

Д. Бендат

**Прикладной анализ
случайных данных**

**Москва
«Книга по Требованию»**

УДК 004
ББК 32.81
Д11

Д11 **Д. Бендат**
Прикладной анализ случайных данных / Д. Бендат – М.: Книга по Требованию, 2021. – 541 с.

ISBN 978-5-458-29393-8

Монография известных специалистов из США, посвященная проблемам сбора и предварительной обработки данных, оценке спектральных плотностей, ковариационных и передаточных функций, использованию этих характеристик для решения прикладных задач, в частности идентификации систем, определения числа трактов распространения случайных сигналов, выделения периодических составляющих.

ISBN 978-5-458-29393-8

© Издание на русском языке, оформление
«YOYO Media», 2021

© Издание на русском языке, оцифровка,
«Книга по Требованию», 2021

Эта книга является репринтом оригинала, который мы создали специально для Вас, используя запатентованные технологии производства репринтных книг и печати по требованию.

Сначала мы отсканировали каждую страницу оригинала этой редкой книги на профессиональном оборудовании. Затем с помощью специально разработанных программ мы произвели очистку изображения от пятен, клякс, перегибов и попытались отбелить и выровнять каждую страницу книги. К сожалению, некоторые страницы нельзя вернуть в изначальное состояние, и если их было трудно читать в оригинале, то даже при цифровой реставрации их невозможно улучшить.

Разумеется, автоматизированная программная обработка репринтных книг – не самое лучшее решение для восстановления текста в его первозданном виде, однако, наша цель – вернуть читателю точную копию книги, которой может быть несколько веков.

Поэтому мы предупреждаем о возможных погрешностях восстановленного репринтного издания. В издании могут отсутствовать одна или несколько страниц текста, могут встретиться невыводимые пятна и кляксы, надписи на полях или подчеркивания в тексте, нечитаемые фрагменты текста или загибы страниц. Покупать или не покупать подобные издания – решать Вам, мы же делаем все возможное, чтобы редкие и ценные книги, еще недавно утраченные и несправедливо забытые, вновь стали доступными для всех читателей.



Серия Книжный Ренессанс

www.samizday.ru/reprint

ОТ РЕДАКТОРА ПЕРЕВОДА

Книга известных американских специалистов в области прикладного анализа случайных процессов посвящена подробному разбору основных практических методов анализа случайных данных, которые могут использоваться для решения очень широкого круга прикладных задач в самых разных областях науки и техники. Последовательно и на высоком научном и методическом уровне излагаются все основные этапы анализа случайных данных: сбор и предварительная обработка, оценивание спектральных характеристик, ковариационных функций и частотных характеристик линейных систем, оценка надежности полученных результатов. Подробно о содержании и целях книги говорится в предисловии авторов, однако некоторые ее разделы заслуживают особого упоминания. Прежде всего отметим итерационные методы вычисления частотных характеристик линейных систем с коррелированными входными процессами, позволяющие избежать обращения матриц большой размерности. Несомненный интерес представляют спектральные методы анализа ряда важных классов нестационарных случайных процессов. Отметим, наконец, последнюю главу, посвященную применению преобразований Гильберта к анализу случайных данных. Этот предмет вообще редко излагается в литературе прикладной направленности, вследствие чего, вероятно, преобразования Гильберта совершенно недостаточно используются на практике.

В книге приводятся основные сведения из теории вероятностей, математической статистики и теории случайных процессов; все главы снабжены задачами, поэтому она может служить прекрасным учебным пособием для первоначального знакомства с предметом. В то же время широта охвата материала и хорошо продуманная структура книги позволяют использовать ее как справочник по данной тематике.

Авторы не стремились дать полное математическое обоснование всех излагаемых ими методов, поэтому изложение порой оказывается поверхностным; иногда без пояснений используются довольно сложные математические понятия. В тех случаях, когда это препятствует пониманию основного текста, такие понятия разъясняются в примечаниях. Заметим, однако, что на практике по имеющейся реализации случайного процесса обычно не представляется возможным проверить выполнение довольно сложных условий, гарантирующих применимость того или иного метода; это чаще

всего делается по косвенным признакам. Некоторые рекомендации на этот счет приводятся в данной книге.

Авторы не исчерпывают всего многообразия существующих методов анализа случайных данных, да и вряд ли это возможно. Заметим все же, что интенсивно развиваемые в настоящее время параметрические методы, особенно полезные при анализе коротких реализаций, заслуживают хотя бы краткого описания.

Параметрический, особенно авторегрессионный спектральный анализ может служить, по меньшей мере, эффективной заменой описанных в этой книге традиционных непараметрических методов во многих ситуациях, в частности при малой длине реализации и наличии априорной информации о процессе. Таким путем можно анализировать и многомерные линейные системы со случайными процессами на входе и выходе. Одно из важных достоинств этого подхода — возможность получать аналитические выражения для всех оцениваемых спектральных характеристик, одновременно представив анализируемый процесс разностным стохастическим уравнением. Подробная информация о параметрическом спектральном анализе содержится в работе [11.13], а краткое описание метода и его геофизические приложения — в [11.14]. Способы построения доверительных интервалов для авторегрессионных оценок автоспектров описаны в работах [11.14, 11.15], а приближенные результаты для линейной системы с одним входным и одним выходным процессами с относительно гладкими спектральными характеристиками даны в работе [11.16]. При достаточно длинных реализациях точность параметрических и авторегрессионных оценок, по видимому, одинакова.

Не вызывает сомнений, что эта книга, как и предыдущие монографии тех же авторов, окажется полезной специалистам самого разного профиля, использующим в своей работе методы теории случайных процессов, а также студентам и аспирантам, специализирующимся в этой области, и будет способствовать внедрению эффективных методов прикладного анализа случайных процессов в практику научных и инженерных исследований.

И. Н. Коваленко

ПРЕДИСЛОВИЕ К РУССКОМУ ИЗДАНИЮ

Эта книга — четвертая наша работа, опубликованная издательством «Мир» в переводе на русский язык. Ей предшествовали два более ранних варианта, вышедшие на английском языке в 1966 и 1971 гг., и дополняющая их книга по приложениям корреляционного и спектрального анализа (1980 г.). Мы глубоко признательны издательству «Мир» и советским специалистам, которые взяли на себя труд перевода и редактирования наших работ. Нам хочется особо отметить вклад сотрудника Института водных проблем АН СССР В. Е. Привальского, участвовавшего в переводе всех четырех книг. Многие его замечания профессионального характера включались в более поздние допечатки англоязычных публикаций наших книг и значительно способствовали их улучшению.

Мы, как и прежде, надеемся, что это издание окажется полезным не только советским, но и другим читающим по-русски ученым и инженерам, которые работают в области измерения и анализа случайных процессов самого различного типа.

Лос-Анджелес, Калифорния,
1 декабря 1987 г.

*Алан Дж. Пирсол,
Джулиус С. Бендат*

ВВЕДЕНИЕ

Эта книга представляет собой существенно переработанное и расширенное издание нашей книги, вышедшей в 1971 г.¹⁾, которая, в свою очередь, является значительно переработанным вариантом нашей книги «Measurement and Analysis of Random Data», впервые опубликованной в 1966 г.²⁾ В данное издание вошли более совершенные и современные методы измерения и анализа случайных процессов, в которых отражены последние достижения в области построения моделей, оценки статистических ошибок, методов сбора данных и вычислительных алгоритмов. Первые четыре главы содержат основные сведения, необходимые для чтения книги, и охватывают интуитивные предпосылки теории, свойства линейных систем, основы теории вероятностей и математической статистики и в целом совпадают по содержанию с аналогичным материалом, имеющимся в издании 1971 г. В гл. 5 подробно обсуждаются стационарные случайные процессы, причем основные понятия излагаются более полно и включены новые разделы, например раздел, посвященный производным от случайных процессов. В гл. 6 и 7 выводятся и детально анализируются соотношения, связывающие входные и выходные процессы одномерных и многомерных линейных систем. Особое внимание здесь уделяется современным методам анализа, которые появились за время, прошедшее с момента выхода предыдущего издания книги. Далее в гл. 8 и 9 выводятся формулы для статистических ошибок, присущих разнообразным оценкам параметров, в том числе и тем довольно сложным оценкам, для которых такие формулы в 1971 г. еще не были получены. Гл. 10 и 11 посвящены изложению современных методов сбора и цифровой обработки данных с включением дополнительного материала, относящегося к обработке входных и выходных процессов многомерных линейных систем с помощью эффективных итерационных алгоритмов. Гл. 12, посвященная нестационарным процессам, полностью переработана и значительно расширена. Особое внимание в ней уделяется различным способам спектрального описания нестационарных процессов и выво-

¹⁾ Имеется перевод: Бендат Дж., Пирсол А. Измерение и анализ случайных процессов: Пер. с англ. — М.: Мир, 1974. — 464 с. — *Прим. перев.*

²⁾ Имеется перевод: Бендат Дж., Пирсол А. Измерение и анализ случайных процессов: Пер. с англ. — М.: Мир, 1971. — 408 с. — *Прим. перев.*

ду соотношений, связывающих вход и выход линейных систем в случае нестационарных входных процессов и(или) линейных систем с зависящими от времени параметрами. Гл. 13 содержит совершенно новый материал, касающийся преобразования Гильберта и его применений, который вообще отсутствовал в предыдущих изданиях. Для удобства читателя в книгу включены приложения А и Б. В приложении А приводится ряд статистических таблиц, облегчающих пользование книгой, а приложение Б содержит краткие определения основных понятий, относящихся к области анализа случайных процессов, что может способствовать стандартизации терминологии в этой области.

Как и издание 1971 г., данная книга задумана прежде всего как справочное пособие для практически работающих инженеров и ученых. Кроме того, авторы стремились дать полное теоретическое введение к своей книге «Engineering Applications of Correlation and Spectral Analysis», вышедшей в 1980 г.¹⁾ имеющей прикладную направленность. Вторая наша цель — дать учебное пособие студентам, специализирующимся в данной области, поэтому в конце каждой главы помещены задачи. Предполагается, что читатель знаком с основами математического анализа и прикладными аспектами теории преобразований Фурье. Желательно также знакомство с основными понятиями теории линейных систем, теории вероятностей и математической статистики, хотя в первых главах книги и дается краткий обзор этих предметов.

Хочется выразить признательность многим нашим коллегам и сотрудникам за помощь в работе над книгой. Мы особенно благодарны Дж. Ричману, просмотревшему часть рукописи и сделавшему полезные замечания. Мы благодарим также правительственные учреждения и частные компании, оказавшие поддержку нашей работе, а также Калифорнийский университет, Институт повышения квалификации и другие организации, которые поддержали наши семинарские занятия по данной тематике. Наконец, мы признательны Б. Кларк, И. Салазер и Ф. Паррис за их тщательную работу по оформлению рукописи.

Лос-Анджелес, Калифорния,
январь 1986 г.

Джулиус С. Бендат,
Алан Дж. Пирсол

¹⁾ Имеется перевод: Бендат Дж., Пирсол А. Приложения корреляционного и спектрального анализа: Пер. с англ. — М.: Мир, 1982. — 312 с. — *Прим. перев.*

СПИСОК ОБОЗНАЧЕНИЙ

с.к.о.	— среднеквадратичное отклонение
ФКИПФ	— фильтры с конечной импульсной переходной функцией
ФБИПФ	— фильтры с бесконечной импульсной переходной функцией
a, b	— выборочные коэффициенты регрессии; произвольные постоянные
A	— амплитуда; число инверсий
$b []$	— смещение величины []
B	— ширина полосы частот в герцах
c	— затухание механической системы; произвольная постоянная
C	— электрическая емкость
C_{xy}	— ковариация
$C_{xx}(\tau)$	— корреляционная функция
$C_{xy}(\tau)$	— взаимная корреляционная функция
$C_{xy}(f)$	— коспектральная плотность (односторонняя)
$e(t)$	— разность потенциалов
$E []$	— математическое ожидание величины []
f	— циклическая частота
Δf	— разрешение по частоте
$\mathcal{F}, FT []$	— преобразование Фурье функции []
$G_{xx}(f)$	— спектральная плотность (односторонняя)
$G_{xy}(f)$	— взаимная спектральная плотность (односторонняя)
$G_{yx}(f)$	— условная спектральная плотность (односторонняя)
$G_{xy}^{x_y}(f)$	— условная взаимная спектральная плотность (односторонняя)
$\Phi(f)$	— спектральная плотность «энергии»
$h(\tau)$	— импульсная переходная функция
$H(f)$	— частотная характеристика
$ H(f) $	— амплитудная характеристика системы
$\mathcal{H} []$	— преобразование Гильберта функции []
i	— индекс
$i(t)$	— ток
$\text{Im} []$	— мнимая часть []
J	— $\sqrt{-1}$; индекс
k	— коэффициент жесткости пружины; индекс
K	— следовое волновое число; число интервалов группировки
$\log$	— натуральный логарифм
L	— электрическая индуктивность; длина
$L(f)$	— условная частотная характеристика
m	— механическая масса; максимальный сдвиг
m_f	— индекс модуляции

n	— число степеней свободы, индекс
N	— размер выборки
$p(x)$	— плотность вероятности
$p(x, y)$	— совместная плотность вероятности
$P(x)$	— функция распределения
$P(x, y)$	— совместная функция распределения
$\text{Prob} [\cdot], P$	— вероятность события [$\cdot$]
q	— число входов; число реализации
$q(t)$	— электрический заряд
$Q_{xy}(f)$	— квадратурная спектральная плотность (односторонняя)
r	— число серий, число выходов
r_{xy}	— выборочный коэффициент корреляции
R	— электрическое сопротивление
$R_{xx}(\tau)$	— ковариационная функция
$R_{xy}(\tau)$	— взаимная ковариационная функция
$R(t_1, t_2)$	
$\mathcal{R}(\tau, t)$	— двойная по времени ковариационная функция
$\text{Re} [\cdot]$	— действительная часть [$\cdot$]
s	— выборочное стандартное отклонение
s^2	— выборочная дисперсия
s_{xy}	— выборочная ковариация
$S_{xx}(f)$	— спектральная плотность (двусторонняя)
$S_{xy}(f)$	— взаимная спектральная плотность (двусторонняя)
$S_{yy x}(f)$	— условная спектральная плотность (двусторонняя)
$S_{x,y y}(f)$	— условная взаимная спектральная плотность (двусторонняя)
$\mathcal{S}(f)$	
$S(f_1, f_2)$	— спектральная плотность «энергии» (двусторонняя)
$\mathcal{S}(f, g)$	— двойная по частоте спектральная плотность (двусторонняя)
S/N	— отношение сигнал/шум
t	— время; случайная величина с t -распределением Стьюдента
Δt	— интервал дискретности
T	— длина реализации; период
T_r	— суммарная длина реализации
u_n	— исходные значения случайного процесса
$u(t), v(t)$	— величины, зависящие от времени
$\text{Var} [\cdot]$	— дисперсия [$\cdot$]
W	— ширина интервала
$\mathcal{W}(f, t)$	— нестационарная частотно-временная спектральная плотность, определенная как для отрицательных, так и для положительных частот (двусторонняя)
$x(t), y(t)$	— величины, зависящие от времени
$\bar{x}$	— выборочное среднее x
X	— амплитуда гармонического процесса $x(t)$
$X(f)$	— преобразование Фурье функции $x(t)$
$X(f, T)$	— преобразование Фурье реализации $x(t)$ длиной T
z	— стандартная нормальная случайная величина
$ \cdot $	— абсолютная величина [$\cdot$]
$\hat{[\cdot]}$	— оценка [$\cdot$]
α	— малая вероятность, уровень значимости, связанная переменная

β	— вероятность ошибки второго рода; связанная переменная
$\gamma_{xy}(f)$	— функция обычной когерентности
$\gamma_{yx}^2(f)$	— функция множественной когерентности
$\gamma_{x_i y_j}$	— функция частной когерентности
$\delta(\cdot)$	— дельта-функция
Δ	— малое приращение
ε	— нормированная ошибка
ξ	— коэффициент механического затухания
θ	— фазовый угол
$\theta_{xy}(f)$	— аргумент $G_{xy}(f)$
μ	— среднее значение
ρ	— коэффициент корреляции
$\rho(\tau)$	— нормированная корреляционная функция
σ	— стандартное отклонение
σ^2	— дисперсия
τ	— сдвиг времени
$\phi(f)$	— фазовая характеристика
ϕ	— произвольный статистический параметр
χ^2	— случайная величина с распределением хи-квадрат
ψ	— среднеквадратичное значение
ψ^2	— средний квадрат

Глава 1

ОСНОВНЫЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ И МОДЕЛИ

Данная глава содержит основные определения и модели детерминированных и случайных процессов и имеет целью описать интуитивные предпосылки теории, составляющей предмет этой книги. Отличительные свойства стационарных, эргодических и нестационарных случайных процессов поясняются с помощью классификации по простым признакам наличия или отсутствия тех или иных свойств. Дается неформальное определение основных статистических характеристик, описывающих обобщенные свойства отдельных реализаций стационарных случайных процессов и пар таких реализаций, а также их свойства во временной и частотной областях. Формулируются основные типы задач анализа линейных систем, решаемых в этой книге, а также основные критерии оценки ошибок, существенных анализу случайных данных, которые лежат в основе планирования экспериментов и сравнения разных методов анализа.

1.1. Детерминированные и случайные процессы

Любые данные, полученные в результате наблюдения реального физического явления, можно отнести, вообще говоря, к детерминированному или недетерминированному типу. Детерминированные процессы — это процессы, которые можно описать явными математическими формулами. Рассмотрим, например, жесткое тело, подвешенное к неподвижной опоре с помощью линейной пружины (рис. 1.1). Пусть m — масса тела (предполагается, что оно неупругое), k — коэффициент жесткости пружины (предполагается, что она не имеет массы). Пусть тело смещено от положения равновесия на расстояние X и освобождается в момент времени $t = 0$. С помощью основных законов механики или на основе многократных наблюдений можно установить, что имеет место следующая зависимость:

$$x(t) = X \cos \sqrt{\frac{k}{m}} t, \quad t \geq 0. \quad (1.1)$$

Уравнение (1.1) позволяет точно определять положение тела в любой будущей момент времени. Следовательно, этот процесс, описывающий движение тела, является детерминированным.

На практике часто встречаются физические явления, протекание которых с разумной точностью можно описать явными математическими зависимостями. Например, движение спутника по околоземной орбите, изменение потенциала между обкладками конденсатора по мере его разряда через резистор, колебания несбалансированного вращающегося механизма, изменение температуры воды по мере ее нагревания по сути своей являются детерминированными процессами. Однако многие другие физические явления порождают процессы, которые нельзя считать детерминированными. Например, высота волн при морском ветровом волнении, акустическое давле-

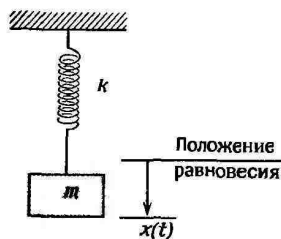


Рис 1.1 Простая система, состоящая из тела и пружины

ние, производимое потоком воздуха при его движении по трубе, и электрический сигнал на выходе генератора шума — это процессы, которые невозможно описать во всех деталях. Совершенно невозможно предсказать точное значение таких процессов в будущие моменты времени. Эти процессы случайны по своей сути, и для их описания требуются вероятностные понятия и статистические характеристики.

Отнесение тех или иных физических процессов к детерминированному или случайному типу зачастую не бесспорно. Например, можно утверждать, что встречающиеся на практике физические процессы вообще не могут быть в полной мере детерминированными, поскольку никогда нельзя исключить возможности того, что в будущем произойдет какое-нибудь событие, которое повлияет на явление, порождающее процесс, совершенно непредсказуемым образом. С другой стороны, можно утверждать, что нет и истинно случайных процессов, поскольку может оказаться, что при достаточно полном знании основных механизмов явления порождаемый этим явлением процесс удастся описать точными математическими формулами. С практической точки зрения решение о случайности или детерминированности конкретного физического процесса обычно основывается на нашей способности воспроизвести процесс в ходе контролируемого эксперимента. Если многократное повторение эксперимента, в ходе которого получается интересующий нас процесс, приводит к одним и тем же результатам (в пределах ошибок эксперимента), то этот процесс обычно можно считать детерминированным. Если же невозможно указать эксперимент, который давал бы при его повторении идентичные результаты, то такой процесс обычно считается случайным по своей сути.

Сейчас мы обсудим несколько способов классификации детерминированных и случайных процессов. Заметим, что принципы классификации выбирались с точки зрения удобства анализа и не всегда являются наилучшими с других возможных точек зрения. Заметим также, что обычно предполагается, что физические процессы представляют собой функции времени, так что далее для удобства будем пользоваться именно такой интерпретацией. При желании вместо времени можно взять любую другую независимую переменную.

1.2. Классификация детерминированных процессов

Процессы, описывающие детерминированные явления, делятся на периодические и непериодические. В свою очередь периодические процессы