак числа α . Кроме того, обычно можно установить, что численное значение α не превосходит некоторого числа α' , которое называют верхним пределом абсолютной погрешности. Зная A' и α' , мы можем утверждать, что

$$A_1 = A' - \alpha' < A < A' + \alpha' = A_2.$$

A_1 называют нижним пределом, а A_2 — верхним пределом числа A .

Пусть $A' = 2,847$ и $\alpha' = 0,02$; тогда $A_1 = 2,827$, $A_2 = 2,867$.

Если, кроме того, известен и знак α , то указанные пределы сближаются.

Так, если $A' = 2,647$, $\alpha' = 0,02$ и $\alpha > 0$, то $A_1 = 2,627$ и $A_2 = 2,647$, т.-е. $A_2 = A'$; при $\alpha < 0$ $A_1 = A' = 2,647$, а $A_2 = 2,687$.

Числа α' и α сами по себе недостаточны для оценки приближения, которое дает A' , так как при одном и том же значении α' приближение, или точность, будет различная при разных значениях A' .

Так, если $\alpha' = 1$ *мм*, а $A' = 100$ *м*, приближение будет весьма велико; если же $\alpha' = 1$ *мм*, но $A' = 3$ *мм*, приближение будет грубое.

Обычно приближение определяют отношением $\delta\alpha = \frac{\alpha}{A}$, называемым относительной погрешностью. Зная $\delta\alpha$, легко получить $\alpha = A \times \delta\alpha$. Однако, так как в большинстве случаев α и A неизвестны, то на практике приходится брать отношение $\delta'a = \frac{\alpha'}{A_1} > \delta\alpha$, называемое верхним пределом относительной погрешности. По известному $\delta'a$ можно составить произведение $A_2 \times \delta'a$, которое, очевидно, больше, чем α , и может быть принято за верхний предел α .

Так, при $A' = 101$ *см* и $\alpha' = 1$ *см*, имеем $A_1 = 100$ *см*, $A_2 = 102$ *см*, $\delta\alpha < \delta'a = 0,01$ и $\alpha < 0,01 \times 102 = 1,02$ *см*.

3. Для сокращения вычислительной работы в каждом приближенном числе сохраняют лишь столько цифр, сколько нужно для получения результата вычислений с желаемой точностью. Остальные цифры отбрасывают, если разряд их ниже 1, и заменяют нулями, если он равен или выше. При совершении этой операции нужно иметь в виду нижеследующее.

Если абсолютная погрешность α приближенного числа A' меньше 1-цы разряда последней его цифры, то сохраняя в нем n первых, считая слева, значущих цифр и отбрасывая или заменяя нулями все остальные, начиная с $(n+1)$ -ой, получим число B' приближенное по недостатку с абсолютной погрешностью β меньшей 1-цы разряда последней из оставленных цифр, которую обозначим через z . Если при этом цифру z увеличить на 1, то получим число C' приближенное по избытку с абсолютной погрешностью γ также меньшей 1-цы разряда цифры z . В обоих случаях все n цифр полученных чисел B' и C' называются точными цифрами.

Пусть $A = \sqrt{0,002}$ и $A' = 0,014142$, при чем $\alpha > 0,000001$. Тогда $B' = 0,014$, $\beta \cong 0,000142 < 0,001$; B' — приближенное по недостатку и имеет 2 точных цифры 1 и 4. Увеличив 4 на 1, получим $C' = 0,015$, $\gamma \cong 0,000858 < 0,001$; C' — приближенное по избытку и также имеет 2 точные цифры: 1 и 5.

Обычно цифру z оставляют без изменения, если первая из отбрасываемых цифр < 5 , и увеличивают на 1, если она ≥ 5 . При соблюдении этого правила — правила дополнения —

абсолютная погрешность полученного числа будет меньше $\frac{1}{2}$ единицы разряда цифры z .

Пусть $A' = 3,1415$ и $\alpha < 0,0001$. Тогда у $B' = 3,14$ будет $\beta \cong 0,0015 < \frac{1}{2} \times 0,01 = 0,005$. Число же $C' = 3,142$ будет иметь $\gamma \leq 0,0005$. B' имеет 3 и C' — 4 точных цифры.

Если $A' = 1296$ и $\alpha < 1$, то $B' = 1300$ имеет $\beta < 10$ и 3 точных цифры: 1, 3 и 0.

В тех случаях, когда абсолютная погрешность A' больше 1-цы разряда последней его цифры, но меньше 1-цы разряда n -ой значущей цифры, необходимо отбросить или заменить нулями все цифры, начиная с $(n+1)$ -ой, как ненадежные. При этом руководствуются следующим правилом.

Если $\alpha > 0$, т.е. приближение по избытку, то n -ую цифру z оставляют без изменения; если $\alpha < 0$, цифру z увеличивают на 1. В обоих случаях новое число будет иметь n точных цифр. Если же знак α неизвестен, сохраняют лишь $n-1$ значущую цифру; все они будут точными в указанном выше смысле. Если при этом n -ая цифра будет 9, то $(n-1)$ -ую нужно увеличить на единицу.

1) Пусть $A' = 18,65326$ и известно, что $\alpha < 0,001$, но $> 0,0001$.

Если $A = 18,65297$, то, взяв $B' = 18,653$, сделаем $\beta = 0,00029$, что меньше 0,001, и, следовательно, B' имеет 5 точных цифр. Если же $A = 18,65417$, то $\beta = 18,65417 - 18,653 = 0,00117 > 0,001$ и B' будет иметь 4 точных цифры. Увеличив 3 на 1, получим число $C' = 18,654$, у которого $\gamma = 0,00017 < 0,001$ и, следовательно, C' имеет 5 точных цифр. Если бы знак приближения был неизвестен, то мы могли бы сохранить, как точные, только 4 цифры: 18,65.

2) Пусть $A' = 18,65926$, $\alpha < 0,001$, но $> 0,0001$ и знак приближения неизвестен. Тогда, при $A = 18,65875$, число $B' = 18,65$ имеет $\beta = 0,00875 > 0,01$, но при $A = 18,66011$ то же B' делает $\beta = 0,01011 > 0,01$. Если же вместо B' взять $C' = 18,66$, то при обоих сделанных предположениях о точном значении A величина γ будет меньше 0,01 и C' будет иметь 4 точных цифры.

4. Зная число точных цифр, можно указать и верхний предел относительной погрешности.

Теорема I. Если число A' имеет n точных цифр, причем $(n+1)$ -ая цифра неизвестна, то относительная погрешность

$$\delta a < \frac{1}{k \cdot 10^{n-1}}, \text{ где } k — \text{первая слева значущая цифра числа } A'$$

Если же $(n+1)$ -ая цифра известна и соблюдено правило дополнения, то $\delta a < \frac{1}{2k \cdot 10^{n-1}}$.

Так, если $A' = 0,00049$ имеет 2 точных цифры, то $\delta a < 1/40$ в первом случае и меньше $1/80$ во втором.

Теорема II. Если число A' , первая слева значущая цифра которого есть k , имеет $\delta a < \frac{1}{(k+1) 10^{n-1}}$, то, если знак приближения известен, можно утверждать, что A' имеет n точных цифр, если же знак неизвестен, то можно ругаться лишь за $(n-1)$ цифру.

Так как $k \leq 9$, то теорема и по-прежнему справедлива, если $\delta a < 1/10^n$

Пусть $A' = 51,8536$ и $\delta a < \frac{1}{8 \cdot 10^4}$. Ясно, что $n = 4$. Если приближение по избытку, то $B' = 51,85$ имеет 4 точных цифры; если приближение по недостатку, то точными цифрами будут 51,86. Если знак приближения неизвестен, можно ругаться за 51,8. Если, кроме того, $A' = 51,8936$, то число с 3 точными цифрами было бы 51,9.

5. Сложение. Абсолютная погрешность σ суммы S' не больше суммы абсолютных погрешностей слагаемых. Относительная погрешность δS суммы не превосходит наибольшую из относительных погрешностей слагаемых. Это последнее правило дает, однако, слишком высокий предел в тех случаях, когда наибольшее δk будет принадлежать слагаемому k' весьма малому по сравнению с другими. Поэтому лучше определять δS по σ' , т.е. $\delta S < \sigma'/S'$.

При сложении чисел одного и того же порядка следует брать их с одинаковым числом точных цифр; если же слагаемые разного порядка, то нужно первым написать наибольшее из них, сохранив в нем все точные цифры; в остальных сохраняют только те, которые могут влиять на величину предпоследней цифры первого. Иногда пользуются правилом отбрасывать во всех слагаемых, начиная со второго, все знаки, разряд коих на два и более ниже разряда последней цифры первого слагаемого.

1) Пусть слагаемые одного порядка имеют по 2 десятичных и по 5 точных цифр и написаны по правилу дополнения. Так как при этом абсолютная погрешность каждого не больше 0,005, то $\sigma \geq 0,005 \times 6 = 0,03$.

602,87
566,36
343,08
289,54
470,27
136,63

2390,45

Знак приближения неизвестен, и следовательно, $2399,42 < S < 2390,48$. Взяв $S' = 2390,4$, будем иметь $\sigma < 0,1$, 5 точных знаков и $\delta S < 0,0002$. Если правило дополнения не соблюдено, $\sigma < 0,06$; поэтому $2390,39 < S < 2390,51$. Так как может оказаться, что в действительности $S = 2390,39$, то, написав $S' = 2390,5$, получим $\sigma = 0,11$. Значит, приходится считать, что $S' = 2390,0$; это

число будет иметь 4 точных цифры при $\sigma < 1$ и $\delta S < 0,002$.

2) Пусть слагаемые разных порядков. В лучшем случае $\sigma \geq 0,05 + 0,005 + 0,0005$. Сохраняя все знаки, получим:

9025,7
566,29
44,08(8)
1,07(63)

6637,15(43)

$6637,09875 < S < 6637,20985$. Если в действительности $S = 6637,099$, то, приняв $S' = 6637,2$, сделаем $\sigma = 0,101 > 0,1$. Приходится, следовательно, принять $S' = 6637,0$ при $\sigma < 1$ и $\delta S < 0,006$. Знаки, поставленные в скобках, могли быть при сложении опущены. Если бы у первого слагаемого последняя цифра была 8, можно было бы во всех остальных отбросить цифры разряда ниже 0,1.

6. Вычитание. Абсолютная погрешность разности не больше суммы абсолютных погрешностей уменьшаемого A' и вычитаемого B' . Относительная погрешность определяется как при сложении, т.е. $\delta S < \frac{\sigma'}{S'}$. Если A' и B близки друг к другу, то

δS значительно больше, чем δa и δb .

Пусть $A' = 323,5, \alpha < 0,05, \delta a < \frac{1}{2 \cdot 8 \cdot 10^4} = \frac{1}{8000}, B' = 321,73, \beta < 0,05, b < \frac{1}{8000}$; тогда $S' = A' - B' = 1,8$, при чем $\sigma < 0,1$ и $\delta S < \frac{1}{10}$.

7. Умножение. При двух сомножителях A' и B' абсолютная погрешность γ произведения C' определяется неравенством $\gamma' < A_2 \beta' + B_2 \alpha'$. При любом числе сомножителей относительная погрешность произведения меньше суммы относит. погр. сомножителей: $\delta p < \delta a + \delta b + \delta c + \dots$.

При перемножении двух чисел можно сильно сократить выкладки, применяя сокращение умножения, способ производства которого исеи из примера.

Пусть нужно найти с точностью до 0,1 произведение чисел 50,769 484 и 32,983 756. Пишем первое как множимое, а второе подписываем в обратном порядке и при том так, чтобы цифра его простых единиц, т.-е. 2 стояла под той цифрой множимого, разряд которой в 100 раз меньше заданной точности; в данном случае это будет цифра тысячных, т.-е. 9. Затем производим перемножение в следующем порядке. Помножаем на крайнюю цифру множителя,

т.-е. 3, все цифры множимого, начиная с той, которая стоит над 3, т.-е. с 4. Получаем 1-ое частное произведение. Затем множим на 2 все цифры множимого, начиная с цифры, стоящей над 2, т.-е. с 9. Следующее произведение получим умножая на 9 все цифры множителя, начиная с 6 и т. д. Последним будет произведение 7 на стоящее над ним 5. Все произведений подписываем одно под другим так, чтобы последние цифры стояли в одном столбце и складываем. Полученная сумма и будет искомым произведением. Чтобы получить заданную точность, нужно, независимо от ее величины, отбросить две последние цифры справа (в данном случае 4 и 5), а последнюю из оставшихся увеличить на 1 (общее правило). Эта цифра и будет цифрой произведения разряда, одинакового с разрядом заданной точности. Таким образом, в данном случае произведение будет 1674,6 с точностью до 0,1. Если бы последней цифрой множимого была 6, то 9 и 4 нужно было заменить нулями. Если бы последней цифрой множителя был 8, то число частных произведений было на 2 меньше.

50769484
65738923

1523082
101538
45684
4056
150
35

1674545

8. Возвышение в степень. Если $A' = B'^n$, то абсолютная погрешность $\alpha < n \beta' B_2^{n-1}$.

Пусть $B' = 3,1$, $\beta \leq 0,1$, $n = 4$. Тогда $\beta' = 0,1$, $B_2 = 3,2$ и $\alpha < 4 \cdot 0,1 \cdot 3,2^3$, т.-е. приблизительно $\alpha \leq 13,2$. Действительно, если $\beta \leq 0,1$, то $3,0 \leq B < 3,2$ и $81,0 < B^4 < 104,86$. Взяв $3,1^4 = 92,4$, мы получим число, которое может отличаться на 11 и даже на 12 от B^4 .

Относительная погрешность $\delta a < n \delta b$.

В разобранным примере $\delta b < \frac{0,1}{3,0} = \frac{1}{30}$ и $\delta a < \frac{4}{30} \approx 0,13$.

9. Деление. Абсолютная погрешность γ частного C' двух чисел A' и B' определяется неравенством $\gamma < \frac{B_2 \alpha' + A_2 \beta'}{B_1^2}$.

Относительная погрешность $\delta c < \delta a + \delta b$.

Сокращенное деление. Пусть требуется найти частное чисел 51,487 805 34 и 3,571 128 59 с абс. погр. $\alpha \leq 0,01$. Так как разряд наименьшей цифры частного будут десятые, то для получения заданной точности нужно 4 точных цифр. Для этого достаточно в делимом и делителе сохранить по 6 цифр, т.-е. на 2 больше. Вообще, если число точных цифр частного n , то в делимом и делителе оставляют по $n + 2$ цифр. Полученные числа делят так: первая цифра частного и первый остаток подрачаются как обычно. Затем отбрасывают 1-ую с конца цифру делителя (2) и находят вторую цифру частного и 2-ой остаток. Отбросив 2-ю цифру делителя (1), находят 3-ю цифру частного и 3-й остаток.

5148780534 : 357112859 = 14,41