

**Г. Дженкинс, Д. Ваттс**

**Спектральный анализ и его  
приложения**

**Выпуск 1**

**Москва  
«Книга по Требованию»**

УДК 54  
ББК 24  
Г11

Г11 **Г. Дженкинс**  
Спектральный анализ и его приложения: Выпуск 1 / Г. Дженкинс, Д. Ваттс – М.: Книга по Требованию, 2013. – 316 с.

**ISBN 978-5-458-28114-0**

Спектральный анализ - новая и очень важная отрасль прикладной математики, посвященная выделению из наблюдаемых явлений или процессов периодических компонент, т. е. правильно меняющихся со временем составляющих. Подобные процессы очень часто встречаются в инженерном деле, различных отделах физики и геофизики, а также в экономике. Задача данной книги - дать инженеру или физику руководство, позволяющее овладеть приемами и методами спектрального анализа и применить их в своей практической работе. Для удобства читателей русское издание разделено на два выпуска. Выпуск 1 выйдет в 1971 г., выпуск 2-в начале 1972 г. В данный выпуск вошли общие принципы спектрального анализа, анализ Фурье, основы теории вероятностей и математической статистики, оценки корреляционных функций и спектров стационарных процессов. Книга будет полезна инженерно-техническим работникам, физикам, геофизикам, математикам-прикладникам и экономистам, а также студентам старших курсов, для которых она послужит ценным учебным пособием.

**ISBN 978-5-458-28114-0**

© Издание на русском языке, оформление  
«YOYO Media», 2013

© Издание на русском языке, оцифровка,  
«Книга по Требованию», 2013

Эта книга является репринтом оригинала, который мы создали специально для Вас, используя запатентованные технологии производства репринтных книг и печати по требованию.

Сначала мы отсканировали каждую страницу оригинала этой редкой книги на профессиональном оборудовании. Затем с помощью специально разработанных программ мы произвели очистку изображения от пятен, клякс, перегибов и попытались отбелить и выровнять каждую страницу книги. К сожалению, некоторые страницы нельзя вернуть в изначальное состояние, и если их было трудно читать в оригинале, то даже при цифровой реставрации их невозможно улучшить.

Разумеется, автоматизированная программная обработка репринтных книг – не самое лучшее решение для восстановления текста в его первозданном виде, однако, наша цель – вернуть читателю точную копию книги, которой может быть несколько веков.

Поэтому мы предупреждаем о возможных погрешностях восстановленного репринтного издания. В издании могут отсутствовать одна или несколько страниц текста, могут встретиться невыводимые пятна и кляксы, надписи на полях или подчеркивания в тексте, нечитаемые фрагменты текста или загибы страниц. Покупать или не покупать подобные издания – решать Вам, мы же делаем все возможное, чтобы редкие и ценные книги, еще недавно утраченные и несправедливо забытые, вновь стали доступными для всех читателей.



Серия Книжный Ренессанс

[www.samizday.ru/reprint](http://www.samizday.ru/reprint)



## ПРЕДИСЛОВИЕ К РУССКОМУ ИЗДАНИЮ

Предлагаемая читателю монография известного английского специалиста в области математической статистики Г. Дженкинса и американского ученого Д. Ваттса посвящена прикладным аспектам теории временных рядов, т. е. рядов наблюдений  $x(t)$ , зависящих от дискретного или непрерывно меняющегося аргумента  $t$  (обычно времени наблюдения). При этом авторы рассматривают лишь ряды, подверженные нерегулярным флуктуациям, создаваемым или ошибками наблюдений, или какими-то иными неустранимыми помехами («шумами»), искажающими эти наблюдения, или, наконец, помехами, заложенными в самой природе величины  $x$ . Ряды такого рода встречаются буквально на каждом шагу в геофизике (метеорологии, океанологии, сейсмологии, учении о земном магнетизме и аэрономии) и астрономии, экономике, технических дисциплинах (особенно радиотехнике, электронике и автоматике) и даже в биологии и медицине, причем их роль с течением времени все возрастает. Поэтому, неудивительно, что и литература по вопросам, касающимся таких рядов, также очень быстро растет; так, например, одной только статистической радиотехнике (т. е. фактически изучению комплекса проблем, связанных с временными рядами радиотехнического происхождения) на русском языке посвящено по крайней мере полтора десятка монографий и несколько сотен научных работ. Однако до сих пор на русском языке не было ни одной книги, предназначенной сразу для читателей-прикладников всех специальностей, имеющих дело с временными рядами, и излагающей с единой точки зрения и на современном уровне общие математические приемы их изучения и обработки. Именно такую цель и преследует настоящая книга.

Естественно, что временные ряды, подверженные нерегулярным флуктуациям, можно изучать только статистически — на основе широкого использования аппарата теории вероятностей и математической статистики. При таком подходе ряд  $x(t)$  рассматривается как одна реализация, выбранная из статистического ансамбля функций, описываемого определенным распределением вероятностей в функциональном пространстве, т. е. как выборочная функция случайного процесса  $X(t)$ , зависящего от непрерывного или дискретного аргумента. Тем самым, анализ временных рядов оказывается частью

теории случайных процессов, являющейся одним из наиболее глубоких и сложных разделов современной теории вероятностей. Очень большое место в этом анализе составляют вопросы, относящиеся к статистике случайных процессов — области, лежащей на пересечении теории случайных процессов и математической статистики, все развитие которой относится к последнему двадцатилетию. Заметим также, что до сих пор большинство результатов теории случайных процессов относится не к совершенно произвольным процессам  $X(t)$ , а лишь к процессам того или иного частного вида; анализ временных рядов по традиции имеет дело только со стационарными случайными процессами, являющимися удобной моделью широкого класса (но, разумеется, все же не всех) рядов реальных наблюдений. Этого ограничения придерживаются и авторы настоящей книги.

Центральной задачей статистического анализа временных рядов бесспорно является чрезвычайно важная задача об определении спектра процесса по одной его реализации; именно ей Дженкинс и Ваттс посвящают больше всего внимания (с этим обстоятельством связан и выбор названия их книги). Эта задача имеет длинную и интересную историю (достаточно сказать, что основное для всего прикладного спектрального анализа понятие периодограммы временного ряда впервые было введено — правда, для других целей — известным физиком А. Шустером еще в конце прошлого века). Однако математическое ее исследование началось лишь после того, как около 1950 г. было строго доказано, что при широких условиях, накладываемых на процесс  $X(t)$ , периодограмма не стремится ни к какому пределу при стремлении к бесконечности интервала наблюдения. На русском языке кое-какие сведения относительно методов оценки спектра по данным наблюдений могут быть найдены в книгах М. С. Бартлетта («Введение в теорию случайных процессов», ИЛ, М., 1958) и Э. Хеннана («Анализ временных рядов», изд-во «Наука», М., 1964), но помимо явной неполноты и отрывочности содержащегося здесь материала, частично уже заметно устаревшего (последнее особенно относится к содержанию первой из указанных книг), надо также отметить, что обе они предназначены не для прикладников, а для математиков, и ввиду крайней сжатости изложения даже и для профессионалов-математиков являются довольно трудными. В чисто же прикладной литературе этому вопросу особенно не повезло — достаточно сказать, что в ряде книг по статистической радиотехнике или автоматике фактически утверждается, что спектр процесса можно определить как предел соответствующей периодограммы (правда, термин «периодограмма» при этом обычно не упоминается). В мировой литературе вопросу об оценке спектра специально посвящена книга Блэкмана и Тьюки (R. B. Blackman, J. W. Tukey, *The measurement of power spectra from the point of view of communications engineering*, Dover, New York, 1959), сыгравшая очень большую роль в развитии соответствующей статистиче-

ской теории и в пропаганде правильных представлений по этому вопросу, но написанная нарочито усложненным («замысловатым») языком с большим числом методических и терминологических ухищрений, интересных для специалиста, хорошо знакомого с предметом, но очень затрудняющих изучение этой книги для новичка (такой стиль вообще характерен для Тьюки — старшего автора указанной книги). Тем не менее ввиду отсутствия другого подходящего изложения ссылки на книгу Блэкмана и Тьюки до самого последнего времени очень часто встречались в прикладной литературе; известно также, что в прикладных научно-исследовательских учреждениях нашей страны было изготовлено даже несколько разных переводов этой книги на русский язык, часто, к сожалению, малоквалифицированных и содержащих ошибки, способные вконец запутать неопытного читателя.

Книга Дженкинса и Ваттса рассчитана примерно на тот же круг читателей, что и книга Блэкмана и Тьюки: обе они не содержат строгих доказательств используемых математических предложений и основной упор делают на рецептурную сторону дела, т. е. на формулировку конкретных рекомендаций, предназначенных для практика. Однако настоящая книга имеет то большое преимущество, что написана она относительно просто и ясно, хотя и достаточно строго и с учетом всех основных достижений математической теории; кое в чем она оказывается также заметно более современной, чем ее предшественница, со времени появления которой прошло уже более десяти лет (так, например, стоит отметить краткое изложение в приложении П7.3 очень важной для вычислений на современных вычислительных машинах техники «быстрых преобразований Фурье», созданной при активном участии Тьюки, но заметно позже опубликования совместной с Блэкманом книги, в которой, естественно, эта техника никак не отражена). Следует также отметить, что содержание книги Дженкинса и Ваттса (опять же в отличие от книги Блэкмана и Тьюки) не ограничивается одним лишь вопросом о вычислении спектров; в частности, весьма полезными являются также разделы этой книги, посвященные оценке корреляционной функции или каких-то параметров процесса по материалам наблюдений в течение конечного промежутка времени. Надо надеяться, что появление этой книги в русском переводе будет приветствоваться широкими кругами читателей-прикладников различных специальностей, имеющих дело с рядами наблюдений, и даст им, наконец, в руки доступный источник сведений о том, как следует математически грамотно обрабатывать такие ряды для извлечения из них основной информации о статистических характеристиках исследуемого процесса.

Для удобства наших читателей русское издание разделено на два выпуска. В первый выпуск включены гл. 1—6, содержащие общие принципы спектрального анализа, анализ Фурье, основы теории

вероятностей и математической статистики, оценки корреляционных функций и спектров стационарных процессов. Во втором выпуске (гл. 7—11) спектральный анализ иллюстрируется искусственными и практическими примерами и обобщается на случай многомерных стационарных процессов.

В конце данного выпуска дается список дополнительной литературы, составленный переводчиком книги. Ссылки в тексте на дополнительную литературу даются цифрой со звездочкой.

*А. М. Яглом*



## ПРЕДИСЛОВИЕ

Анализ временных рядов в настоящее время широко используется во многих отраслях техники, в физических науках и экономике.

Одним из важных видов анализа временных рядов является спектральный анализ, имеющий дело с разделением временных рядов на различные частотные составляющие.

Применения спектрального анализа покрывают широкий диапазон задач, например влияние морского волнения на вибрацию кораблей и влияние возмущений, или шума, на работу систем электрического управления и химических реакторов.

Эта книга предназначена в первую очередь для инженеров, повышающих квалификацию после окончания учебного заведения, поскольку большинство применений спектрального анализа фактически осуществляется инженерами и физиками. Одна из трудностей, встречающихся при использовании спектрального анализа, состоит в том, что большая часть теории спектрального анализа была развита статистиками за последние пятнадцать лет. К сожалению, многое из литературы, посвященной этому вопросу, представляет собой трудный для чтения материал. Поэтому потребность в книге, рассчитанной в основном на инженеров, ощущалась уже давно. Мы надеемся, однако, что настоящая книга привлечет внимание гораздо более широкой аудитории, в том числе математиков, статистиков, экономистов, физиков и биологов.

Одна из трудностей при написании этой книги состояла в том, что спектральный анализ использует довольно сложные статистические методы, в то время как многие инженеры испытывают недостаток знаний по элементарной статистике. Это справедливо даже для некоторых инженеров-электриков, имеющих солидные сведения по теории вероятностей.

Так, например, винеровская теория предсказания и управления показывает, что оптимальный фильтр или система контроля могут быть рассчитаны при условии, что известны различные спектры, характеризующие сигнал и шум в системе.

Однако в книгах по теории управления уделяется мало внимания очень важному практическому вопросу о том, как *оценить* эти спектры по *записи конечной длины*. Именно с такими вопросами мы будем иметь дело в этой книге.

Чтобы постепенно подойти к вопросам оценивания временных рядов, мы были вынуждены заниматься в первых главах элементарными статистическими задачами. Это может отвлечь математика или статистика, но нам кажется (на основании нашего опыта изложения этих идей инженерам), что введение, не использующее других источников и включающее большинство статистических понятий, которые понадобятся впоследствии в книге, необходимо.

Читатели, знакомые с материалом гл. 2, 3 и 4, могут, конечно, начать чтение с гл. 5.

Гл. 1 посвящена краткому описанию затрагиваемых вопросов и классу задач, которые могут быть решены с помощью спектрального анализа. В гл. 2 рассматриваются важные понятия анализа Фурье; эта глава является основной для всего последующего материала.

Содержание большей ее части известно инженерам, но весь материал собран здесь в том виде, в каком он нужен для спектрального анализа. В гл. 3 мы вводим некоторые основные понятия теории вероятностей, являющиеся фундаментальными для последующих глав. В гл. 4 вводятся многие важные понятия теории статистических выводов и обсуждается использование выборочных распределений в теории оценивания и теории наименьших квадратов, а также дается краткое изложение способов получения статистических выводов с помощью функции правдоподобия. Не весь этот материал необходим для понимания спектральных методов, обсуждаемых ниже, и читатели-инженеры могут при желании пропустить последнюю часть этой главы при первом чтении. Для спектрального анализа наиболее существенными из этой главы являются разделы о применении выборочных распределений в теории оценивания и теории наименьших квадратов. Последняя является важнейшим оружием в арсенале статистики и, как показывает наш опыт, часто неправильно понимается инженерами.

Гл. 5 содержит некоторые элементарные понятия теории случайных процессов, такие, например, как стационарность, автокорреляционная функция и понятие о процессе скользящего среднего — авторегрессии. Изложены и проиллюстрированы примерами методы оценки автокорреляционных функций и параметров линейных процессов. В гл. 6 понятия анализа Фурье и теории случайных процессов объединяются для получения способа описания стационарного случайного процесса с помощью его спектра. Показано, как должны быть модифицированы методы анализа Фурье для того, чтобы оценить спектр процесса по реализации конечной длины. Затем выводятся выборочные свойства спектральных оценок и вво-

дится важное понятие сглаживания этих оценок. Гл. 7 содержит много искусственных и практических примеров спектрального оценивания и дает стандартный способ, названный «стягиванием окна» (window closing), предназначенный для определения требуемой степени сглаживания.

В гл. 8 понятия, введенные в гл. 5—7, распространяются на случай пары временных рядов, что приводит к определению взаимной корреляционной функции, взаимного спектра и спектра квадрата коэффициента когерентности.

Гл. 9 посвящена оцениванию взаимного спектра и понятию выравнивания двух временных рядов. Анализ взаимных спектров применяется в гл. 10 для оценивания частотной характеристики линейной системы. Наконец, в гл. 11 мы рассматриваем спектральный анализ векторного временного ряда и оценивание матрицы частотных характеристик линейной системы.

Настоящая книга написана в то время, когда в этой области еще ведется активная работа и когда еще очень не хватает опыта применения спектральных методов. Тем не менее многое, по-видимому, уже достигнуто, чтобы такую попытку можно было считать оправданной. Мы надеемся, что эта книга послужит ученым-прикладникам и инженерам всесторонним и полезным справочником по применению спектрального анализа к практическим задачам с временными рядами, а также окажется полезным пособием для аспирантов и лиц, повышающих свою квалификацию.

Мы приносим глубокую благодарность проф. Стантону из Технической школы университета Пэрдью за предоставленные в наше распоряжение данные о работе электростанции, использованные в последующих главах, и проф. Уэрцу из Висконсинского университета за полезные советы относительно программ для вычислительных машин. Мы очень благодарны Маккормику из Отдела статистики Висконсинского университета, а также Макклелану из Математического исследовательского центра армии США (Висконсинский университет) за составление некоторых программ для вычислительных машин и расчеты по ним. Мы также благодарны Маккормику и Алави из Ланкастерского университета за проверку всей рукописи.

Ланкастер, Великобритания  
Мадисон, Висконсин, США

*Гвиллм Дженкинс  
Дональд Ваттс*

## ОБОЗНАЧЕНИЯ

Система обозначений была выбрана с возможной тщательностью, чтобы избежать путаницы и в то же время сохранить четкую разницу между выборочными оценками (estimates)\*), оценками (estimators)\*\*) и теоретическими\*\*\*) значениями, а также между функциями, зависящими от частоты, и функциями, зависящими от времени. Читатель не будет иметь затруднений, если он запомнит следующие соглашения, которых мы придерживались всюду за небольшими исключениями.

### Символы, обозначения и условные соглашения

| <i>Предмет</i>                         | <i>Шрифт</i>                                   | <i>Примеры</i>   |
|--|--|--|
| Наблюдения, временные ряды             | Латинский, малые буквы                         | $x_1, x_2; z_t, z(t)$  |
| Случайные величины, случайные процессы | Латинский, большие буквы                       | $X_1, X_2; Z_t, Z(t)$  |
| Выборочные оценки                      | Латинский и греческий с крышкой, малые буквы   | $\bar{x}, s^2; \hat{\theta}, \hat{\alpha}_1, \hat{\alpha}_2$ |
| Оценки                                 | Латинский и греческий с крышкой, большие буквы | $\bar{X}, S^2, \hat{\Theta}$                                 |
| Параметры                              | Греческий, малые буквы                         | $\theta, \alpha_1, \alpha_2$                                 |

### Ковариации и корреляции (показаны символы и нижние индексы)

|                     | <i>Выборочные оценки</i> | <i>Оценки</i>          | <i>Теоретические</i>             |
|---------------------|--------------------------|------------------------|----------------------------------|
| Автоковариации****) | $c_{xx}(u), c_{22}(k)$   | $c_{XX}(u), c_{22}(k)$ | $\gamma_{XX}(u), \gamma_{22}(k)$ |
| Взаимные ковариации | $c_{xy}(u), c_{12}(k)$   | $c_{XY}(u), c_{12}(k)$ | $\gamma_{XY}(u), \gamma_{12}(k)$ |

\*) Под термином «estimates» авторы имеют в виду конкретные, наблюдаемые значения оценок.— *Прим. перев.*

\*\*) Термином «estimators» авторы называют оценки, рассматриваемые как случайные величины.— *Прим. перев.*

\*\*\*) Словами «теоретические значения» авторы называют истинные значения неизвестных параметров или функций.— *Прим. перев.*

\*\*\*\*) В нашей литературе чаще используются названия ковариации.— *Прим. перев.*

|                     |                        |                        |                                    |
|---------------------|------------------------|------------------------|------------------------------------|
| Четная часть        | $l_{xy}(u), l_{12}(k)$ | $l_{xy}(u), l_{12}(k)$ | $\lambda_{xy}(u), \lambda_{12}(k)$ |
| Нечетная часть      | $q_{xy}(u), q_{12}(k)$ | $q_{xy}(u), q_{12}(k)$ | $\psi_{xy}(u), \psi_{12}(k)$       |
| Автокорреляции *)   | $r_{xx}(u), r_{22}(k)$ | $r_{xx}(u), r_{22}(k)$ | $\rho_{xx}(u), \rho_{22}(k)$       |
| Взаимные корреляции | $r_{xy}(u), r_{12}(k)$ | $r_{xy}(u), r_{12}(k)$ | $\rho_{xy}(u), \rho_{12}(k)$       |

**Спектры (черта сверху обозначает сглаживание,  
звездочка — комплексное сопряжение)**

|  | Выборочные<br>оценки   | Оценки                 | Теоретические                    |
|--|------------------------|------------------------|----------------------------------|
| Автоспектры **)                              | $C_{xx}(f), C_{11}(f)$ | $C_{xx}(f), C_{11}(f)$ | $\Gamma_{xx}(f), \Gamma_{11}(f)$ |
| Взаимные спектры                             | $C_{xy}(f), C_{12}(f)$ | $C_{xy}(f), C_{12}(f)$ | $\Gamma_{xy}(f), \Gamma_{12}(f)$ |
| Коспектры                                    | $L_{12}(f)$            | $L_{12}(f)$            | $\Delta_{12}(f)$                 |
| Квадратурные<br>спектры                      | $Q_{12}(f)$            | $Q_{12}(f)$            | $\Psi_{12}(f)$                   |
| Амплитудные<br>спектры                       | $A_{12}(f)$            | $A_{12}(f)$            | $a_{12}(f)$                      |
| Фазовые спектры                              | $F_{12}(f)$            | $F_{12}(f)$            | $\varphi_{12}(f)$                |
| Квадрат коэффи-<br>циента когерент-<br>ности | $K_{12}^2(f)$          | $K_{12}^2(f)$          | $\kappa_{12}^2(f)$               |

\*) В нашей литературе чаще используются названия корреляции. — *Прим. перев.*

\*\*) В нашей литературе чаще используется название спектры. — *Прим. перев.*

