Л. Карно

Размышления о метафизике исчисления бесконечно малых

Серия "Классики естествознания".

Москва
«Книга по Требованию»

УДК 51
ББК 22.1
Л11

Л. Карно
Л11 Размышления о метафизике исчисления бесконечно малых: Серия "Классики естествознания". / Л. Карно – М.: Книга по Требованию, 2024. – 354 с.

ISBN 978-5-458-50498-0

Серия "Классики естествознания".

Наиболее интересными научными сочинениями Карно являются настоящая книга и работы по геометрии. «Geometrie de position» Карно оказала значительное влияние на последующее развитие геометрии своим отказом от преимущественно-аналитического рассмотрения проблем. Она явилась первой провозвестницей вскрывшейся вскоре принципиальной противоположности между аналитической и синтетической геометрией. Основным содержанием ее служит исследование той согласованности в изменении расположения частей фигуры на плоскости и в знаках членов ее уравнений, благодаря которой становится излишним различать разные случаи этого расположения. В «Etudes sur la theorie des trainsversales» Карно дает ряд теорем (проэктивной) геометрии, в частности известную под его именем теорему. За научные заслуги в 1795 г. Карно был избран членом новообразованного тогда Института (соответствующего Академии наук). Карно является также автором ряда книг по военным вопросам, политических трактатов, беллетристических сочинений.

ISBN 978-5-458-50498-0

Эта книга является репринтом оригинала, который мы создали специально для Вас, используя запатентованные технологии производства репринтных книг и печати по требованию.

Сначала мы отсканировали каждую страницу оригинала этой редкой книги на профессиональном оборудовании. Затем с помощью специально разработанных программ мы произвели очистку изображения от пятен, клякс, перегибов и попытались отбелить и выровнять каждую страницу книги. К сожалению, некоторые страницы нельзя вернуть в изначальное состояние, и если их было трудно читать в оригинале, то даже при цифровой реставрации их невозможно улучшить.

Разумеется, автоматизированная программная обработка репринтных книг – не самое лучшее решение для восстановления текста в его первозданном виде, однако, наша цель – вернуть читателю точную копию книги, которой может быть несколько веков.

Поэтому мы предупреждаем о возможных погрешностях восстановленного репринтного издания. В издании могут отсутствовать одна или несколько страниц текста, могут встретиться невыводимые пятна и кляксы, надписи на полях или подчеркивания в тексте, нечитаемые фрагменты текста или загибы страниц. Покупать или не покупать подобные издания – решать Вам, мы же делаем все возможное, чтобы редкие и ценные книги, еще недавно утраченные и несправедливо забытые, вновь стали доступными для всех читателей.

Серия Книжный Ренессанс
www.samizday.ru/reprint

ЛАЗАРЬ КАРНО

РАЗМЫШЛЕНИЯ О МЕТАФИЗИКЕ ИСЧИСЛЕНИЯ БЕСКОНЕЧНО-МАЛЫХ

Перевод Н. М. Соловьева

Редакция и вступительная статья

А. П. ЮШКЕВИЧА

Очерк жизни Л. Карно

М. Э. ПОДГОРНОГО

Переплет, форзац, суперобложка и графическая орнаментация художника Н. М. ЛОБАНОВА. Гравюры на дереве работы художника А. Н. ПАВЛОВА

Редакционную работу по этой книге провел А. П. ЮШКЕВИЧ
Оформление О. Н. ПЕРСИЯНИНОВОЙ
Корректор А. Х. АРТЮХОВА
Наблюдала за выпуском
О. И. МОРОЗОВА

Рукопись сдана в производство 22/IV 1932 г., листы подписаны к печати в мае 1933 г., книга вышла в свет в июле 1933 г. в количестве 3000 экз. на бумаге формата 73×104/32, печатных знаков в листе 755 000, листов в книге 11. Заказ № 5389 ГТГИ № 273. Уполномоченный Главлита № В — 39583.

Фабрика книги «Красный пролетарий» Издательства ЦК ВКП(б) Партиздата Москва, Краснопролетарская, 16.

ИДЕИ ОБОСНОВАНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА В ВОСЕМНАДЦАТОМ ВЕКЕ

ВСТУПИТЕЛЬНАЯ СТАТЬЯ
А. П. ЮШКЕВИЧА

1

Математики XVII в. передали в наследство своим последователям богатейшие открытия. В ту эпоху заложены были основы новой отрасли математики, разработка которой заняла и до сих пор занимает умы многочисленных ученых. Начиная с Кеплера и Кавальери, впервые после перерыва в 1800 лет применивших в геометрии идеи бесконечного, продолжая работами Ферма, Декарта, Паскаля, Торичелли, Валлиса, Барроу и многих других, математические исследования направляются по новому руслу. Первоначальное завершение неустанной деятельности этих пионеров бесконечного было дано в конце XVII в. Ньютоном и Лейбницем.

Здесь нет необходимости останавливаться на практических результатах, полученных в области математики этими гениальными учеными. Достаточно напомнить, что они и их ближайшие ученики и товарищи — особенно братья Бернулли — в той или иной форме выковывают понятия производной, диференциала и интеграла, вычисляют их для простейших выражений и функций, дают разложения функций в ряды и применяют найденные ими алгорифмы к решению геометрических, механических, астрономических и оптических задач. Стоит, например, перелистать первый печатный курс диференциального исчисления, написанный Лопиталем и вышедший в 1696 г., — и вы найдете там диференциалы произведения, частного, степени и корня, определение касательных и нормалей, ряд интересных задач на maxima и minima, раскрытие неопределенностей и другие основные вещи, встречающиеся в первых главах современных учебников, — хотя, с другой стороны, ряд элементарных разделов там отсутствует[1]. А в первой книге по интегральному исчислению приводятся способы вычисления разнообразных интегралов, квадратуры площадей, спрямление кривых линий, простейшие диференциальные уравнения, соприкасающиеся круги, обвертки и ряд механических и оптических приложений[2].

Новые методы применения идеи бесконечного сразу же получили широкое распространение. Ими, разумеется, не легко было овладеть, но тот, кто уже усвоил их, получал ключ к сокровищнице, полной неисчерпаемого богатства новых открытий. Характернейшими отличиями алгорифмов Лейбница и Ньютона от замененных ими старых приемов были их глубокая систематичность, удобная символика и сравни-

---

[1] Analyse des infiniment petits, par M. le Marquis de l'Hospital. Талантливый математик, Лопиталь обучался у Иоганна Бернулли-младшего. Его «Анализ» в значительной части заимствован из рукописного курса его учителя, недавно лишь обнаруженного среди манускриптов Базельской университетской библиотеки. Эта рукопись опубликована на немецком языке в серии классиков Оствальда (Joh. Bernoulli, Die Differentialrechnung, «Ostw. Klassiker», № 211). Лопиталь сам указывает, что очень многим обязан братьям Бернулли и Лейбницу, не говоря, однако, чем именно.

[2] Joh. Bernoulli, Lectiones mathematicae de methodo integralium и т. д. (Выдержки из этого труда опубликованы на немецком языке под названием: Die erste Integralrechnung, «Ostw. Klassiker», № 194.) Изданные только в 1742 г., эти лекции были написаны в 90-х годах XVII в.

тельно легкая выполнимость действий. На первых порах эти методы позволяли чуть ли не механически изобретать новые теоремы и решать новые задачи из числа более простых и находящихся, так сказать, на поверхности математики. Это обстоятельство и наряду с ним значительные научно-практические приложения диференциального и интегрального исчислений, естественно стимулировали ученых безустарно рваться вперед в погоне за очередными достижениями. Математика XVIII в. отличается поэтому исключительной быстротой развития, кипучестью оригинальных идей и изобилием открытий. Этот бурный расцвет практического исчисления бесконечно-малых не сопровождался, однако, вначале интенсивным развитием его логических основ. Упоенные идеей бесконечного и раскрывавшимися благодаря ей необозримыми горизонтами для творческой деятельности, математики XVII и частью XVIII в. не проявляли чрезмерной заботливости по части строгого обоснования применявшихся методов. Разумеется, сказанного нельзя отнести ко всем и не следует понимать абсолютно. Имелись исключения, и, как будет видно, не только индивидуальные. Но огромное большинство, увлеченное эксплоатацией новых идей, не задумывалось над их теоретическим оправданием, стремясь лишь извлечь максимальный непосредственный эффект. Справедливость принципов достаточно подтверждалась в их глазах справедливостью полученных результатов. До кропотливого ли построения системы исходных постулатов было, когда одно блестящее открытие следовало за другим, а механика ставила перед математиками все новые и новые задачи! Не было и достаточных данных для успешности такого построения, которое является лишь второй стадией в истории науки, следующей за «первоначальным накоплением» материала.

Если обратиться к высказываниям ученых того времени и рассмотреть способы их доказательств, то очевидным станет факт, что в течение ряда десятилетий дело с обоснованием анализа обстояло в целом неблагополучно.

2

Как известно, математики XVIII в. разделились на две крупные школы. Англичане долгое время, до 20—30-х годов прошлого столетия, придерживались, в общем, ньютонова метода флюксий и пределов. Символика же и основные понятия ученых континента принадлежали Лейбницу и братьям Бернулли. Лишь в середине XVIII в., в эпоху великой энциклопедии, некоторые идеи Ньютона проникают во Францию. Изложение воззрений этих двух школ следует поэтому дать отдельно.

Анализ школы Лейбница — это в первую очередь наука о бесконечном и даже о бесконечностях[1]. «Обыкновенный анализ, — пишет Лопиталь, — имеет дело только с конечными величинами; излагаемый же в этой книге проникает в самую бесконечность. Он сравнивает между собой бесконечно малые разности конечных величин, он находит отношения этих разностей и тем самым позволяет открыть отношения величин конечных, которые в сравнении с бесконечно малыми сами как бы являются бесконечными. Можно сказать даже, что этот анализ выходит за пределы бесконечного, ибо он не ограничивается бесконечно малыми разностями, а определяет отношения разностей этих разностей, отношения третьих, четвертых разностей, и т. д., не останавливаясь при этом нигде. Таким образом он обнимает не только бесконечность, но и бесконечность бесконечности или бесконечность бесконечностей»[2].

Что собой представляют бесконечность и бесконечно-малое, Лопиталь не объясняет. Для него — это достаточно ясные

---

[1] Для изложения концепции школы Лейбница я выбрал книгу Лопиталя, отражающую взгляды этой группы не хуже, чем несистематизированные высказывания самого Лейбница; впрочем, параллельно я привожу и собственные высказывания Лейбница.

[2] «Analyse des infiniment petits», 3-е издание 1768 г., стр. XVII—XVIII. Бесконечно малая разность — это диференциал.

понятия, так же как и бесконечность бесконечности и бесконечно малая разность бесконечно малой разности [1]. Лопиталь и не задерживается на них, а пишет: «Только такого рода анализ позволяет понять истинные принципы кривых, ибо кривые линии суть не что иное, как многоугольники с бесконечным количеством сторон». «И, собственно говоря, — продолжает он, — вписанные или описанные вокруг кривых многоугольники, сливающиеся с кривыми при бесконечном увеличении числа их сторон, всегда принимались за самые кривые» [2].

Из приведенной цитаты можно усмотреть вторую существенную черту анализа лейбницианцев. Кривая, оказывается, совпадает с некоторым многоугольником, стороны которого, хотя и бесконечно малые, но все же прямые. Это предложение имело исключительное значение для тогдашнего исчисления бесконечно-малых (да не утратило его и теперь). И Лопиталь, излагая в первой главе своей книги основные определения и идеи, в качестве одного из двух постулатов (demande) выставляет следующий: «Требуется, чтобы кривую линию можно было рассматривать как совокупность бесконечного числа бесконечно малых прямых или (что то же самое) как многоугольник с бесконечным числом бесконечно

---

[1] У самого Лейбница можно найти, например, такие слова: «Я рассматриваю инфинитезимальные величины не как ничто, ни даже как строгие бесконечно-малые (в смысле неделимых. — *А. Ю.*), а как несравнимо (incomparablement) или неопределенно (indefiniment) малые, меньшие, чем величины, разностью которых они служат, более чем на какую-либо данную, или указанную (assignable) величину. В результате этого ошибка (при вычислениях.—*А. Ю.*) будет меньше любой указанной (assignable) ошибки и, следовательно, она будет равна нулю» (в письме к Турнемиру от 28 октября 1714 г.). Не слишком ясное определение и совсем неясное умозаключение. Ведь все же несравнимо малая не есть нуль. Любопытно отметить, что некоторые ученые, например Ньювентиит (Nieuwentijt, в 1694 г.), принимая бесконечно-малые первого порядка, отвергали все же бесконечно-малые высших порядков

[2] «Analyse des infiniment petits», стр. XVIII.

малых сторон, определяющих образуемыми ими углами кривизну линий». При этом допущении бесконечно малые криволинейные треугольники также будут приниматься за прямолинейные, касательные окажутся продолжением сторон многоугольника, составляющего кривую, т. е. секущими, и т. д.[1].

Постулат замены отрезка кривой прямолинейным отрезком тесно связан с другим общим принципом анализа, согласно которому конечная величина a в сумме с бесконечно малой α остается равной себе самой, т. е. согласно которому $a + \alpha = a$. Этот принцип выражен у Лопиталя в следующем постулате: «Требуется, чтобы любую из двух величин, отличающихся лишь на бесконечно малую величину, можно было принимать без различия за другую или (что то же самое) чтобы величина, увеличенная или уменьшенная на другую бесконечно малую величину, могла быть рассматриваема как неизменившаяся»[2].

---

[1] Там же, стр. 3. Эти положения Лопиталя почти дословно совпадают с тем, что говорится у Лейбница: «...найти касательную — то же, что провести прямую, соединяющую две бесконечно близкие точки кривой, или же прямую, являющуюся продолженной стороной бесконечноугольного многоугольника, эквивалентного для нас этой кривой» (из «Nova methodus etc.», статьи от 1684 г.). Представление об элементе кривой как о прямом отрезке имеется у Лейбница с начала его математической карьеры. Изучая Паскаля, Лейбниц встретился у него с треугольником из малой дуги кривой и отрезков, параллельных, как сказали бы мы, осям координат. Этот бесконечно малый криволинейный треугольник Лейбниц рассматривал как прямолинейный и назвал его «характеристическим», так как он служит характеристическим элементом кривой. Сравнение этого бесконечно малого, не могущего быть указанным (inassignable) треугольника с подобным ему треугольником, составленным отрезками касательной, подкасательной и ординатой, позволяет, как известно, решать многообразные задачи.

[2] Там же, стр. 2—3. У И. Бернулли эта мысль высказана еще резче: «Величина, увеличенная или уменьшенная на бесконечно малую величину, не увеличивается и не уменьшается» (Die Differentialrechnung, стр. 11).