Р.Н. Бончковский

Московские математические олимпиады 1935 и 1936 годов

Москва
«Книга по Требованию»

УДК 51
ББК 22.1
Р11

Р.Н. Бончковский

Р11 Московские математические олимпиады 1935 и 1936 годов / Р.Н. Бончковский – М.: Книга по Требованию, 2016. – 82 с.

ISBN 978-5-458-27026-7

Книга содержит краткое описание олимпиад, происходивших в Москве в 1935 и 1936 годах. Приведены задачи, предлагавшиеся на первой олимпиаде, с решениями и задачи второго тура олимпиады 1936 года. Автор книги, являющийся редактором сборников «Математическое просвещение», был секретарем Комитета по проведению той и другой олимпиады.

Книга представляет большой интерес для школьников старших классов, интересующихся математикой, и для преподавателей средней школы.

ISBN 978-5-458-27026-7

Эта книга является репринтом оригинала, который мы создали специально для Вас, используя запатентованные технологии производства репринтных книг и печати по требованию.

Сначала мы отсканировали каждую страницу оригинала этой редкой книги на профессиональном оборудовании. Затем с помощью специально разработанных программ мы произвели очистку изображения от пятен, клякс, перегибов и попытались отбелить и выровнять каждую страницу книги. К сожалению, некоторые страницы нельзя вернуть в изначальное состояние, и если их было трудно читать в оригинале, то даже при цифровой реставрации их невозможно улучшить.

Разумеется, автоматизированная программная обработка репринтных книг – не самое лучшее решение для восстановления текста в его первозданном виде, однако, наша цель – вернуть читателю точную копию книги, которой может быть несколько веков.

Поэтому мы предупреждаем о возможных погрешностях восстановленного репринтного издания. В издании могут отсутствовать одна или несколько страниц текста, могут встретиться невыводимые пятна и кляксы, надписи на полях или подчеркивания в тексте, нечитаемые фрагменты текста или загибы страниц. Покупать или не покупать подобные издания – решать Вам, мы же делаем все возможное, чтобы редкие и ценные книги, еще недавно утраченные и несправедливо забытые, вновь стали доступными для всех читателей.

Серия Книжный Ренессанс
www.samizday.ru/reprint

ПРЕДИСЛОВИЕ

В области математики СССР стоит на одном из первых мест в мире: работы советских ученых не только пользуются мировым признанием, но и имеют в целом ряде областей математики в полном смысле руководящее значение.

Это первоклассное мировое положение советской математической науки является одним из завоеваний Октябрьской социалистической революции: в дореволюционной России были отдельные крупные, даже гениальные математики (например Лобачевский, Чебышев), но все же русская математика в условиях царского режима не могла подняться до высоты одного из основных руководящих факторов мировой науки.

Однако громадные успехи советской математической науки должны быть не только констатированы, они должны быть закреплены. Мы должны позаботиться в частности о смене тому поколению математиков, которое работает сейчас. А эта забота, основная забота о будущем советской науки, требует, чтобы ни одно математическое дарование из тех многочисленных дарований, которыми так богата наша молодежь, не пропало, не затерялось зря. Каждому из наших подрастающих талантов обеспечено полное внимание, полная и всесторонняя помощь и поддержка со стороны советского государства и всего социалистического общества нашей страны.

Наша задача, задача институтов, университетов, научных обществ, всех отдельных специалистов, фактически осуществить, провести в жизнь эту помощь и эту поддержку.

Одной из наиболее действенных форм нашей помощи самым молодым дарованиям является организация олимпиады, т. е. широкого состязания, широкого социалистического соревнования всех наших школьников, одаренных математически и интересующихся математикой. Это состязание должно заставить лучших из них почувствовать себя уже настоящими математиками, будущими учеными. Оно должно укрепить их веру в себя, зажечь их научный энтузиазм и в то же время заставить их почувствовать, что лишь длинный путь упорной работы приведет их к цели, к участию в качестве квалифицированных математиков, а иногда и больших самостоятельных ученых, в той громадной стройке социализма, которая развернулась в нашей стране.

Олимпиада — это первый выход будущих математиков на математическую арену. Она должна помочь отобрать этих будущих математиков в среде нашего юношества, она должна помочь обеспечить возможности их дальнейшего математического развития и образования. Она должна создать вокруг них ту атмосферу внимания и поддержки, атмосферу роста и творчества, которая возможна только в стране, которая сама есть рост и творчество: творчество социалистического общества и социалистической культуры.

Председатель Комитета по проведению Московской математической олимпиады проф. П. Александров.

ОТ АВТОРА

Предлагаемая вниманию читателей книжка была написана в конце 1935 г.; естественно, что в ней был освещен лишь опыт первой олимпиады, происходившей в этом году. В силу целого ряда причин выход книжки в свет задержался. Поэтому я счел полезным дополнить книжку, включив в нее некоторые сведения о второй московской олимпиаде, происходившей в 1936 г. Из задач, предлагавшихся на этой олимпиаде, я привожу здесь только задачи второго тура, так как подготовительные задачи были аналогичны таким же задачам первой олимпиады, а задачи первого тура были весьма близки к задачам второго тура первой олимпиады.

Я надеюсь, что эта маленькая книжка будет способствовать повышению интереса к математике среди молодежи.

Не могу не отметить, что в деле организации олимпиад мы во многом следовали удачному опыту ленинградских товарищей, организовавших в 1934 г. первую в СССР математическую олимпиаду.

Р. Бончковский.

ОРГАНИЗАЦИЯ ПЕРВОЙ ОЛИМПИАДЫ И ЕЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Первая московская математическая олимпиада 1935 г. была организована по инициативе Московского математического общества Наркомпросом, Московским государственным университетом и школьным сектором ГОРОНО В организационный комитет вошли многие видные московские профессора и педагоги: президент Московского математического общества проф. П. С. Александров (председатель комитета), директор Математического института проф. А. Н. Колмогоров, директор Московского университета проф. А. С. Бутягин, профессора Л. Г. Шнирельман, С. Л. Соболев, Л. А. Люстерник, Н. А. Глаголев, С. А. Яновская, Л. А. Тумаркин, А. Г. Курош, А. Р. Эйгес, Н. Ф. Четверухин, Е. С. Березанская, М. Ф. Берг и др.

В конце февраля организационный комитет распространил печатное обращение к школьникам и списки задач, предназначенных для подготовки к состязаниям. (Эти задачи с подробными решениями помещены в первой половине книжки.) Число школьников, записавшихся для участия в олимпиаде к началу первого тура, достигло 518 человек. На состязания первого тура (происходившие 30 марта) из них явились лишь 314 человек.

По мысли организационного комитета на первом туре должен был произойти отсев лиц, имеющих явно недостаточную подготовку; поэтому задачи первого тура по своему характеру были близки к обычным школьным задачам. Из 314 человек лишь 131 успешно выполнили работу и были допущены к участию во втором туре.

Между первым и вторым туром происходила усиленная подготовка к решающим состязаниям; необходимую помощь участники олимпиады получили на консультациях, происходивших в университете в определенные дни и часы. Кроме того, для участников олимпиады были прочитаны лекции, на которых они имели возможность познакомиться с основными идеями современной математики. Таких лекций было прочитано пять: проф. Александровым — „Бесконечность в математике", проф. Колмогоровым — „Симметрия и группы", проф. Курошем — „Об алгебраических операциях", проф. Глаголевым — „Логика и формы геометрии" и проф. Яновской — „Метод полной индукции". Наконец, комитет рекомендовал участникам олимпиады посещать собрания Школьного математического кружка при Академии наук, на которых в эти дни было прочитано несколько лекций на темы, могущие заинтересовать юных математиков. Благодаря всей этой совокупности мероприятий олимпиада потеряла черты чисто спортивного состязания и приобрела большое образовательное и воспитательное значение.

На второй тур олимпиады, происходивший 6 июня, явилось 120 человек. Из них 52 успешно выполнили задания. Победителями были признаны:

1) Зверев, Игорь Николаевич (24-я школа Бауманского района).

2) Коробов, Николай Михайлович (24-я школа Бауманского района).

3) Мышкис, Анна Вениаминовна (10-я школа Краснопресненского района).

Победители были премированы небольшими математическими библиотечками.

Вторую премию получили 5 человек:

1) Юнгеров, Павел Николаевич (Курсы подготовки в вуз).

2) Джемс-Леви, Юрий Евгеньевич (35-я школа Краснопресненского района).

3) Рабинович, Елизавета Марковна (10-я школа Фрунзенского района).

4) Мотулевич, Галина Павловна (10-я школа Фрунзенского района).

5) Дашкевич, Александр Леонидович (35-школа Краснопресненского района).

Остальные получили почетные отзывы.

Олимпиада закончилась совместной поездкой за город участников олимпиады и членов организационного комитета.

В олимпиаде принимали участие 314 человек, в том числе 227 школьников, 65 рабфаковцев; остальные — учащиеся курсов подготовки в вуз, школ взрослых и т. д. Средний возраст — 18,2 лет. Два наиболее юных участника имели по 14 лет; наиболее пожилой — 29 лет. Основная масса имела 16—20 лет.

Мальчики составляли подавляющее большинство; девочек было лишь 69 человек.

Каждый вариант задач первого тура содержал одну задачу по алгебре, одну задачу по планиметрии и одну по стереометрии. Как уже указывалось, эти задачи носили характер обычных школьных задач. На решение всех задач давалось три часа.

В следующей таблице сведены результаты первого тура:

Варианты	1-я задача		2-я задача		3-я задача		Всего задач	
	Решили	Не решили[1]	Решили	Не решили	Решили	Не решили	Решили	Не решили
I	43	40	10	73	3	80	56	193
II	42	44	39	47	27	59	108	150
III	44	34	40	38	41	37	125	112
IV	33	32	39	26	18	57	90	115
Всего	162	150	128	184	89	233	379	570

По три задачи решили лишь 41 человек (26 школьников, 12 рабфаковцев и 3 курсанта). 181 человек решили одну или не решили ни одной задачи.

На втором туре было предложено три серии задач, по три задачи в каждой. Каждый из решавших должен был выбрать по одной задаче из каждой серии. Серия А содержала геометрические задачи, серия В — алгебраические, серия С — комбинаторные. Результаты второго тура представлены следующей таблицей:

Серия	1-я задача		2-задача		3-я задача	
	Решили	Не решили[1]	Решили	Не решили	Решили[2]	Не решили
A	52	27	10	13	2	2
B	5	6	73	21	11	11
C	0	15	7	17	53	13

[1]) В число не решивших включены лишь те, кто действительно решал данную задачу, и решил ее неправильно.

[2]) В число решивших включены также и те, кто решил лишь первую часть задачи.

ЗАДАЧИ, ПРЕДЛАГАВШИЕСЯ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ К ОЛИМПИАДЕ

1. *Показать, что если* $a+b+c=0$, *то*

$$\left(\frac{b-c}{a}+\frac{c-a}{b}+\frac{a-b}{c}\right)\left(\frac{a}{b-c}+\frac{b}{c-a}+\frac{c}{a-b}\right)=9.$$

Решение. Выражение, стоящее в первых скобках (назовем его M) можно преобразовать так:

$$M=\frac{b-c}{a}+\frac{c-a}{b}+\frac{a-b}{c}=$$
$$=\frac{bc(b-c)+ac(c-a)+ab(a-b)}{abc}=$$
$$=\frac{b^2c-bc^2+ac^2-a^2c+ab(a-b)}{abc}=$$
$$=\frac{c^2(a-b)-(ca+bc)(a-b)+ab(a-b)}{abc}=$$
$$=\frac{(a-b)(c^2-ca-bc+ab)}{abc}=$$
$$=\frac{(a-b)[c(c-a)-b(c-a)]}{abc}=$$
$$=\frac{(a-b)(c-b)(c-a)}{abc}=$$
$$=-\frac{(a-b)(b-c)(c-a)}{abc}. \qquad \text{(I)}$$

Теперь введем обозначения:

$$a-b=C, \quad b-c=A, \quad c-a=B.$$

Тогда (в силу условия $a+b+c=0$)

$$A-B=(b-c)-(c-a)=a+b-2c=$$
$$=(a+b+c)-3c=-3c,$$
$$B-C=-3a,$$
$$C-A=-3b;$$

$$a=-\frac{B-C}{3}; \quad b=-\frac{C-A}{3}, \quad c=-\frac{A-B}{3}.$$

Поэтому выражение во вторых скобках (назовем его N) можно переписать так:

$$N=\frac{a}{b-c}+\frac{b}{c-a}+\frac{c}{a-b}=$$
$$=\frac{-\frac{B-C}{3}}{A}+\frac{-\frac{C-A}{3}}{B}+\frac{-\frac{A-B}{3}}{C}=$$
$$=-\frac{1}{3}\left(\frac{B-C}{A}+\frac{C-A}{B}+\frac{A-B}{C}\right)=$$
$$=\frac{1}{3}\frac{(A-B)(B-C)(C-A)}{ABC}.$$

(Здесь мы воспользовались полученной ранее формулой 1.)

Подставляя значения $(A-B)$, $(B-C)$, $(C-A)$, A, B, C, имеем:

$$N=\frac{1}{3}\frac{(-3c)(-3a)(-3b)}{(b-c)(c-a)(a-b)}=-9\frac{abc}{(a-b)(b-c)(c-a)}.$$

Следовательно,

$$M\cdot N=9.$$

2. *Доказать, что если действительные числа x, y, z и u удовлетворяют уравнению:*

$$x^2+u^2=2(xy+yz+zu-y^2-z^2),$$

то

$$x=y=z=u.$$