

Е.Е. Солодкин

**Определение
аэродинамических
характеристик монопланного
крыла произвольной формы**

**Москва
«Книга по Требованию»**

УДК 53
ББК 22.3
Е11

Е11 **Е.Е. Солодкин**
Определение аэродинамических характеристик монопланного крыла произвольной формы / Е.Е. Солодкин – М.: Книга по Требованию, 2013. – 68 с.

ISBN 978-5-458-32133-4

ISBN 978-5-458-32133-4

© Издание на русском языке, оформление
«YOYO Media», 2013

© Издание на русском языке, оцифровка,
«Книга по Требованию», 2013

Эта книга является репринтом оригинала, который мы создали специально для Вас, используя запатентованные технологии производства репринтных книг и печати по требованию.

Сначала мы отсканировали каждую страницу оригинала этой редкой книги на профессиональном оборудовании. Затем с помощью специально разработанных программ мы произвели очистку изображения от пятен, клякс, перегибов и попытались отбелить и выровнять каждую страницу книги. К сожалению, некоторые страницы нельзя вернуть в изначальное состояние, и если их было трудно читать в оригинале, то даже при цифровой реставрации их невозможно улучшить.

Разумеется, автоматизированная программная обработка репринтных книг – не самое лучшее решение для восстановления текста в его первозданном виде, однако, наша цель – вернуть читателю точную копию книги, которой может быть несколько веков.

Поэтому мы предупреждаем о возможных погрешностях восстановленного репринтного издания. В издании могут отсутствовать одна или несколько страниц текста, могут встретиться невыводимые пятна и кляксы, надписи на полях или подчеркивания в тексте, нечитаемые фрагменты текста или загибы страниц. Покупать или не покупать подобные издания – решать Вам, мы же делаем все возможное, чтобы редкие и ценные книги, еще недавно утраченные и несправедливо забытые, вновь стали доступными для всех читателей.



Серия Книжный Ренессанс

www.samizday.ru/reprint

ПРИНЯТЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

- S — площадь крыла.
 l — размах крыла.
 z — координата вдоль крыла.
 $\theta = \arccos \left(-\frac{2z}{l} \right)$
 $b, \bar{b}(z)$ — хорда крыла в точке z .
 $\bar{b}$ — хорда среднего сечения крыла.*
 $\lambda = \frac{l^2}{S}$ — удлинение крыла.
 $\alpha, \bar{\alpha}(z)$ — геометрический угол атаки в точке z .
 $\bar{\alpha}$ — геометрический угол атаки среднего сечения крыла.
 $\alpha', \alpha'(z)$ — истинный угол атаки в точке z .
 $\alpha_i = \frac{W}{V} = \alpha - \alpha'$ — угол скоса в точке z .
 ρ — массовая плотность воздуха.
 V — скорость полета.
 $\Gamma, \Gamma(z)$ — циркуляция вокруг крыла в точке z .
 W — индуцированная скорость в точке z .
 P — подъемная сила крыла.
 $C_y = \frac{P}{\rho S V^2}$ — коэффициент подъемной силы.
 Q_i — индуктивное сопротивление крыла.
 $C_i = \frac{Q_i}{\rho S V^2}$ — коэффициент индуктивного сопротивления.
 M — момент тангажа крыла.
 $C_{mz} = \frac{M}{\rho S V^2 l}$ — коэффициент момента тангажа.
 M_x — момент крена крыла.
 $C_{mx} = \frac{M_x}{\rho S V^2 l}$ — коэффициент момента крена.
 M_y — момент рысканья крыла.
 $C_{my} = \frac{M_y}{\rho S V^2 l}$ — коэффициент момента рысканья.
 $a = \frac{dC_y}{d\alpha}$ — наклон прямолинейного участка коэффициента подъемной силы в зависимости от углов атаки.

* Все величины, относящиеся к среднему сечению крыла, обозначены сверху чертой.

** Углы атаки всегда измеряются от такого положения крыла, при котором подъемная сила обращается в нуль.

α_o — наклон прямолинейного участка коэффициента подъемной силы для профиля в плоско-параллельном потоке.

$\dot{\alpha}_o$ — угол атаки при $C_y = 0$.

$m = \frac{dC_m}{dC_y}$ — наклон кривой $C_m = f(C_y)$.

C_{mo} — коэффициент момента тангажа при $C_y = 0$.

A_n — коэффициенты разложения циркуляции в ряд Фурье.

B_n — коэффициенты разложения функции угла атаки в ряд Фурье.

C_{zi} — коэффициенты разложения функции хорды крыла в ряд Фурье.

e — толщина профиля.

σ — относительная толщина профиля.

h — вогнутость профиля.

δ — относительная вогнутость профиля.

Глава I

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ О МОНОПЛАННОМ КРЫЛЕ МЕТОДОМ I. LOTZ

В основу теории крыла конечного размаха положена гидродинамическая схема Прандтля,* в которой несущая поверхность заменена пространственной системой вихрей. Расположение последних подобрано таким образом, что создаваемое ими поле скоростей соответствовало бы физической картине обтекания крыла. Чтобы облегчить преодоление математических трудностей, встающих на пути разрешения этой задачи, Прандтль полагает, что хорда и толщина крыла малы по сравнению с размахом, и заменяет несущую поверхность вихревым шнуром, проходящим через центры тяжести вихрей, распределенных по отдельным сечениям, и напряжение которого в каждом сечении равно полной циркуляции вокруг него. Тогда в любом сечении поток вблизи крыла можно рассматривать как плоский и, следовательно, можно воспользоваться формулой Жуковского для подъемной силы элемента крыла:

$$dP = \rho V \Gamma dz;$$

с другой стороны, подъемная сила элемента крыла может быть выражена через абсолютный коэффициент C_y :

$$dP = C_y \rho V^2 b dz.$$

Сравнивая правые части этих равенств, получаем:

$$\Gamma = C_y b V \quad (1)$$

Если измерение углов атаки всегда производить от такого положения крыла, при котором подъемная сила обращается в нуль, то для прямолинейного участка коэффициента подъемной силы справедливо следующее равенство:

$$C_y = a_0 \alpha' \quad (2)$$

Истинный угол атаки α' , в соответствии с теорией крыла Прандтля, в каждом сечении размаха связан с геометрическим углом атаки и углом скоса соотношением:

$$\alpha' = \alpha - \frac{w}{V} \quad (3)$$

Подставляя выражение (2) в условие (1) и, вместе с тем, заменяя α' его значением (3), получим:

$$\Gamma = a_0 b V \left(\alpha - \frac{w}{V} \right) \quad (4)$$

* Прандтль, „Теория несущего крыла“, ч. I. ГНТИ — 1931 г. Трефтц. „К теории крыла Прандтля“. „Mathematische Annalen“, 1921 В. 2. Бетц. „Теория крыла“. „Berichte und Abhandlungen“, № 2. 1920.

При заданном законе циркуляции $\Gamma(z)$ нормальная индуцированная скорость в некоторой фиксированной точке размаха z_1 представится следующим образом: *

$$W(z_1) = \frac{1}{4\pi} \int_{-\frac{l}{2}}^{+\frac{l}{2}} \frac{d\Gamma}{dz} \frac{dz}{z - z_1}, \quad (5)$$

где под интегралом в формуле (5) следует понимать его главное значение. Заменяя $W(z)$ в формуле (4) ее выражением (5), получим следующее основное уравнение для определения циркуляции $\Gamma(z)$:

$$\Gamma(z) = a_0 b V \left[\alpha - \frac{1}{4\pi V} \int_{-\frac{l}{2}}^{+\frac{l}{2}} \frac{d\Gamma}{dz} \frac{dz}{z - z_1} \right] \quad (6)$$

Изложим приближенный метод решения этого уравнения, предложенный I. Lotz.

Разделим обе части равенства на $a_0 b V$:

$$\frac{\Gamma}{a_0 b V} = \alpha - \frac{1}{4\pi V} \int_{-\frac{l}{2}}^{+\frac{l}{2}} \frac{d\Gamma}{dz} \frac{dz}{z - z_1}$$

и разрешим его относительно α :

$$\alpha(z) = \frac{1}{4\pi V} \int_{-\frac{l}{2}}^{+\frac{l}{2}} \frac{d\Gamma}{dz} \frac{dz}{z - z_1} + \frac{\Gamma}{a_0 b V} \quad (7)$$

Сделаем замену переменных:

$$z = -\frac{l}{2} \cos \theta \quad (8)$$

Когда „ z “ перемещается от левого конца крыла к правому, угол θ принимает последовательно все значения от 0 до π (см. Фиг. 1).

Циркуляцию $\Gamma(z)$ представим в виде ряда Фурье:

$$\Gamma = a_0 \bar{b} V \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin n\theta \quad (9)$$

Из выражения (9)

$$\frac{\Gamma}{a_0 b V} = \frac{\bar{b}}{b(z)} \sum A_n \sin n\theta.$$

Интегрирование выражения угла скоса дает:

$$\frac{1}{4\pi V} \int_{-\frac{l}{2}}^{+\frac{l}{2}} \frac{d\Gamma}{dz} \frac{dz}{z - z_1} = \frac{a_0 \bar{b}}{2l} \sum n A_n \frac{\sin n\theta}{\sin \theta} \quad ** \quad (10)$$

Наконец, разложим угол атаки $\alpha(z)$, умноженный на $\sin \theta$, в ряд по $\sin n\theta$:

$$\alpha(z) \sin \theta = \sum B_n \sin n\theta \quad (11)$$

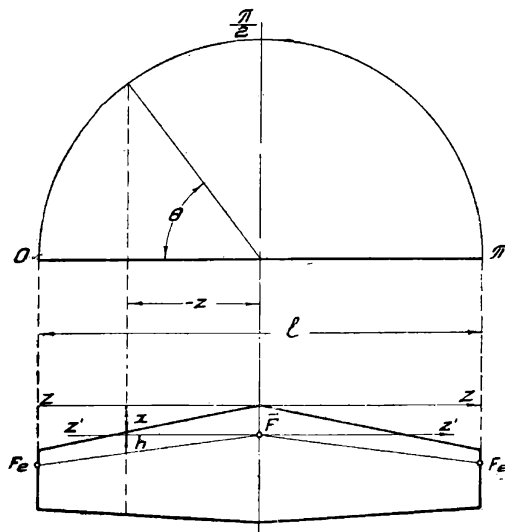
* Прандтль. „Теория несущего крыла“, ч. I. ГНТИ — 1931 г.

** Голубев В. В. „Теория крыла аэроплана конечного размаха“. ГНТИ. 1931 г. Приложение 1-е.

тогда исходное уравнение (7) представится в виде:

$$\sum B_n \frac{\sin n\theta}{\sin \theta} = \frac{\bar{b}}{b(z)} \sum A_n \sin n\theta + \bar{\mu} \sum n A_n \frac{\sin n\theta}{\sin \theta}, \quad (12)$$

где $\bar{\mu} = \frac{a_0 \bar{b}}{2l}$ — характеристическая константа среднего сечения.



Фиг. 1.

При крыле любой формы в плане, но симметричном относительно средней линии $z=0$; выражение $\frac{\bar{b}}{b(z)} \sin \theta$ можно разложить в ряд по $\cos 2k\theta$:

$$\frac{\bar{b}}{b(z)} \sin \theta = \sum C_{2k} \cos 2k\theta, \quad (13)$$

тогда уравнение (12) напишется:

$$\sum B_n \sin n\theta = \sum_n A_n \sin n\theta \sum_k C_{2k} \cos 2k\theta + \bar{\mu} \sum n A_n \sin n\theta \quad (14)$$

Произведение рядов и выражений (14) можно представить в виде суммы:

$$\begin{aligned} \sum_n A_n \sin n\theta \sum_k C_{2k} \cos 2k\theta &= \\ &= \frac{1}{2} \sum_{n,k} A_n C_{2k} \sin(n+2k)\theta + \frac{1}{2} \sum_{n,k} A_n C_{2k} \sin(n-2k)\theta. \end{aligned}$$

Подставляя в уравнение (14), будем окончательно иметь:

$$\begin{aligned} \sum B_n \sin n\theta &= \frac{1}{2} \left[\sum_{n,k} A_n C_{2k} \sin(n+2k)\theta + \sum_{n,k} A_n C_{2k} \sin(n-2k)\theta \right] + \\ &+ \bar{\mu} \sum n A_n \sin n\theta. \end{aligned}$$

Сравнивая коэффициенты при синусах одинаковых дуг, получим систему уравнений для определения неизвестных A_n :

$$\begin{aligned}
 B_1 &= \frac{1}{2} \left[(C_0 - C_2) A_1 + (C_2 - C_4) A_3 + (C_4 - C_6) A_5 + (C_6 - C_8) A_7 + \dots \right] + \bar{\mu} A_1, \\
 B_2 &= \frac{1}{2} \left[(C_0 - C_4) A_2 + (C_2 - C_6) A_4 + (C_4 - C_8) A_6 + (C_6 - C_{10}) A_8 + \dots \right] + 2\bar{\mu} A_2, \\
 B_3 &= \frac{1}{2} \left[(C_2 - C_4) A_1 + (C_0 - C_6) A_3 + (C_2 - C_8) A_5 + (C_4 - C_{10}) A_7 + \dots \right] + 3\bar{\mu} A_3, \\
 B_4 &= \frac{1}{2} \left[(C_2 - C_6) A_2 + (C_0 - C_8) A_4 + (C_2 - C_{10}) A_6 + (C_4 - C_{12}) A_8 + \dots \right] + 4\bar{\mu} A_4, \\
 B_5 &= \frac{1}{2} \left[(C_4 - C_6) A_1 + (C_2 - C_8) A_3 + (C_0 - C_{10}) A_5 + (C_2 - C_{12}) A_7 + \dots \right] + 5\bar{\mu} A_5, \\
 B_6 &= \frac{1}{2} \left[(C_4 - C_8) A_2 + (C_2 - C_{10}) A_4 + (C_0 - C_{12}) A_6 + (C_2 - C_{14}) A_8 + \dots \right] + 6\bar{\mu} A_6, \\
 B_7 &= \frac{1}{2} \left[(C_6 - C_8) A_1 + (C_4 - C_{10}) A_3 + (C_2 - C_{12}) A_5 + (C_0 - C_{14}) A_7 + \dots \right] + 7\bar{\mu} A_7, \\
 B_8 &= \frac{1}{2} \left[(C_6 - C_{10}) A_2 + (C_4 - C_{12}) A_4 + (C_2 - C_{14}) A_6 + (C_0 - C_{16}) A_8 + \dots \right] + 8\bar{\mu} A_8.
 \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned}
 \left[\frac{1}{2} (C_0 - C_2) + \bar{\mu} \right] A_1 &= B_1 - \frac{1}{2} \left[(C_2 - C_4) A_3 - (C_4 - C_6) A_5 - (C_6 - C_8) A_7 - \dots \right] \\
 \left[\frac{1}{2} (C_0 - C_4) + 2\bar{\mu} \right] A_2 &= B_2 - \frac{1}{2} \left[(C_2 - C_6) A_4 - (C_4 - C_8) A_6 - (C_6 - C_{10}) A_8 - \dots \right] \\
 \left[\frac{1}{2} (C_0 - C_6) + 3\bar{\mu} \right] A_3 &= B_3 - \frac{1}{2} \left[(C_2 - C_4) A_1 - (C_2 - C_8) A_5 - (C_4 - C_{10}) A_7 - \dots \right] \\
 \left[\frac{1}{2} (C_0 - C_8) + 4\bar{\mu} \right] A_4 &= B_4 - \frac{1}{2} \left[(C_2 - C_6) A_2 - (C_2 - C_{10}) A_6 - (C_4 - C_{12}) A_8 - \dots \right] \\
 \left[\frac{1}{2} (C_0 - C_{10}) + 5\bar{\mu} \right] A_5 &= B_5 - \frac{1}{2} \left[(C_4 - C_6) A_1 - (C_2 - C_8) A_3 - (C_2 - C_{12}) A_7 - \dots \right] \\
 \left[\frac{1}{2} (C_0 - C_{12}) + 6\bar{\mu} \right] A_6 &= B_6 - \frac{1}{2} \left[(C_4 - C_8) A_2 - (C_2 - C_{10}) A_4 - (C_2 - C_{14}) A_8 - \dots \right] \\
 \left[\frac{1}{2} (C_0 - C_{14}) + 7\bar{\mu} \right] A_7 &= B_7 - \frac{1}{2} \left[(C_6 - C_8) A_1 - (C_4 - C_{10}) A_3 - (C_2 - C_{12}) A_5 - \dots \right] \\
 \left[\frac{1}{2} (C_0 - C_{16}) + 8\bar{\mu} \right] A_8 &= B_8 - \frac{1}{2} \left[(C_6 - C_{10}) A_2 - (C_4 - C_{12}) A_4 - (C_2 - C_{14}) A_6 - \dots \right]
 \end{aligned} \quad (15')$$

Система уравнений (15) распадается на две системы; одна содержит в себе только нечетные, другая только четные коэффициенты. Если угол атаки симметричен относительно середины крыла, мы имеем только нечетную систему. Если угол атаки на одной половине крыла является зеркальным изображением угла атаки другой половины крыла (например, эффект отклонения элеронов), мы имеем только четную систему. Наконец, в общем случае, при несимметричном угле атаки относительно середины крыла имеем как нечетную, так и четную систему.

Коэффициенты A_n быстро убывают, так что достаточно ограничиться первыми четырьмя—шестью из них, чтобы получить хорошее приближение для значений подъемной силы и индуктивного сопротивления крыла. Поэтому обычно на практике система (15) сводится к системе четырех—шести линейных уравнений.

Весьма важным свойством этой системы является также возможность решения ее методом последовательных приближений (итераций), который в основном состоит в следующем:

Пусть дана система n линейных уравнений:

$$\begin{aligned}\varphi_1(x_1; x_2; x_3; \dots x_n) &= 0 \\ \varphi_2(x_1; x_2; x_3; \dots x_n) &= 0\end{aligned}$$

$$\varphi_n(x_1; x_2; x_3; \dots x_n) = 0$$

Представим данные уравнения в виде:

$$\begin{aligned}x_1 &= f_1(x_1; x_2; x_3; \dots x_n) \\ x_2 &= f_2(x_1; x_2; x_3; \dots x_n) \\ &\vdots \\ x_n &= f_n(x_1; x_2; x_3; \dots x_n)\end{aligned}$$

Если каким-либо образом могут быть определены приближенные значения неизвестных $(x_1^{(0)}; x_2^{(0)}; x_3^{(0)}; \dots x_n^{(0)})$, то последующие приближения будут: *

$$\left. \begin{aligned}x_1^{(1)} &= f_1(x_1^{(0)}; x_2^{(0)}; x_3^{(0)}; \dots x_n^{(0)}) \\ x_2^{(1)} &= f_2(x_1^{(0)}; x_2^{(0)}; x_3^{(0)}; \dots x_n^{(0)}) \\ &\vdots \\ x_n^{(1)} &= f_n(x_1^{(0)}; x_2^{(0)}; x_3^{(0)}; \dots x_n^{(0)})\end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{1-е прибли-} \\ \text{жение} \end{array}$$

$$\left. \begin{aligned}x_1^{(2)} &= f_1(x_1^{(1)}; x_2^{(1)}; x_3^{(1)}; \dots x_n^{(1)}) \\ x_2^{(2)} &= f_2(x_1^{(1)}; x_2^{(1)}; x_3^{(1)}; \dots x_n^{(1)}) \\ &\vdots \\ x_n^{(2)} &= f_n(x_1^{(1)}; x_2^{(1)}; x_3^{(1)}; \dots x_n^{(1)})\end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{2-е прибли-} \\ \text{жение} \end{array}$$

и т. д. до тех пор, пока следующее приближение уже не дает новых значений неизвестных.

В нашем случае решение системы ведем следующим образом: представляем систему уравнений (15) в виде (15'). Для определения нулевого приближения употребляем только члены, стоящие в системе до вертикальной линии. Следующие приближения получаем по вышеизложенной схеме, причем сходимость настолько быстрая, что уже третье приближение почти не дает новых значений неизвестных.

Зная коэффициенты A_n , не трудно определить подъемную силу, индуктивное сопротивление и момент тангажа крыла.

Подъемная сила крыла

Подставив в выражение подъемной силы циркуляцию $\Gamma(z)$, представленную рядом (9), получим:

$$P = \int_{-\frac{l}{2}}^{+\frac{l}{2}} \rho V \Gamma dz = \frac{1}{2} l \rho V^2 a_0 \bar{b} \sum A_n \int_0^\pi \sin n \theta \sin \theta d \theta.$$

* На условии сходимости процесса итерации мы не останавливаемся; интересующимся можем рекомендовать книгу Дж. С к а р б о р о „Численные методы математического анализа“ ГИТИ — 1934 г.

Вычислим интеграл:

$$\int_0^\pi \sin n \theta \sin \theta d\theta = \begin{cases} \frac{\pi}{2} & \text{при } n=1 \\ 0 & \text{при } n \neq 1, \end{cases}$$

тогда

$$P = \frac{1}{2} \pi l^2 \rho V^2 \bar{\mu} A_1.$$

Представим подъемную силу крыла через абсолютный коэффициент C_y :

$$P = C_y \rho S V^2.$$

Сравнивая эти выражения, будем иметь:

$$C_y = \frac{\pi l^2}{2S} \bar{\mu} A_1. \quad (16)$$

Индуктивное сопротивление крыла

Теперь перейдем к определению индуктивного сопротивления крыла. В выражение последнего, кроме циркуляции $\Gamma(z)$, входит еще вертикальная скорость $W(z)$, которую заменим ее значением из (10), тогда:

$$\begin{aligned} Q_i &= \int_{-\frac{l}{2}}^{+\frac{l}{2}} \rho \Gamma W dz = \\ &= \left\{ \frac{1}{2} l \rho V_{a_0} \bar{b} \sum A_m \int_0^\pi \sin m \theta d\theta \right\} \left\{ \bar{\mu} V \sum A_n \int_0^\pi \frac{\sin n \theta}{\sin \theta} \sin \theta d\theta \right\} = \\ &= \rho l^2 \bar{\mu}^2 \sum_{m,n} n A_n A_m \int_0^\pi \sin n \theta \sin m \theta d\theta; \end{aligned}$$

но интеграл:

$$\int_0^\pi \sin n \theta \sin m \theta d\theta = \begin{cases} \frac{\pi}{2} & \text{при } m=n \\ 0 & \text{при } m \neq n. \end{cases}$$

Следовательно:

$$Q_i = \frac{1}{2} \pi l^2 \rho V^2 \bar{\mu}^2 \sum^n A_n^2.$$

Положив

$$N = \frac{\sum^n n A_n^2}{A_1^2},$$

получим:

$$Q_i = \frac{2N}{\pi l^2 \rho V^2} P^2.$$

Выразим индуктивное сопротивление крыла через абсолютный коэффициент C_i :

$$Q_i = C_i \rho S V^2.$$

Из сравнения правых частей этих равенств следует:

$$C_i = \frac{2S}{\pi l^2} N C_y^2 \quad (17)$$

Момент тангажа крыла

Вычисление момента тангажа крыла будем вести относительно прямой, параллельной размаху и проходящей через переднюю кромку среднего сечения. Для простоты изложения нами будет использовано понятие фокуса крыла.

Фокусом крыла называется точка, относительно которой момент тангажа остается постоянным для всех углов атаки. Расстояние последнего от передней кромки, как легко показать, равно градиенту прямой $C_m = f(C_y)$.

Действительно, момент тангажа относительно фокуса может быть представлен следующим образом:

$$M_F = M_z - Px,$$

где M_z момент относительно передней кромки.

Разделив равенство на $\rho S V^2$, получим:

$$C_{mF} = C_{mz} - \frac{x}{b} C_y = C_{m_0} + \left(m - \frac{x}{b}\right) C_y.$$

Постоянство момента будет соблюдено, если

$$m - \frac{x}{b} = 0,$$

т. е. когда

$$\frac{x}{b} = m.$$

Теперь переходим непосредственно к решению поставленной задачи. На основании предыдущих соображений момент элемента крыла относительно оси zz (см. фиг. 1) представится в виде:

$$dM = dM_F + dP(h - \bar{x}) = C_{m_0} \rho V^2 b^2 dz + (h + \bar{x}) \rho V \Gamma dz.$$

где $h + \bar{x}$ — расстояние фокуса элемента крыла до оси zz .

Следовательно, момент тангажа крыла равен:

$$M_z = 2\rho V^2 \int_{-\frac{l}{2}}^0 C_{m_0} b^2 dz + P\bar{x} + 2\rho V^2 \int_{-\frac{l}{2}}^0 h \Gamma dz.$$

Сделаем следующую подстановку:

$$z = -\frac{l}{2} \cos \theta; \quad dz = \frac{l}{2} \sin \theta; \quad \Gamma = a_0 \bar{b} V \sum A_n \sin n\theta,$$

тогда будем иметь:

$$M_z = \rho V^2 l \left[\int_0^{\frac{\pi}{2}} C_{m_0} b^2 \sin \theta d\theta + a_0 \bar{b} \sum A_n \int_0^{\frac{\pi}{2}} h \sin n\theta \sin \theta d\theta \right] + P\bar{x}.$$

Выразим момент тангажа крыла через абсолютный коэффициент C_{mz}

$$M_z = C_{mz} \rho S V^2 \bar{b}.$$

Сравнивая правые части, получим:

$$C_{mz} = \frac{l}{S\bar{b}} \left[\int_0^{\frac{\pi}{2}} C_{m_0} b^2 \sin \theta d\theta + a_0 \bar{b} \sum A_n \int_0^{\frac{\pi}{2}} h \sin n\theta \sin \theta d\theta \right] + \bar{m} C_y. \quad (18)$$

Глава II

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА I. LOTZ К РЕШЕНИЮ НЕКОТОРЫХ ЧАСТНЫХ ВИДОВ КРЫЛЬЕВ

В предыдущей главе выведено основное интегральное уравнение для определения циркуляции и дан приближенный метод его решения. Ниже этот метод разработан для некоторых частных видов крыльев, имеющих применение на практике. На примере их решения показано, как практически пользоваться изложенным методом, и намечены пути решения задачи при любой форме крыла.

Обратимся снова к системе уравнений (15) гл. I. Практически, чтобы решить эту систему, т. е. чтобы определить неизвестные A_n , требуется знание величин B_n и C_{2k} . Последние являются коэффициентами разложения

в ряд Фурье функции угла атаки и хорды крыла: $\alpha(z) \sin \theta$ и $\frac{\bar{b}}{b(z)} \sin \theta$.

Отсюда план решения задачи таков: имея конкретное крыло, мы выражаем аналитически закон изменения угла атаки и хорды по размаху крыла; определяем B_n и C_{2k} — коэффициенты разложений (11) и (13) гл. I и полученные результаты подставляем в систему уравнений (15) гл. I.

Теперь остановимся на весьма важном вопросе: как практически определить закон изменения хорды $b(z)$ и угла атаки $\alpha(z)$ по размаху крыла. В отношении хорды вопрос решается довольно просто по чертежу крыла в плане. Математических трудностей не встречается, так как контуры крыльев ограничены обычно прямыми линиями или такими кривыми, уравнения которых известны. Труднее обстоит дело с определением закона изменения угла атаки по размаху крыла. Последний изменяется самым разнообразным образом. Тем не менее возможно выделить основные два случая: 1) геометрическую закрутку крыла, когда изменяется положение сечений по размаху, образуя некоторый угол между хордой элемента и хордой среднего сечения, и 2) аэродинамическую закрутку, когда все хорды лежат в одной плоскости или в параллельных плоскостях, а изменение угла атаки по размаху происходит вследствие изменения для разных сечений угла атаки, при котором подъемная сила обращается в нуль. На практике обычно встречается сочетание первого и второго случая, тогда задача решается путем их последовательного учета.

В первом случае закон изменения угла атаки по размаху может быть определен по чертежу крыла. Значительно большую трудность представляет определение этого закона при аэродинамической закрутке, но, как будет показано ниже, его можно определить косвенным путем через геометрические параметры крыла.

В дальнейшем мы ограничимся рассмотрением крыльев только с аэродинамической закруткой, при которой изменение углов атаки по размаху происходит за счет изменения угла нулевой подъемной.