Л.Д. Гольдштейн, Н.В. Зернов

Электромагнитные поля и волны

Москва
«Книга по Требованию»

УДК 030
ББК 92
Л11

Л.Д. Гольдштейн
Л11 Электромагнитные поля и волны / Л.Д. Гольдштейн, Н.В. Зернов – М.: Книга по Требованию, 2012. – 663 с.

ISBN 978-5-458-33954-4

Излагаются основы теории электромагнитного поля. Главное внимание уделяется рассмотрению быстроперемен-ных полей и анализу свойств радиотехнических элементов, теория которых базируется на уравнениях электродинамики (например, волноводов, объемных резонаторов и т. п.). Рассматриваются также вопросы взаимодействия электромагнитного поля с веществом, составляющие теоретическую основу квантовой электроники. Книга предназначена для аспирантов и инженеров, работающих в области прикладной электродинамики, она может быть также использована как учебное пособие для студентов вузов радиотехнических специальностей.

ISBN 978-5-458-33954-4

Эта книга является репринтом оригинала, который мы создали специально для Вас, используя запатентованные технологии производства репринтных книг и печати по требованию.

Сначала мы отсканировали каждую страницу оригинала этой редкой книги на профессиональном оборудовании. Затем с помощью специально разработанных программ мы произвели очистку изображения от пятен, клякс, перегибов и попытались отбелить и выровнять каждую страницу книги. К сожалению, некоторые страницы нельзя вернуть в изначальное состояние, и если их было трудно читать в оригинале, то даже при цифровой реставрации их невозможно улучшить.

Разумеется, автоматизированная программная обработка репринтных книг – не самое лучшее решение для восстановления текста в его первозданном виде, однако, наша цель – вернуть читателю точную копию книги, которой может быть несколько веков.

Поэтому мы предупреждаем о возможных погрешностях восстановленного репринтного издания. В издании могут отсутствовать одна или несколько страниц текста, могут встретиться невыводимые пятна и кляксы, надписи на полях или подчеркивания в тексте, нечитаемые фрагменты текста или загибы страниц. Покупать или не покупать подобные издания – решать Вам, мы же делаем все возможное, чтобы редкие и ценные книги, еще недавно утраченные и несправедливо забытые, вновь стали доступными для всех читателей.

Серия Книжный Ренессанс
www.samizday.ru/reprint

$\overline{L}$ — момент количества движения (*кг·м²/сек*)

P_{mn} — вероятность квантового перехода

p_{mn} — вероятность квантового перехода за единицу времени (*1/сек*)

ω_{mn} — угловая частота квантового перехода (*рад/сек*)

$e_0 = 1{,}60 \cdot 10^{-19}$ *К* — абсолютная величина заряда электрона

$m_0 = 9{,}11 \cdot 10^{-31}$ *кг* — масса электрона

d_{nm} — матричный элемент электрического дипольного момента частицы (*к · м*)

$\overline{M}_{nm}$ — матричный элемент магнитного дипольного момента частицы (*вб.м*)

$\Omega_к$ — ширина частотной характеристики квантового перехода (*рад/сек*)

$k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ *дж/град* — постоянная Больцмана

ГЛАВА I

ОСНОВЫ ТЕОРИИ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ

Все физические величины могут быть разделены на скалярные и векторные. Первые полностью определяются заданием их численной величины, выраженной в некоторой системе единиц. Примерами таких величин являются: масса тела, температура, плотность, мощность, энергия, ток, напряжение и т. д. Примерами векторных величин являются: сила, скорость, плотность потока и т. д. Легко понять, что судить о тех явлениях, которые вызовет действие силы на какое-либо тело, можно только, зная как величину, так и направление этой силы.

Физические величины как векторные, так и скалярные, являясь характеристиками материи или ее проявлений, суть функции пространственных координат и времени. Это записывается так: $a = f(x, y, z, t)$ или $\bar{a} = \bar{f}(x, y, z, t)$, где f — знак функциональной зависимости; a и $\bar{a}$ — соответственно исследуемые скаляр и вектор; x, y, z — пространственные координаты, определяющие положение точки наблюдения, т. е. той точки пространства, в которой рассматривается величина a или $\bar{a}$; t — время.

В случае, когда пространственные координаты фиксированы, мы имеем дело с величинами, являющимися функцией лишь одной переменной — времени t.

Точно так же в отдельных случаях нас могут интересовать только пространственные закономерности, т. е. зависимости рассматриваемых величин a или $\bar{a}$ от трех пространственных координат. Здесь уместно сделать следующее замечание. Пространственные координаты могут быть выбраны различно. Читателю должны быть хорошо известны такие системы координат, как прямоугольная, сферическая, цилиндрическая и т. д. Очевидно, что если a или $\bar{a}$ является физической величиной, то ее значение не должно зависеть от выбора системы координат, другими словами, величина a или $\bar{a}$ должна оставаться неизменной при произвольном выборе системы координат. Величины, не меняющие своего значения при преобразовании координат, называются **инвариантами***). Примерами инвариантов являются такие величины, как объем тела, запас энергии и т. п.

Не все математические величины, вводимые при рассмотрении какого-либо явления, являются инвариантными по отношению к преобразованию координат. Достаточно привести примеры таких величин, как проекция силы на координатные оси, расстояние до начала координат и т. п.

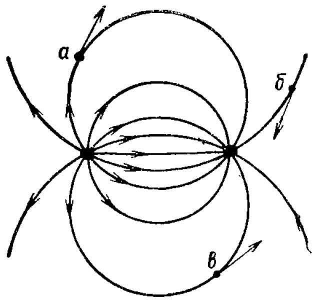

Рис. 1.1. Электрическое поле двух разноименных зарядов.

Инвариантность понятий, более сложных, чем в приведенных выше примерах, не всегда очевидна. Иногда та или иная величина является инвариантной только по отношению к определенным типам преобразования координат.

Все величины, являющиеся функциями положения в пространстве, или, как мы будем часто говорить, функциями точки, могут иметь значения, отличные от нуля в ограниченной части пространства. Эта часть пространства называется полем данной величины. В частности, полем данной величины может быть и все бесконечное мировое пространство.

Очевидно, можно различать поля вектора $\bar{a}$ или векторные поля и поля скаляра a или скалярные поля**). Примеры таких полей известны читателю из курса физики (поле тяготения, электрическое и магнитное поля и др.).

Векторные поля удобно изображать в виде силовых линий. Силовая линия определяется как линия, касательная в каждой точке которой совпадает с направлением вектора в данной точке. Из приведенного определения непосредственно вытекает способ составления уравнения силовой линии.

*) Как следует из теории относительности, физические величины не инвариантны по отношению к преобразованиям пространственных координатных систем, движущихся друг относительно друга. Для сохранения инвариантности, а значит, и физического смысла величин при переходе от условно покоящейся к движущейся системе координат, надо вместе с пространственными координатами преобразовать и отсчет времени.

**) Приведенное выше определение поля не следует отождествлять с понятием о физическом поле, представляющем собой одну из форм материи (см. гл. V).

Пусть a_x, a_y и a_z — проекции вектора поля на координатные оси, а dx, dy, dz — элементы длины ds силовой линии. Тогда, очевидно, $dx/a_x = dy/a_y = dz/a_z$. Интегрируя эту систему дифференциальных уравнений, где a_x, a_y, a_z суть известные функции координат, можно получить аналитическое выражение для уравнения силовой линии.

На рис. 1.1 показан пример изображения векторного поля силовыми линиями. В отдельных точках рисунка показаны направления вектора поля в этих точках.

При построении силового поля удобно характеризовать численное значение вектора в данной точке густотой силовых линий. При этом величину вектора $\bar{a}$ определяют числом силовых линий, приходящихся в данной точке поля на единицу площади, перпендикулярной к силовым линиям.

1. Закон Кулона

В основе электростатики, т. е. теории электричества, находящегося в покое, лежит экспериментальный закон взаимодействия двух наэлектризованных тел.

Количественная формулировка закона взаимодействия двух наэлектризованных тел была опубликована французским ученым Шарлем Августином Кулоном в 1785 году, и этот закон носит его имя. Однако надо иметь в виду, что в действительности закон Кулона представляет собой результат многочисленных экспериментальных исследований, произведенных на протяжении десятилетий целой плеядой ученых. Среди этих ученых особенно большая роль принадлежит величайшему исследователю и мыслителю Михаилу Васильевичу Ломоносову, а также его другу и товарищу Рихману, члену Петербургской Академии наук Эпинусу и др.

«Сыскать подлинную электрической силы причину и составить точную ее теорию» — так 25 ноября 1753 года сформулировал М. В. Ломоносов задачу. Совместно с Рихманом Ломоносов построил первый в мире электроизмерительный прибор — «электрический указатель или электрический гномон», который был описан ими в статье «Об указателе электрическом и его употреблении при опытах электрических как натурою, так и искусством произведенных»*). Только благодаря наличию такого измерительного прибора и других, позднее построенных по его принципу, стало возможным количественно сформулировать так называемый закон Кулона. Не останавливаясь на описании опытов по проверке этого закона, хорошо известных из элементарного курса физики, мы напомним лишь его формулировку.

*) Данилевский В. В. «Русская техника», изд. второе, Лениздат, 1949 г.

Два точечных электрических заряда q_1 и q_2, находящиеся в точках *1* и *2*, взаимодействуют друг с другом с силой, направленной по прямой, соединяющей эти заряды; величина силы взаимодействия пропорциональна величинам зарядов (количеству электричества в каждом из них), обратно пропорциональна квадрату расстояния между зарядами и зависит от свойств среды, в которой они находятся.

Математически закон Кулона записывается в следующем виде:

$$\overline{F}_{12} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon r^3} \overline{r}_{12}; \quad \overline{F}_{21} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon r^3} \overline{r}_{21}, \tag{1.1}$$

где q_1 и q_2 — величины каждого из зарядов; r — расстояние между зарядами, $\overline{r}_{12}$ и $\overline{r}_{21}$ — векторы, численно равные расстоянию r и направленные по прямой, соединяющей заряды: первый — от точки 1 к точке 2, второй — от точки 2 к точке 1; $\overline{F}_{12}$ — есть сила, приложенная ко второму заряду; F_{21} — обратная ей по направлению и равная по величине сила, приложенная к первому заряду. Коэффициент ε учитывает роль среды и носит название диэлектрической проницаемости. Как показывает опыт, во всех средах сила взаимодействия между электрическими зарядами меньше, чем в вакууме, поэтому абсолютную диэлектрическую проницаемость удобно представить в виде произведения двух величин

$$\varepsilon = \varepsilon' \varepsilon_0,$$

где ε_0 — диэлектрическая проницаемость вакуума.

Величина ε_0 получила название электрической постоянной. В системе СИ значение $\varepsilon_0 = \frac{1}{36\pi} 10^{-9}$ *ф/м*. Безразмерная величина ε' носит наименование относительной диэлектрической проницаемости среды. Она показывает, во сколько раз сила взаимодействия между электрическими зарядами в данной среде меньше, чем в вакууме. В табл. 1 приведены значения относительной диэлектрической проницаемости для некоторых веществ, применяемых в радиотехнике.

Свойства среды могут либо изменяться по определенному закону от точки к точке, либо в каждой точке оставаться неизменными. В первом случае диэлектрическая проницаемость является некоторой функцией координат. Подобную среду называют неоднородной. Во втором случае диэлектрическая проницаемость от координат не зависит и о такой среде говорят, что она однородна.

Среды, физические свойства которых в окрестности любой точки одинаковы по всем направлениям, называются изотропными. Диэлектрическая проницаемость изотропных сред — величина скалярная. Наряду с ними, существуют анизотропные среды, рассмотрению которых посвящена гл. VII.

Таблица 1

Вещество	ε′
Вакуум	1
Воздух 0°C	1,0006
Вода дистиллированная	81,1
Бакелит	3—5
Стекло	5—10
Слюда	5—6
Фарфор	5—6,8
Плавленый кварц	3,5—4,1
Микалекс	5,7—5,9
Полистирол	2,5
Тефлон	2,1
Тибар	$\sim 10^4$

2. Напряженность поля

Один или множество зарядов, расположенных произвольным образом в некотором объеме, вызывают в пространстве появление электрического поля. Последнее характеризуется тем, что если мы внесем в некоторую точку пространства пробный «точечный» заряд, то на этот заряд действует сила, равная равнодействующей всех сил, которые он испытывает от всех имеющихся зарядов. Электрическое поле принято характеризовать напряженностью. Под напряженностью электрического поля понимается сила, отнесенная к единице пробного положительного заряда q'. При этом предполагается, что внесение пробного заряда не нарушает взаимного расположения зарядов, создавших поле. Условимся в дальнейшем называть точками истока те точки пространства, в которых находятся источники поля (в случае электрического поля — заряды, создавшие поле), и точками наблюдения — те точки пространства, в которых мы исследуем поле (измеряем напряженность поля, внося пробный заряд). Условимся также считать положительным направлением радиуса-вектора направление вектора от точки истока к точке наблюдения.

Пусть в рассматриваемом пространстве имеется только один точечный заряд q, находящийся в точке истока с координатами x_q, y_q, z_q. Этот точечный заряд создает электрическое поле. Найдем напряженность поля в точке наблюдения a с координатами x_a, y_a, z_a. Для этого мысленно внесем сюда пробный заряд q'. Этот заряд по закону Кулона испытывает силу, равную

$$\overline{F} = \frac{q \cdot q'}{4\pi\varepsilon r^3}\,\overline{r}, \tag{1.2}$$

где

$$r = \sqrt{(x_a - x_q)^2 + (y_a - y_q)^2 + (z_a - z_q)^2}.$$

В соответствии с определением напряженности поля найдем

$$\bar{E} = \frac{\bar{F}}{q'} = \frac{q}{4\pi\varepsilon r^3}\bar{r}. \qquad (1.3)$$

Напряженность поля точечного заряда прямо пропорциональна величине заряда и обратно пропорциональна квадрату расстояния до точки наблюдения. Вектор напряженности поля совпадает с направлением радиуса-вектора, если заряд, создавший поле, положителен и обратен по направлению в случае отрицательного заряда. На рис. 1.2 показаны силовые линии поля для этих двух случаев.

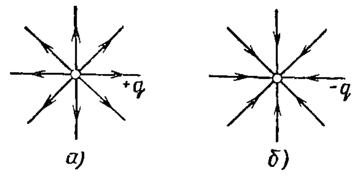

Рис. 1.2. Электрическое поле точечных зарядов $+q$ и $-q$.

Из формулы (1.3) можно сделать заключение, что при приближении точки наблюдения к точке истока напряженность поля возрастает до бесконечности. Однако это неверно. Напряженность поля, как и все иные физические характеристики поля, не может принимать бесконечных значений. Формула (1.3) ограниченно применима лишь для точечного заряда. Понятие точечного заряда условно. Всякий заряд занимает некоторый объем, линейными размерами которого можно пренебрегать и считать их нулевыми, лишь рассматривая поле в отдаленных точках наблюдения. При малых расстояниях от точки истока до точки наблюдения надо учитывать объемный характер распределения заряда. Этот случай мы рассмотрим позднее.

3. Вектор электрической индукции

Из выражения для напряженности электрического поля, приведенного в предыдущем параграфе, следует, что вектор $\bar{D}$, определенный как

$$\bar{D} = \varepsilon\bar{E} \qquad (1.4)$$

или

$$\bar{D} = \frac{q}{4\pi r^3}\bar{r}, \qquad (1.5)$$

не зависит от ε и определяется лишь величиной заряда, создавшего поле, и положением точки наблюдения. В общем случае, когда поле создается не одним точечным зарядом, а совокупностью произвольно расположенных зарядов, вектор $\bar{D}$ будет определяться величинами и взаимным расположением зарядов относительно точки наблюдения. Введение этого вектора позволит нам получить некоторые соотношения, справедливые для любой среды независимо от значения диэлектрической проницаемости.

Вектор $\bar{D}$ носит название вектора электрической индукции. В дальнейшем поле вектора $\bar{D}$ мы также будем изображать при помощи силовых линий. Очевидно, что в однородной изотропной среде силовые линии векторов $\bar{E}$ и $\bar{D}$ совпадают по направлению. Кроме того, диэлектрическую проницаемость большинства сред можно считать величиной постоянной, не зависящей от напряженности электрического поля. В этих средах векторы $\bar{D}$ и $\bar{E}$ пропорциональны по величине [соотношение (1.4) является линейным]. Поэтому подобные среды называются линейными. Исключение составляют лишь некоторые вещества, например сегнетоэлектрики, относящиеся к так называемым нелинейным средам.

Рассмотрим поле точечного заряда и рассчитаем общее количество силовых линий, пронизывающих некоторую сферическую поверхность радиуса r с центром в точке истока. Элементарные площадки этой сферической поверхности во всех точках перпендикулярны направлению векторов $\bar{E}$ и $\bar{D}$. Так как число линий на единицу такой поверхности должно соответствовать численному значению этих векторов, то нетрудно видеть, что общее число линий через сферическую поверхность равно:

для вектора $\bar{D}$

$$N = D 4\pi r^2 = \frac{q}{4\pi r^2} 4\pi r^2 = q,$$

для вектора $\bar{E}$

$$N' = E 4\pi r^2 = \frac{q}{4\pi\varepsilon r^2} 4\pi r^2 = \frac{q}{\varepsilon}.$$

Мы видим, что число силовых линий вектора $\bar{E}$ и линий вектора $\bar{D}$, или линий индукции, не зависит от радиуса сферической поверхности. Отсюда непосредственно вытекает непрерывность этих линий, ибо если бы эти линии прерывались или зарождались где-нибудь помимо точки истока, можно было бы всегда найти такие две сферические поверхности, через которые проходило бы неодинаковое число линий. Нетрудно теперь понять, что результат подсчета силовых линий ввиду их непрерывности не зависит вообще от формы поверхности, и можно утверждать, что через произвольную поверхность, окружающую электрический заряд, проходит одно и то же число линий, равное q для вектора индукции и q/ε для вектора напряженности поля. Если условиться считать положительными линии, выходящие наружу объема, ограниченного поверхностью, и соответственно отрицательными — линии, входящие внутрь объема, то, как это будет показано в § 5, полученный результат обобщается на произвольное число произвольно расположенных зарядов, а именно: число силовых линий индукции, проходящих через произвольную замкнутую поверхность, равно Σq, т. е. алгебраической сумме зарядов, находящихся внутри объема, ограниченного замкнутой поверхностью.

Преимущества введения понятия о векторе индукции выясняются при рассмотрении поля в неоднородных средах. При переходе из среды с одной диэлектрической проницаемостью в среду с другой диэлектрической проницаемостью число линий вектора $\bar{E}$ или силовых линий будет меняться. Таким образом, силовые линии уже не будут непрерывными, они смогут зарождаться не только в точках истока, но и при всяком изменении свойств среды.

В противоположность этому число линий индукции не меняется при переходе из одной среды в другую. Поэтому мы в дальнейшем будем по большей части рассчитывать общее число линий (или так называемый поток линий) индукции.

4. Электрическая поляризация

Как следует из соотношения (1.3), один и тот же заряд в средах с различной диэлектрической проницаемостью создает электрическое поле разной по величине напряженности. Кроме того, из рассуждений § 3 гл. I вытекает, что при переходе из одного вещества в другое (с другой диэлектрической проницаемостью) напряженность электрического поля будет меняться. Все это говорит о том, что характер электростатического поля определенным образом зависит от свойств окружающей среды.

Для выяснения механизма влияния диэлектрической среды на процессы в электростатическом поле рассмотрим молекулярную модель вещества.

Важнейшей отличительной чертой веществ, названных диэлектриками, является отсутствие в них свободных зарядов, т. е. зарядов, способных перемещаться на макроскопические расстояния*) и переносить электрический ток.

Часть твердых, а также все газообразные и жидкие диэлектрики имеют так называемую молекулярную структуру. Каждая молекула этих диэлектриков содержит одинаковое количество положительных и отрицательных зарядов и в целом является электрически нейтральной. Заряды, входящие в состав нейтральных молекул, мы будем называть связанными зарядами.

*) Под макроскопическими будем понимать расстояния, которые велики по сравнению с расстоянием между молекулами.

Необходимо заметить, что некоторые диэлектрики имеют ионную структуру. Они состоят из ионов, закрепленных в узлах кристаллической решетки в определенных положениях равновесия. Однако ионные кристаллические решетки могут быть разбиты на элементарные ячейки, каждая из которых содержит равное число зарядов противоположного знака и является электрически нейтральной.

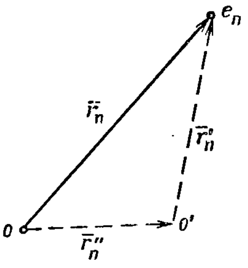

Рис. 1.3. К определению электрического момента молекулы диэлектрика.

Поэтому в дальнейшем будем рассматривать диэлектрики, построенные из нейтральных молекул, имея в виду, что все основные рассуждения можно распространять и на ионные диэлектрики. Только в этом случае под термином «нейтральная молекула» следует подразумевать элементарную ячейку кристалла, а под «связанными зарядами» — ионы, закрепленные в узлах кристаллической решетки.

Под воздействием сил внешнего электрического поля связанные положительные заряды молекул диэлектрика смещаются по направлению вектора $\bar{E}$, а отрицательные — в противоположную сторону. В результате этого молекула деформируется и приобретает электрический момент величиной

$$\bar{d} = \sum_n e_n \bar{r}_n, \tag{1.6}$$

где суммирование производится по всем связанным зарядам молекулы e_n, а $\bar{r}_n$ — радиус-вектор, проведенный к n-му заряду из некоторой произвольной точки 0 (рис. 1.3). Так как система зарядов остается электрически нейтральной, т. е.

$$\sum_n e_n = 0, \tag{1.7}$$

то формула (1.6) однозначно определяет вектор $\bar{d}$ независимо от выбора начальной точки. В самом деле, при перемещении начала отсчета из точки 0 в 0′ на расстояние $\bar{r}''_n$ радиус-вектор n-го заряда относительно новой точки 0′ будет равен

$$\bar{r}'_n = \bar{r}_n - \bar{r}''.$$

В этом случае для электрического момента молекулы имеем

$$\bar{d}' = \sum_n e_n \bar{r}'_n = \sum_n e_n \bar{r}_n - \bar{r}'' \sum_n e_n. \tag{1.8}$$

Формула (1.8) с учетом условия (1.7) совпадает с (1.6), т. е.

$$\bar{d}' = \bar{d}.$$