Мак-Шейн Рудольф

Система быстрого счета по Трахтенбергу

Москва
«Книга по Требованию»

УДК 51
ББК 22.1
М15

Мак-Шейн Рудольф

М15 Система быстрого счета по Трахтенбергу / Мак-Шейн Рудольф – М.: Книга по Требованию, 2024. – 134 с.

ISBN 978-5-458-23993-6

Предлагаемая вниманию читателя книга посвящена получившей широкую известность в ряде стран «системе быстрого счета», разработанной проф. Я. Трахтенбергом, своего рода «математической стенографии», призванной облегчить, рационализировать и обеспечить большую надежность, как практическим вычислениям, так и обучению им в школе.

Книга выдержала большое количество изданий на немецком и английском языках в Швейцарии, Великобритании, США и других странах. При переводе ее на русский язык (с английского издания 1963 г.) были опущены многочисленные повторения, длинноты ине относящиеся к сути дела комментарии, носящие местами несколько рекламный характер. В то же время никаких попыток изменить систему изложения, как таковую, не делалось, хотя она далека от совершенства; особенно это относится к «теоретическим основаниям» метода и авторским характеристикам излагаемой системы.

ISBN 978-5-458-23993-6

Эта книга является репринтом оригинала, который мы создали специально для Вас, используя запатентованные технологии производства репринтных книг и печати по требованию.

Сначала мы отсканировали каждую страницу оригинала этой редкой книги на профессиональном оборудовании. Затем с помощью специально разработанных программ мы произвели очистку изображения от пятен, клякс, перегибов и попытались отбелить и выровнять каждую страницу книги. К сожалению, некоторые страницы нельзя вернуть в изначальное состояние, и если их было трудно читать в оригинале, то даже при цифровой реставрации их невозможно улучшить.

Разумеется, автоматизированная программная обработка репринтных книг – не самое лучшее решение для восстановления текста в его первозданном виде, однако, наша цель – вернуть читателю точную копию книги, которой может быть несколько веков.

Поэтому мы предупреждаем о возможных погрешностях восстановленного репринтного издания. В издании могут отсутствовать одна или несколько страниц текста, могут встретиться невыводимые пятна и кляксы, надписи на полях или подчеркивания в тексте, нечитаемые фрагменты текста или загибы страниц. Покупать или не покупать подобные издания – решать Вам, мы же делаем все возможное, чтобы редкие и ценные книги, еще недавно утраченные и несправедливо забытые, вновь стали доступными для всех читателей.

Серия Книжный Ренессанс
www.samizday.ru/reprint

ПРЕДИСЛОВИЕ

Настоящая книга представляет собой первое печатное изложение «системы быстрого счета» — совокупности методов быстрых и рациональных вычислений, разработанных покойным руководителем Цюрихского математического института профессором Яковом Трахтенбергом. (В тех немногих случаях, когда в изложение системы Трахтенберга мы сочли целесообразным включить некоторые известные ранее приемы, это обстоятельство каждый раз специально оговаривается.)

Профессор Трахтенберг был человеком замечательным и многогранно одаренным. Родился он в Одессе в 1888 г. По образованию — инженер (окончив с отличием Петербургский горный институт, он был главным инженером Обуховского судостроительного завода). Убежденный пацифист, Трахтенберг отдавал много сил пропаганде своих взглядов и в России, и в Германии, где он жил с 1919 г., а затем в Австрии, куда он бежал после прихода к власти Гитлера. Интересы его были чрезвычайно разнообразны. Так, ему принадлежит оригинальный метод преподавания иностранных языков, нашедший признание и широкое распространение в Германии.

После аншлюса для Трахтенберга наступил семилетний период пребывания в тюрьмах и лагерях. Он был арестован фашистами и заключен в концентрационный лагерь. С помощью жены ему удалось бежать в Югославию. Но гестаповцы вскоре настигли его и там. Находясь в страшных, нечеловеческих условиях, Трахтенберг, стремясь сохранить здоровый дух и психику, всецело ушел в замкнутый мир чисел. «Система быстрого счета» — плод его размышлений за эти страшные годы.

Когда в 1944 г. стало известно о его предстоящей казни, его верный друг — жена сумела еще раз спасти его. Она добилась перевода мужа в Лейпциг и там снова организовала побег. И хотя вскоре он был снова арестован и отправлен на каменоломню в Триест, самое тяжелое осталось позади. Последний побег — и супруги Трахтенберг в Швейцарии.

В конце 40-х годов Трахтенберг организовал в Цюрихе свой Математический институт — единственное в своем роде учебное заведение, где дети и взрослые учились и переучивались считать по его методу, и по единодушному признанию успехи были поразительны.

Суть приемов, разработанных профессором Трахтенбергом, очень проста. Но конечно, как на всякое новое дело, на усвоение их (особенно когда речь идет о взрослых людях, которым приходится, переучиваясь, отказываться от прежних привычек) требуется и время, и известное напряжение.

С помощью своего метода Трахтенбергу удалось научить многих детей, ранее считавшихся умственно отсталыми (во всяком случае, по части математики), превосходно, быстро и надежно вычислять. Более того, обнаружилось, что у этих детей (как, впрочем, и у всех учеников Трахтенберга) увлечение легкостью и простотой его «волшебных» приемов неизменно перерастало в интерес к математике и к учению вообще.

Система Трахтенберга уже оказала свое влияние не только на школьное преподавание, но и на практику банковских расчетов, причем не только в Швейцарии. Специалисты предсказывают ей большую будущность.

Мы надеемся, что читатель сможет из изложенного ниже усвоить систему Трахтенберга и оценить ее по достоинству.

Глава первая

НУЖНА ЛИ ТАБЛИЦА УМНОЖЕНИЯ?

В предисловии мы уже обсудили цели метода Трахтенберга. Перейдем теперь к рассмотрению самого метода. Первый пункт наших занятий — новый способ выполнения основных видов умножения: мы будем умножать, не пользуясь заучиваемой наизусть таблицей умножения. Это не только возможно, но и легко.

Впрочем, необходимо пояснить: мы не против таблицы умножения. Большинство людей знают ее довольно хорошо, даже отлично, за исключением нескольких неясных случаев. Так, восемью семь или шестью девять некоторых слегка смущает, но с меньшими числами, например четырежды пять, легко справляется любой. Мы за то, чтобы пользоваться этими тяжким трудом приобретенными знаниями, и намереваемся даже их закрепить. Несколько ниже мы еще вернемся к этому вопросу. А пока займемся некоторыми видами умножения, не пользуясь таблицей умножения.

УМНОЖЕНИЕ НА ОДИННАДЦАТЬ

Основные правила умножения на 11 заключаются в следующем:

1. *Последняя цифра множимого (число, которое умножается) записывается как самая правая цифра результата.*

2. *Каждая следующая цифра множимого складывается со своим правым соседом и записывается в результат.*

3. *Первая цифра множимого становится самой левой цифрой результата. Это последний шаг.*

По системе Трахтенберга вы пишите результат, по одной цифре справа налево, точно так, как вы это делали ранее. Рассмотрим следующую простую задачу: 633 умножить на 11:

$$\underline{633} \times 11$$

Ответ пишется под 633, по одной цифре справа налево, как указано в правилах. Звездочки над множимым в нашем примере показывают цифры, используемые в каждом шаге при решении примера. Приступим к решению примера.

Первое правило

Напишите последнюю цифру числа 633 в качестве правой цифры результата:

$$\begin{array}{r} 63\overset{*}{3} \times 11 \\ \hline 3 \end{array}$$

Второе правило

Каждая последующая цифра числа 633 складывается со своим правым соседом и записывается в результат. $3 + 3$, будет 6. Перед 3 записываем в результате 6:

$$\begin{array}{r} 6\overset{*}{3}\overset{*}{3} \times 11 \\ \hline 63 \end{array}$$

Применим правило еще раз:

$6 + 3$ будет 9. Записываем и эту цифру в результате:

$$\begin{array}{r} \overset{*}{6}\overset{*}{3}3 \times 11 \\ \hline 963 \end{array}$$

Третье правило

Первая цифра числа 633, т. е. 6, становится левой цифрой результата:

$$\begin{array}{r} \overset{*}{6}\ 3\ 3 \times 1\ 1 \\ \hline 6\ 9\ 6\ 3 \end{array}$$

О т в е т: 6963.

Большие числа обрабатываются таким же способом. Второе правило («каждая последующая цифра множимого складывается со своим правым соседом») в нашем примере применено дважды; при больших числах это правило может быть применено многократно.

Рассмотрим такой пример: 721 324 умножить на 11:

$$7\ 2\ 1\ 3\ 2\ 4 \times 11$$

Первое правило

Последняя цифра множимого 721 324 пишется в качестве правой цифры результата:

$$\begin{array}{r} 7\ 2\ 1\ 3\ 2\ \overset{*}{4} \times 1\ 1 \\ \hline 4 \end{array}$$

Второе правило

Каждая последующая цифра числа 721 324 складывается со своим соседом справа и записывается в результат. Применим это правило пять раз:

$$\begin{array}{r} 7\ 2\ 1\ 3\ \overset{*}{2}\ \overset{*}{4} \\ \hline 6\ 4 \end{array} \times\ 1\ 1$$

2 плюс 4, будет 6.

$$\begin{array}{r} 7\ 2\ 1\ \overset{*}{3}\ \overset{*}{2}\ 4 \\ \hline 5\ 6\ 4 \end{array} \times\ 1\ 1$$

3 плюс 2, будет 5.

$$\begin{array}{r} 7\ 2\ \overset{*}{1}\ \overset{*}{3}\ 2\ 4 \\ \hline 4\ 5\ 6\ 4 \end{array} \times\ 1\ 1$$

1 плюс 3, будет 4.

$$\begin{array}{r} 7\ \overset{*}{2}\ \overset{*}{1}\ 3\ 2\ 4 \\ \hline 3\ 4\ 5\ 6\ 4 \end{array} \times\ 1\ 1$$

2 плюс 1, будет 3.

$$\begin{array}{r} \overset{*}{7}\ \overset{*}{2}\ 1\ 3\ 2\ 4 \\ \hline 9\ 3\ 4\ 5\ 6\ 4 \end{array} \times\ 1\ 1$$

7 плюс 2, будет 9.

Третье правило

Первая цифра числа 721 324 становится левой цифрой результата:

$$\begin{array}{r} \overset{*}{7}\ 2\ 1\ 3\ 2\ 4 \\ \hline 7\ 9\ 3\ 4\ 5\ 6\ 4 \end{array} \times\ 1\ 1$$

Ответ: 7 934 564.

Как видите, каждая цифра данного числа использована дважды. Первый раз она использована как «цифра», а в следующем шаге как «сосед». В приведенном выше примере цифра 1 (во множимом) была «цифрой», когда она дала 4 в результате, но когда при следующем шаге она участвовала в образовании 3, она была «соседом»:

$$\begin{array}{r} 7\ 2\ \overset{*}{1}\ \overset{*}{3}\ 2\ 4 \\ \hline 4\ \ \ \ \ \ \ \ \ \end{array} \times\ 1\ 1 \qquad \begin{array}{r} 7\ \overset{*}{2}\ \overset{*}{1}\ 3\ 2\ 4 \\ \hline 3\ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \end{array} \times\ 1\ 1$$

Мы можем вместо трех правил пользоваться только одним, а именно вторым — правилом «прибавьте соседа», если будем применять его следующим образом. Сначала мы должны перед данным числом написать нуль или по крайней мере представить себе, что там находится нуль. Затем мы применяем идею «прибавления соседа» поочередно к каждой цифре данного числа:

0 6 3 3 × 1 1

3 *«Соседа» нет, следовательно, мы ничего не прибавляем.*

0 6 3 3 × 1 1

9 6 3 *Как ранее.*

0 6 3 3 × 1 1

6 9 6 3 *Нуль плюс 6, будет 6.*

Этот пример показывает, для чего нам нужен нуль перед множимым. Он должен нам напоминать о том, что действие еще не закончено. Без нуля в начале числа мы могли бы забыть написать последнюю цифру и думать, что ответ равен только 963. Ответ длиннее данного числа на одну цифру, и нуль в начале указывает на это.

Попробуйте сами решить задачу: 441 362 × 11 (записав ее в надлежащей форме).

Если вы начнете с 2 и будете, двигаясь влево, каждый раз прибавлять «соседа», то получите правильный ответ:

4 854 982.

Иногда при сложении числа с его «соседом» в ответе получается число, состоящее из двух цифр, так, 5 и 8 дают 13. В этом случае вы пишете 3 и, как обычно, «переносите» 1. Однако, применяя метод Трахтенберга, вам никогда не придется переносить чисел, больших, чем 2. Это очень облегчает решение сложных задач. (При переносе единицы достаточно поставить точку, в тех редких случаях, когда переносится двойка, — две точки.)

0 1 7 5 4 × 1 1

1 9 ·2 9 4 *2—это 12 от сложения 7 и 5.*

Попробуйте сами решить следующую задачу:

0 7 1 5 6 2 4 × 11.

В том случае, когда в длинном числе, начинающемся с цифры 9, следующая цифра также велика, скажем 8, как в числе 98 834, мы можем при последнем шаге получить 10. Например:

9 8 8 3 4 × 1 1

1 0 ·8 ·7 ·1 7 4

УМНОЖЕНИЕ НА ДВЕНАДЦАТЬ

Правило умножения на 12 заключается в следующем:

Нужно удваивать поочередно каждую цифру и прибавлять к ней ее «соседа».

В отличие от умножения на 11, теперь каждую цифру удваивают, прежде чем прибавлять к ней «соседа». Рассмотрим это на примере. Умножим 413 на 12.

Первый шаг.

$$\begin{array}{r} 0\,4\,1\,\overset{*}{3} \\ \hline 6 \end{array} \quad \times \quad 1\,2$$

Удваиваем самую правую цифру и под ней пишем ответ («соседа» нет).

Второй шаг.

$$\begin{array}{r} 0\,4\,\overset{*}{1}\,\overset{*}{3} \\ \hline 5\,6 \end{array} \quad \times \quad 1\,2$$

Удваиваем 1 и прибавляем 3.

Третий шаг.

$$\begin{array}{r} 0\,\overset{*}{4}\,\overset{*}{1}\,3 \\ \hline 9\,5\,6 \end{array} \quad \times \quad 1\,2$$

Удваиваем 4 и прибавляем 1.

Последний шаг.

$$\begin{array}{r} \overset{*}{0}\,\overset{*}{4}\,1\,3 \\ \hline 4\,9\,5\,6 \end{array} \quad \times \quad 1\,2$$

Удвоенный нуль есть нуль, прибавляем 4.

Ответ: 4 956.

Проделав это самостоятельно, вы убедитесь, что действие производится очень быстро и легко.

Умножим 63 247 на 12. Напишите цифры множимого через интервал и каждую цифру результата пишите точно под той цифрой числа 63 247, из которой она образовалась. Такой порядок нужен не только ради красоты, он ценен тем, что гарантирует от ошибок. При данном методе умножения это особенно важно еще и потому, что так удобнее распознавать цифру и «соседа».

Свободное место для следующей цифры ответа находится прямо под цифрой (в этом примере — под цифрой, которая должна быть удвоена). Цифра рядом справа — «сосед», который должен быть прибавлен:

$$\begin{array}{r} 0\,6\,3\,2\,4\,\overset{*}{7} \\ \hline \cdot 4 \end{array} \quad \times \quad 1\,2$$

Дважды 7, будет 14; переносим 1.

$$\begin{array}{r} 0\,6\,3\,2\,\overset{*}{4}\,\overset{*}{7} \\ \hline \cdot 6\,\cdot 4 \end{array} \quad \times \quad 1\,2$$

Дважды ! плюс 7 плюс 1, будет 16; переносим 1.

$$\begin{array}{r} 0\,6\,3\,\overset{*}{2}\,\overset{*}{4}\,7 \\ \hline 9\,\cdot 6\,\cdot 4 \end{array} \quad \times \quad 1\,2$$

Дважды 2 плюс 4 плюс 1, будет 9.

Следующий шаг напишите сами.

Окончательно:

$$\underline{0\;6\;3\;2\;4\;7} \quad \times \quad 1\;2$$
$$7{\cdot}5\;8\;9{\cdot}6{\cdot}4$$

При умножении на 5,6 и 7 используется идея деления цифры «пополам». Мы берем слово «пополам» в кавычки, так как дроби, которые могут при этом встретиться, мы отбрасываем. Так, «половина» от 5 у нас 2. В действительности она равна $2\,{}^1/_2$, но дроби мы в расчет не берем. Так, «половина» от 3 равна 1, а «половина» от 1 равна нулю. Разумеется, половина от 4 равна 2. Этот шаг делается непосредственно. Мы не говорим про себя: «Половина от 4 будет 2»— или что-либо подобное. Мы смотрим на 4 и говорим «2». Попробуйте это проделать со следующими цифрами:

2, 6, 4, 5, 8, 7, 2, 9, 4, 3, 0, 7, 6, 8, 5, 9, 3, 6, 1.

Отличительная особенность нечетных цифр (1, 3, 5, 7 и 9) состоит в том, что при делении их «пополам» мы отбрасываем дроби. Четные цифры (0, 2, 4, 6 и 8) дают обычный результат.

УМНОЖЕНИЕ НА ШЕСТЬ

Рассмотрим подробнее умножение на 6. Приводим часть правил умножения на 6:

Прибавить к каждой цифре «половину» «соседа».

Допустим временно, что это все, что нам необходимо знать об умножении на 6, и решим следующую задачу:

$$\underline{0\;6\;2\;2\;0\;8\;4} \times 6$$

Первый шаг. 4 является правой цифрой данного числа, и, так как «соседа» у нее нет, прибавлять нечего:

$$\underline{0\;6\;2\;2\;0\;8\;\overset{*}{4}} \quad \times \quad 6$$
$$4$$

Второй шаг. Вторая цифра 8, ее «сосед» 4.

Мы берем 8, прибавляем половину 4 (2) и получаем 10:

$$\underline{0\;6\;2\;2\;0\;\overset{*}{8}\;\overset{*}{4}} \quad \times \quad 6$$
$${\cdot}0\;4$$

Третий шаг. Следующая цифра нуль. Мы прибавляем к ней половину «соседа» — 8; 0 + 4, будет 4, плюс перенос (1):

$$\underline{0\;6\;2\;2\;\overset{*}{0}\;\overset{*}{8}\;4} \quad \times \quad 6$$
$$5{\cdot}0\;4$$

Остальные шаги проделайте сами. Окончательно:

$$\underline{0\;6\;2\;2\;0\;8\;4}\;\times\;6$$
$$3\;7\;3\;2\;5\,{}^{\cdot}0\;4$$

Проделайте теперь самостоятельно следующие примеры, и вы убедитесь, как это просто:

$$\underline{0\;4\;4\;0\;4}\;\times\;6$$
$$\underline{0\;2\;8\;6\;8\;8\;4\;2\;4}\;\times\;6$$

О т в е т к первой задаче: 26 424, ко второй: 172 130 544.

Приведем теперь полное правило умножения на 6:

Прибавьте к каждой цифре половину «соседа» и еще 5 в том случае, если цифра нечетная.

Является ли «сосед» четным или нечетным — никакой роли не играет. Мы смотрим только на «цифру»: если она четная, прибавляем к ней половину «соседа», если нечетная, то, кроме «половины» «соседа», прибавляем еще 5. Например:

$$0\;4\;4\;3\;0\;5\;2\times 6$$

Цифры 3 и 5 — нечетные. Поэтому, обрабатывая 3 и 5, мы дополнительно должны прибавить 5 только потому, что они нечетные. Это происходит следующим образом:

П е р в ы й ш а г.

$$\underline{0\;4\;4\;3\;0\;5\;\overset{*}{2}}\;\times\;6$$
$$2$$

2—четная и не имеет «соседа»; напишем ее снизу.

В т о р о й ш а г.

$$\underline{0\;4\;4\;3\;0\;\overset{*}{5}\;\overset{*}{2}}\;\times\;6$$
$${}^{\cdot}1\;2$$

5—нечетная; 5 плюс 5 плюс половина от 2, будет 11.

Т р е т и й ш а г.

$$\underline{0\;4\;4\;3\;\overset{*}{0}\;\overset{*}{5}\;2}\;\times\;6$$
$$3\,{}^{\cdot}1\;2$$

«Половина» от 5, будет 2; затем прибавим перенос.

Ч е т в е р т ы й ш а г.

$$\underline{0\;4\;4\;\overset{*}{3}\;\overset{*}{0}\;5\;2}\;\times\;6$$
$$8\;3\,{}^{\cdot}1\;2$$

3—нечетная; 3 плюс 5, будет 8.

П я т ы й ш а г.

$$\frac{0\,4\,\dot{\dot{4}}\,\dot{3}\,0\,5\,2}{5\,8\,3\cdot 1\,2} \times 6$$

4 плюс «половина» от 3.

Ш е с т о й ш а г.

$$\frac{0\,\dot{4}\,\dot{4}\,3\,0\,5\,2}{6\,5\,8\,3\cdot 1\,2} \times 6$$

4 плюс половина от 4.

П о с л е д н и й ш а г.

$$\frac{0\,4\,4\,3\,0\,5\,2}{2\,6\,5\,8\,3\cdot 1\,2} \times 6$$

Нуль плюс половина от 4.

О т в е т: 2 658 312.

Разумеется, все эти объяснения приводятся здесь только для большей ясности, поскольку метод излагается впервые. При практическом применении метода это делается быстро, так как шаг прибавления «соседа» очень прост. Достаточно нескольких упражнений, и он выполняется автоматически, без всяких предварительных рассуждений.

Более ясно вы это увидите, когда самостоятельно решите следующие две задачи:

$$\underline{0\,8\,2\,3\,4} \times 6$$

$$\underline{0\,6\,2\,5\,0\,1\,8\,8} \times 6$$

О т в е т к первой задаче: 49 404, ко второй: 37 501 128.

Числа, которые мы умножали на 6, были длинными. А будет ли работать метод, если мы попытаемся умножать на шесть однозначные числа, например 6 на 6? Да, и даже не потребуется никаких изменений. Попробуем умножить 8 на 6, применив тот же способ:

$$\frac{0\,8}{8} \times 6$$

«Соседа» нет; пишем просто 8.

$$\frac{0\,8}{4\,8} \times 6$$

Нуль плюс половина от 8, будет 4.

Когда множимое нечетное, например 7, то при первом шаге мы должны прибавить 5. Разумеется, мы ее не прибавляем при втором шаге, так как нуль мы рассматриваем как четное число:

$$\frac{0\,7}{\cdot 2} \times 6$$

7 плюс 5, будет 12.

$$\frac{0\,7}{4\cdot 2} \times 6$$

Нуль плюс «половина» от 7 плюс перенесенная 1.