

# **Справочник авиаконструктора. Аэродинамика самолета. Том 1**

**Москва  
«Книга по Требованию»**

УДК 62  
ББК 30.6  
С74

С74 Справочник авиаконструктора. Аэродинамика самолета. Том 1 / – М.: Книга по Требованию, 2023. – 506 с.

**ISBN 978-5-458-34344-2**

Том I „Справочника авиаконструктора”, составляющегося по личному указанию незабвенного Г. К. Орджоникидзе, представляет собой первую попытку ЦАГИ собрать и систематизировать имеющиеся литературные данные и практический опыт в области аэродинамики самолета. Состав материала I тома был определен условием дать достаточно проверенные сведения в указанной области, которыми мог бы воспользоваться, при решении специальных вопросов конструктор и инженер расчетного бюро; приведены также ориентирующие сведения об эксперименте в области аэrodinamiki и общие сведения из теоретической аэrodinamiki. Основные обозначения в общем согласованы с ОСТАми по гидродинамике, теоретической механике и по другим основным дисциплинам; коэффициенты отнесены к скоростному напору. Отсутствуют страницы: 7, 8, 9, 10, 200, 503, 504.

**ISBN 978-5-458-34344-2**

© Издание на русском языке, оформление  
«YOYO Media», 2023  
© Издание на русском языке, оцифровка,  
«Книга по Требованию», 2023

Эта книга является репринтом оригинала, который мы создали специально для Вас, используя запатентованные технологии производства репринтных книг и печати по требованию.

Сначала мы отсканировали каждую страницу оригинала этой редкой книги на профессиональном оборудовании. Затем с помощью специально разработанных программ мы произвели очистку изображения от пятен, клякс, перегибов и попытались отбелить и выровнять каждую страницу книги. К сожалению, некоторые страницы нельзя вернуть в изначальное состояние, и если их было трудно читать в оригиналe, то даже при цифровой реставрации их невозможно улучшить.

Разумеется, автоматизированная программная обработка репринтных книг – не самое лучшее решение для восстановления текста в его первозданном виде, однако, наша цель – вернуть читателю точную копию книги, которой может быть несколько веков.

Поэтому мы предупреждаем о возможных погрешностях восстановленного репринтного издания. В издании могут отсутствовать одна или несколько страниц текста, могут встретиться невыводимые пятна и кляксы, надписи на полях или подчеркивания в тексте, нечитаемые фрагменты текста или загибы страниц. Покупать или не покупать подобные издания – решать Вам, мы же делаем все возможное, чтобы редкие и ценные книги, еще недавно утраченные и несправедливо забытые, вновь стали доступными для всех читателей.



## ОСНОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

Несущая площадь	$S$	Число оборотов в минуту	$n$
Размах	$l$	» » в секунду	$n_s$
Длина хорды	$b$	Коэффициент полезного действия	$\eta$
Толщина профиля	$c$	Вес	$G$
Удлинение (относительное) $(\frac{l^2}{S})$	$\lambda$	Плотность	$\rho$
Угол установки	$\varphi$	Отношение плотности на высоте к плотности у земли	$\Delta$
Угол поперечного V	$\psi$	Температура [град. С]	$t$
Угол стреловидности	$\gamma$	абс	$T$
Угол атаки	$\alpha$	Масса	$m$
Угол скоса потока	$\Delta\alpha$	Давление	$p$
Угол траектории полета с горизонтом	$\theta$	Ускорение	$a$
Угол крена	$\gamma$	Ускорение свободного падения	$g$
Угол скольжения	$\beta$	Угловое или дуговое перемещение	$\varphi$
Угол отклонения подвижного органа управления	$\delta$	Угловая скорость	$\omega$
Скоростной напор	$q$	Угловое ускорение	$\varepsilon$
Полная аэродинамическая сила	$R$	Циркуляция скорости	$\Gamma$
Лобовое сопротивление	$X$	Коэффициент вязкости	$\mu$
Подъемная сила	$Y$	Кинематический коэффициент вязкости	$\nu$
Боковая сила	$Z$	Число Рейнольдса	$Re$
Момент	$M$	Число Фруда	$Fr$
Коэффициент лобового сопротивления	$c_x$	Число Берстуу	$Ba$
Коэффициент подъемной силы	$c_y$	Число Струхляя	$Sh$
Коэффициент боковой силы	$c_z$	Диаметр винта	$D$
Коэффициент полной аэродинамической силы	$c_R$	Ометаемая винтом площадь	$F$
Коэффициент момента	$c_m$	Число лопастей винта	$i$
Коэффициент индуктивного сопротивления	$c_{ri}$	Тяга	$P$
Коэффициент профильного сопротивления	$c_{rp}$	Шаг винта	$H$
$\left[ c_r = \frac{X}{qS} \text{ и т. д.} \right]$		Число модулей винта	$z$
Скорость	$V$	Относительная поступь	$\dot{\lambda}$
Индукированная скорость	$v$	Коэффициент быстроходности	$c_s$
$c_y$ (качество)	$k$	Коэффициент тяги винта	$\alpha$
$c_x$		Коэффициент мощности винта	$\beta$
$c_x$ (обратное качество)	$\mu$	Период колебаний	$T$
$c_v$		Амплитуда	$A$
Высота полета	$H$	Модуль упругости	$E$
Дальность полета	$L$	Модуль сдвига	$G$
Время	$t$ ( $\tau$ )	Нормальное напряжение	$\sigma$
Мощность [л. с.]	$N$	Тангенциальное напряжение	$\tau$
$\left[ \frac{\text{кг м}}{\text{с}} \right]$		Момент инерции	$I$
	$T$	Радиус инерции	$i (z)$
		Обозначение центра тяжести	$ц. т.$
		Обозначение центра давления	$ц. д.$
		Обозначение центра жесткости	$ц. ж.$
		Индекс центра тяжести	$t$
		Индекс центра давления	$d$
		Индекс центра жесткости	$j$
		Индекс миделя	$m$
		Обозначения относительные имеют черту сверху	

## ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ АЭРОДИНАМИКИ

### ОПЕЧАТКИ

по I тому „Справочника авиаконструктора“.

Стр.	Строка	Напечатано	Должно быть	По чьей вине
26	16 сверху	потоками	поточными	корректора
209	5 сверху	) <sup>s</sup> .	). $x_1^1$	" типоврафии
357	1 снизу	$x_2^1$		
360	5 снизу	по диаграмме фиг. 402 для	по диаграмме для	"

## АЭРОДИНАМИКА И ЕЕ РАЗДЕЛЕНИЕ

### Определения

Аэродинамикой называется наука, изучающая движение воздуха и действие воздушного потока на тела, в нем находящиеся.

Ее принято разделять на три части: теоретическую аэrodинамику, экспериментальную аэrodинамику и аэrodинамику самолета.

Теоретическая аэrodинамика (Т. А.) исходит из механических определений воздуха и делает все свои дальнейшие выводы чисто математическим путем. Это дает ее выводам исключительную общность и стройность. Однако само явление течения, для облегчения математических операций, в ней берется сильно схематизированным, что вызывает частое расхождение теоретических выводов с данными опытов.

Экспериментальная аэrodинамика (Э. А.) изучает само явление непосредственно путем опытов и переносит результаты опытов на другие, аналогичные случаи, с помощью закона подобия. В ней при обработке опытов широко пользуются данными Т. А. Основным вопросом в современной Э. А. является вопрос о законах перехода от испытаний малой модели к самолету в природу.

Аэrodинамика самолета (А. С.) пользуется данными Т. А. и Э. А. и разрабатывает теорию полета летательных аппаратов разных типов. Инженеру она дает возможность создать методы расчета самолета.

## ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ АЭРОДИНАМИКА

### Модели воздуха

Современная аэrodинамика пользуется механическими образами, представляющими собой схематизацию воздушной среды. Такие образы часто называются механическими моделями воздуха.

1. Идеальная несжимаемая жидкость. Воздух рассматривается, как материя с постоянной плотностью, непрерывно распределенная в пространстве и лишенная сил вязкости, т. е. внутри текущего воздуха могут существовать лишь нормальные напряжения, и отсутствуют тангенциальные напряжения. Нормальные напряжения есть давления; растяжения предполагаются несуществующими. В применении к такой среде аэrodинамика совпадает с гидродинамикой идеальной жидкости.

2. Вязкая несжимаемая жидкость. Модель 1 усложняется допущением существования тангенциальных напряжений, которые называются силами вязкости или силами внутреннего трения. В применении к такой среде аэrodинамика совпадает с гидродинамикой вязкой жидкости.

Теория течения вязкой жидкости весьма трудна, и до настоящего времени удалось решить точно лишь весьма немного простейших задач.

3. Идеальная упругая жидкость. В дополнение к модели 1 жидкость рассматривается, как сжимаемая упругая. В этом случае получается собственно аэrodинамика или газодинамика.

4. Упруго-вязкая жидкость. Теория движения такой жидкости почти не разработана; чтобы быть достаточно полной, она должна быть связана с термодинамикой.

5. Молекулярная структура жидкости. Более глубоко объяснить явления вязкости, теплопередачи и сжимаемости газа можно лишь исходя из молекулярной теории. В четырех первых моделях жидкость рассматривается, как непрерывно распределенная в пространстве (континуум); поэтому эти модели могут давать лишь более или менее приближенные ответы. Задача обтекания тел молекулярной средой не только не решена, но даже еще почти не поставлена.

Хотя в Т. А. большей частью пользуются моделью 1, однако и при этом ограничении она может дать ценные указания конструктору при подкреплении ее экспериментом; при этом особенно полезной оказалась теория вихрей.

### Поля около обтекаемого тела

При обтекании тела потоком возникают изменения скоростей в окружающей тело среде, а также изменения давлений, плотностей и т. д. Основной задачей аэrodинамики является нахождение зависимостей между векторными полями ускорений и скоростей и скалярными полями давлений и плотностей.

При изучении полей пользуются двумя методами, известными под названиями: метод Эйлера и метод Лагранжа.

#### Переменные Эйлера или локальная (местная) точка зрения

В этом методе проекции  $V_x$ ,  $V_y$ ,  $V_z$  скорости  $V$ , давление  $p$  и плотность  $\rho$  среды рассматриваются, как функции четырех независимых переменных  $x$ ,  $y$ ,  $z$ ,  $t$ . Фиксируя  $t$  и изменяя  $x$ ,  $y$ ,  $z$ , можно таким образом знать скорость, давление и плотность в различных точках пространства; фиксируя же  $x$ ,  $y$ ,  $z$  и меняя  $t$ , можно знать, как с течением времени меняются в данной точке скорость, давление и плотность вследствие подхода в эту точку всех новых и новых частиц двигающейся среды. Если функции  $V_x$ ,  $V_y$ ,  $V_z$ ,  $p$ ,  $\rho$  должны быть отнесены к какой-либо индивидуальной движущейся частице, то их уже следует рассматривать, как функции одного независимого переменного  $t$ , так как для индивидуальной частицы  $x$ ,  $y$ ,  $z$  будут функциями от  $t$ . Это замечание надо иметь в виду при взятии для индивидуальной частицы производных по времени от проекций скорости, плотности и давления, когда  $x$ ,  $y$ ,  $z$  приходится рассматривать уже как посредствующие функции времени.

#### Переменные Лагранжа или субстанциональная (материальная) точка зрения

В этом методе за независимые переменные принимаются время  $t$  и параметры  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , выделяющие индивидуальную частицу среды. Следовательно, координаты двигающейся частицы в методе Лагранжа представляются в виде:

$$\begin{aligned}x &= x(t; a, b, c), \\y &= y(t; a, b, c), \\z &= z(t; a, b, c).\end{aligned}$$

Часто за параметры  $a$ ,  $b$ ,  $c$  принимают начальные координаты частицы в начальный момент времени. Таким образом, в методе Лагранжа  $V_x$ ,  $V_y$ ,  $V_z$ ,  $p$ ,  $\rho$  являются функциями четырех независимых переменных  $t$ ,  $a$ ,  $b$ ,  $c$ .

Если все функции не зависят явно от времени, т. е. если

$$\frac{\partial V_x}{\partial t} = 0, \quad \frac{\partial V_y}{\partial t} = 0, \quad \frac{\partial V_z}{\partial t} = 0, \quad \frac{\partial p}{\partial t} = 0, \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0, \quad \text{и т. д.,}$$

то движение называется установившимся.

## Линии тока и траектории

Линией тока называется линия, касательная в каждой точке которой совпадает с вектором скорости в этой точке (фиг. 1).

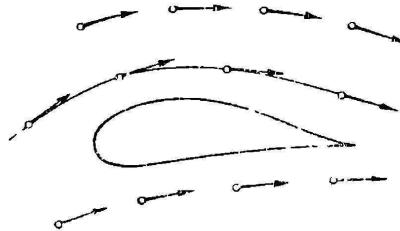
Трубкой тока называется часть пространства, ограниченная поверхностью, образованной линиями тока, проходящими через все точки малого замкнутого произвольного контура.

Траекторией частицы называется линия, описываемая частицей при ее движении.

Трубкой течения или струйкой называется часть пространства, ограниченная поверхностью, образованной траекториями, проходящими через все точки малого замкнутого произвольного контура.

Линией отмеченных частиц называется линия, образованная частицами, прошедшими через заданную неподвижную точку. Эту линию экспериментально можно получить, например, с помощью дымаря.

При установившемся движении линия тока, траектория и линия отмеченных частиц совпадают между собой.



Фиг. 1.

## Потенциальный поток

Если движение жидкости таково, что проекции  $V_x$ ,  $V_y$ ,  $V_z$  скорости есть частные производные от одной и той же функции  $\varphi(x, y, z, t)$  по соответствующим переменным:

$$V_x = \frac{\partial \varphi}{\partial x}, \quad V_y = \frac{\partial \varphi}{\partial y}, \quad V_z = \frac{\partial \varphi}{\partial z},$$

то движение называется потенциальным, а сама функция  $\varphi$  — потенциалом скоростей. При потенциальном движении проекция скорости по любому направлению  $s$  равна производной от  $\varphi$  по этому направлению, т. е.  $V_s = \frac{d\varphi}{ds}$ , где  $ds$  есть линейный элемент, взятый в направлении  $s$ . Физический смысл потенциала скоростей состоит в том, что выражение  $-\rho\varphi$  с точностью до произвольного постоянного представляет импульсивное давление, которое надо приложить в каждой точке жидкости, чтобы мгновенно получить данное состояние движения среды из покоя.

Геометрическое место точек с одинаковыми значениями потенциала скоростей представляет эквипотенциальную поверхность. Ее уравнение будет

$$\varphi(x, y, z, t) = \text{const.}$$

Эта поверхность деформируется с течением времени. Если же движение установившееся, т. е.  $\varphi$  от  $t$  не зависит, то получается стационарная эквипотенциальная поверхность.

$$\varphi(x, y, z) = \text{const.}$$

Скорость нормальна к эквипотенциальной поверхности.

## Разложение движения бесконечно малой частицы

Гельмгольц показал, что в самом общем случае движение жидкости частицы может быть разложено на поступательное движение, движение деформации и вихревое движение. Как показал Стокс, вихревое движение есть то вращательное движение, которое имел бы жидкий шарик, выделенный из жидкости, при мгновенном

отвердевании этого шарика. Вектор этой угловой скорости  $\omega$  называется вектором вихря; проекции вектора  $\omega$  на оси координат выражаются формулами:

$$\begin{aligned}\omega_x &= \frac{1}{2} \left( \frac{\partial V_z}{\partial y} - \frac{\partial V_y}{\partial z} \right), \\ \omega_y &= \frac{1}{2} \left( \frac{\partial V_x}{\partial z} - \frac{\partial V_z}{\partial x} \right), \\ \omega_z &= \frac{1}{2} \left( \frac{\partial V_y}{\partial x} - \frac{\partial V_x}{\partial y} \right),\end{aligned}$$

или, в векторной форме:

$$\bar{\omega} = \frac{1}{2} \operatorname{rot} \bar{V}.$$

В случае наличия потенциала скоростей вихрей нет, так как  $\omega_x = \omega_y = \omega_z = 0$ . Поступательное движение и движение деформации имеют потенциал скоростей. Таким образом, Гельмольц разложил движение жидкой частицы на потенциальное и вихревое.

Линией вихря называется линия, касательная в каждой точке которой направлена по вектору вихря в этой точке.

Вихревой трубкой или вихревым шнуром называется часть пространства, ограниченная поверхностью, образованной вихревыми линиями, проходящими через все точки малого замкнутого произвольного контура.

### Течение и циркуляция скорости

Элементом течения скорости  $V$  вдоль элемента  $ds$  некоторой линии называется скалярное произведение  $(\bar{V} ds)$ , или, если  $d\Gamma$  обозначает элемент течения,

$$d\Gamma = V ds \cos \theta = V_x dx + V_y dy + V_z dz,$$

где  $\theta$  есть угол между векторами  $\bar{V}$  и  $ds$  (фиг. 2).

Течением скорости по какому-нибудь конечному контуру  $AB$  называется количество, представляемое криволинейным интегралом:

$$\Gamma_{(AB)} = \int_{(AB)} V ds \cos \theta = \int_{(AB)} V_x dx + V_y dy + V_z dz.$$

Циркуляцией скорости называется течение по какому-нибудь замкнутому контуру:

$$\Gamma = \oint_{(C)} V_x dx + V_y dy + V_z dz = \oint V_x dx + V_y dy + V_z dz,$$

где знак  $\oint$  обозначает интегрирование по замкнутому контуру.

При наличии потенциала скоростей элемент течения равен:

$$d\Gamma = \frac{\partial \varphi}{\partial x} dx + \frac{\partial \varphi}{\partial y} dy + \frac{\partial \varphi}{\partial z} dz = d\varphi,$$

где дифференциал  $d\varphi$  берется в геометрическом смысле, т. е. время  $t$ , если оно входит в  $\varphi$ , считается произвольным, но постоянным параметром. Течение по контуру  $AB$  равно:

$$\Gamma_{(AB)} = \int_{(AB)} d\varphi = \varphi_B - \varphi_A,$$

т. е. разности значений потенциала скоростей в конечной и начальной точках независимо от вида контура  $AB$ , соединяющего эти точки. Циркуляция скорости по любому замкнутому контуру равна нулю:

$$\Gamma = \oint d\varphi = 0,$$

если потенциал  $\varphi$  скоростей однозначен.

В случае вихревого движения имеет место теорема Стокса, именно: циркуляция скорости по любому односвязному замкнутому контуру равна удвоенному полному потоку вихря через любую поверхность, ограниченную этим контуром, т. е.

$$\Gamma = 2 \iint \omega_n dS,$$

где  $\omega_n$  есть проекция вектора  $\omega$  на нормаль к элементу поверхности  $dS$ . Если замкнутый контур — бесконечно малый, то:

$$\Gamma = 2 \omega_n \sigma,$$

где  $\sigma$  — площадь, ограниченная бесконечно малым контуром.

Томсоном доказана теорема, что  $\frac{d\Gamma}{dt} = 0$ , т. е.  $\Gamma = \text{const.}$ , если замкнутый контур перемещается вместе с движущимися жидкими частицами, через которые он проходит.

Если в бесконечно тонком вихревом шнуре провести перпендикулярное сечение, то проекция угловой скорости  $\omega_n$  на нормаль к плоскости сечения совпадает с самой угловой скоростью  $\omega$ . Таким образом, для циркуляции скорости  $\Gamma$  получается выражение  $2\omega\sigma$ . Произведение  $\omega\sigma$  называется напряжением вихревой трубки.

### Вихри

Гельмгольцу принадлежат следующие теоремы о вихрях:

1) В идеальной жидкости, на которую действуют силы с однозначным потенциалом сил, вихри не могут ни возникнуть, ни уничтожиться, если они в ней существовали.

2) Напряжение вихревой трубки постоянно вдоль трубки.

3) Завихрение есть физическое свойство жидкости, т. е. оно не может переходить с завихренных частиц жидкости на другие частицы.

Из второго предложения следует, что вихревая трубка может быть или замкнута, или обоими концами уходить в бесконечность, или присасываться своими концами к оболочке, внутри которой находится жидкость.

Найти по данным компонентам  $V_x$ ,  $V_y$ ,  $V_z$  скорости компоненты вихря  $\omega_x$ ,  $\omega_y$ ,  $\omega_z$  нетрудно; для этого необходимо только выполнить дифференцирование. Однозначно решить обратную задачу, т. е. определить во всей жидкости компоненты скорости  $V_x$ ,  $V_y$ ,  $V_z$  по данным компонентам  $\omega_x$ ,  $\omega_y$ ,  $\omega_z$  вихря возможно лишь в предположении, что скорость меняется непрерывно при переходе из завихренной области в незавихренную и стремится к нулю при бесконечном удалении от завихренной области. Это предположение подтверждается опытом. Если завихренная область представляет собою вихревой шнур, то можно доказать, что жидкую частицу вне вихревого шнура должна двигаться так, как если бы каждый элемент  $dL$  вихревого шнура с циркуляцией скорости  $\Gamma$  давал жидкой частице элемент скорости  $dV$ , определяемый по закону Био-Савара, а именно:

$$dV = \frac{\Gamma}{4\pi r^2} \sin \theta \, dL,$$

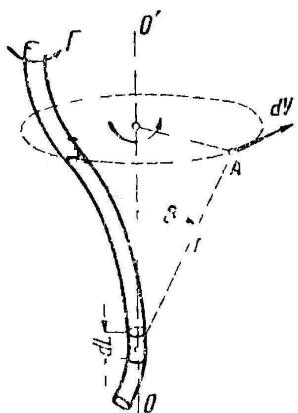
где  $r$  есть расстояние от элемента шнура до рассматриваемой жидкой частицы,  $\vartheta$  есть угол между направлением  $r$  и направлением угловой скорости шнура в месте элемента длины  $dL$  шнура. Элемент скорости  $dV$  направлен перпендикулярно к плоскости, проходящей через  $r$  и  $dL$ , в сторону вращения, определяемого угловой скоростью (фиг. 3).

Если вихревой шнур прямолинейный и бесконечный, причем уходит в бесконечность обеими своими концами, то частица жидкости вне вихревого шнура должна иметь скорость  $V$ , равную

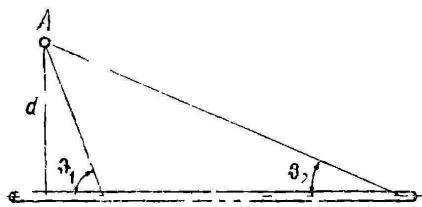
$$V = \frac{\Gamma}{2\pi d},$$

где  $d$  есть перпендикулярное расстояние от частицы до прямолинейного шнура. Скорость  $V$  направлена перпендикулярно к плоскости, проходящей через  $d$  и шнур; частица жидкости описывает вокруг шнура окружность, плоскость которой перпендикулярна к шннуру.

В приложениях очень часто приходится определять воздействие на поток отрезка пря-



Фиг. 3



Фиг. 4

молинейного вихревого шнура. Вызывающая отрезком прямолинейного вихревого шнура скорость в точке  $A$  (фиг. 4) перпендикулярна плоскости чертежа и направлена в сторону вращения вихревого шнура; величина этой скорости равна.

$$V_A = \frac{\Gamma}{4\pi d} (\cos \theta_2 - \cos \theta_1).$$

Если имеется несколько вихревых шнуроров, результирующую скорость можно получить, пользуясь принципом независимости

$$\bar{V} = \bar{V}_1 + \bar{V}_2 + \bar{V}_3 + \dots$$

### Уравнения движения идеальной жидкости

Уравнения движения идеальной жидкости наиболее часто употребляются в форме, данной Эйлером, а именно

$$\begin{aligned} \frac{\partial V_x}{\partial t} + V_x \frac{\partial V_x}{\partial x} + V_y \frac{\partial V_x}{\partial y} + V_z \frac{\partial V_x}{\partial z} &= X - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x}, \\ \frac{\partial V_y}{\partial t} + V_x \frac{\partial V_y}{\partial x} + V_y \frac{\partial V_y}{\partial y} + V_z \frac{\partial V_y}{\partial z} &= Y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y}, \\ \frac{\partial V_z}{\partial t} + V_x \frac{\partial V_z}{\partial x} + V_y \frac{\partial V_z}{\partial y} + V_z \frac{\partial V_z}{\partial z} &= Z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z}, \end{aligned}$$

где  $X, Y, Z$  суть проекции силы, отнесенной к единице массы. К этим уравнениям должно быть прибавлено еще уравнение неразрывности.

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial(\rho V_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho V_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho V_z)}{\partial z} = 0,$$

и уравнение, связывающее давление и плотность и зависящее от физических свойств жидкости. Если изучаемая жидкость есть газ, то это последнее уравнение есть уравнение состояния газа. Если газ подчиняется закону Бойля-Мариотта, то уравнение состояния имеет вид  $pv = RT$ , где  $v$  есть объем, а  $R$  — постоянное; для адиабатного процесса уравнение состояния газа имеет вид  $pv^k = \text{const.}$ , где  $k$  — специальное постоянное. Приведенные пять уравнений достаточны для определения пяти неизвестных  $V_x, V_y, V_z, p, \rho$ . Если сжатием можно пренебречь, то  $\rho$  надо считать постоянным, и уравнение неразрывности принимает вид

$$\frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} + \frac{\partial V_z}{\partial z} = 0.$$

Уравнение неразрывности при установившемся движении для отдельной струйки можно составить, исходя из постоянства расхода жидкости вдоль струйки. Именем, обозначая площадь поперечного сечения струйки через  $F$ , для сжимаемой жидкости этому уравнению можно придать вид

$$\rho_1 F_1 V_1 = \rho_2 F_2 V_2,$$

и для несжимаемой жидкости — вид

$$F_1 V_1 = F_2 V_2,$$

где указатели 1 и 2 относятся к любым двум сечениям струйки.

Если движение потенциальное, то уравнение неразрывности в дифференциальной форме обращается в уравнение для потенциала скоростей

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = 0.$$

Последнее уравнение называется уравнением Лапласа.

Для потенциального потока тяжелой жидкости ее уравнения движения имеют интеграл, найденный Лагранжем:

$$\int \frac{dp}{\rho} = F(t) - \frac{\partial \varphi}{\partial t} - \frac{1}{2} V^2 - gz,$$

где  $F(t)$  есть произвольная функция времени, а  $z$  есть высота рассматриваемой точки над горизонтальной плоскостью. Для установившегося движения это уравнение принимает вид:

$$\int \frac{dp}{\rho} = C - \frac{1}{2} V^2 - gz,$$

где  $C$  — произвольное постоянное, сохраняющее свое значение во всех точках занятого жидкостью пространства. Интеграл Лагранжа имеет место только для потенциального движения, т. е. при отсутствии вихрей.

Следующий интеграл, принадлежащий Бернулли, имеет место только для установившегося движения. Интеграл существует как для потенциального, так и для вихревого движения, но он имеет силу только вдоль, хотя и выбранной произвольно, но одной и той же линии тока. Интеграл Бернулли имеет вид

$$\int \frac{dp}{\rho} + C_1 = \frac{1}{2} V^2 - gz,$$

где  $C_1$  — произвольное постоянное, но остающееся постоянным вообще только вдоль выбранной линии тока.

Если плотность  $\rho$  постоянна, то интеграл Бернулли принимает вид.

$$\frac{p}{\rho} = C_1 - \frac{1}{2} V^2 - gz$$

или

$$p + \frac{\rho V^2}{2} + \gamma z = \text{const.}$$

Выбрав два сечения струйки 1 и 2 (фиг. 5), можно представить последнее уравнение в виде:

$$p_1 + \frac{\rho V_1^2}{2} + \gamma z_1 = p_2 + \frac{\rho V_2^2}{2} + \gamma z_2 + \xi;$$

здесь  $\xi$  (высота потерь) соответствует потере энергии в струйке между сечениями 1 и 2. Каждое слагаемое этой формулы носит название:

$p$  — давление статическое или гидродинамическое.

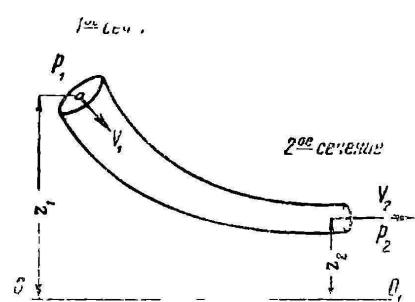
$\frac{\rho V^2}{2}$  — скоростной напор или динамическое давление,

$\gamma z$  — гидростатическое давление,

$\xi$  — потерянный напор.

Сумма всех слагаемых называется полным напором.

Уравнение Бернулли для газа, принимая процесс адиабатическим, имеет вид.



Фиг. 5.

$$\frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{V_2^2}{2g} + z_2 - \frac{k}{k-1} \frac{p_1}{\gamma} \left[ 1 - \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right] + \xi,$$

где  $k$  — показатель адиабаты. Для воздуха приблизительно получается:

$$\frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{V_2^2}{2g} + z_2 - 3,45 \frac{p_1}{\gamma} \left[ 1 - \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{0,29} \right] + \xi,$$

так как для него  $k \approx 1,41$ .

### Давление потока в критической точке нулевой скорости

Точка, в которой скорость потока имеет особенность, например, обращается в нуль или в бесконечность, называется критической точкой. Критическая точка нулевой скорости имеется у всякого обтекаемого тела, например, у крыла самолета вблизи его носка.

Пренебрегая разностью гидростатических давлений вдоль струйки, обозначая через  $p_2$  давление в критической точке нулевой скорости, а через  $p_0$ ,  $\rho_0$  и  $V_0$  — давление, плотность и скорость в точке, весьма удаленной от обтекаемого тела, из уравнения Бернулли для несжимаемой жидкости получают:

$$p_2 = p_0 + \frac{\rho V_0^2}{2} = p_0 + q_0,$$

Для воздуха из того же уравнения Бернулли получается:

$$p_2 = p_0 \left( 1 + \frac{k-1}{k} B a_0^2 \right)^{\frac{k}{k-1}} = p_0 (1 + 0,205 B a_0^2)^{3,45},$$