

Маюров Алексей Иванович

**Вышняя геометрия в
пространствах, или
Приложение анализа к
начертательной геометрии**

**С изложением теории
дефилирования крепостных
строений**

**Москва
«Книга по Требованию»**

УДК 82-3
ББК 84-4
А47

А47 **Алексей Иванович М.**
Вышняя геометрия в пространствах, или Приложение анализа к начертатель-
ной геометрии: С изложением теории дефилирования крепостных строений /
Маюров Алексей Иванович – М.: Книга по Требованию, 2022. – 257 с.

ISBN 978-5-519-95828-8

И.О. Тимковский 1 сентября 1816 г. Посвящение автора Александру I

ISBN 978-5-519-95828-8

© Издание на русском языке, оформление
«YOYO Media», 2022

© Издание на русском языке, оцифровка,
«Книга по Требованию», 2022

Эта книга является репринтом оригинала, который мы создали специально для Вас, используя запатентованные технологии производства репринтных книг и печати по требованию.

Сначала мы отсканировали каждую страницу оригинала этой редкой книги на профессиональном оборудовании. Затем с помощью специально разработанных программ мы произвели очистку изображения от пятен, клякс, перегибов и попытались отбелить и выровнять каждую страницу книги. К сожалению, некоторые страницы нельзя вернуть в изначальное состояние, и если их было трудно читать в оригинале, то даже при цифровой реставрации их невозможно улучшить.

Разумеется, автоматизированная программная обработка репринтных книг – не самое лучшее решение для восстановления текста в его первозданном виде, однако, наша цель – вернуть читателю точную копию книги, которой может быть несколько веков.

Поэтому мы предупреждаем о возможных погрешностях восстановленного репринтного издания. В издании могут отсутствовать одна или несколько страниц текста, могут встретиться невыводимые пятна и кляксы, надписи на полях или подчеркивания в тексте, нечитаемые фрагменты текста или загибы страниц. Покупать или не покупать подобные издания – решать Вам, мы же делаем все возможное, чтобы редкие и ценные книги, еще недавно утраченные и несправедливо забытые, вновь стали доступными для всех читателей.



Серия Книжный Ренессанс

www.samizday.ru/reprint

О Г Л А В Л Е Н І Е

ГЛАВА I.

О точкѣ, линіѣ и плоскости въ пространствахъ.

О плоскостяхъ координатъ, объ уравненіяхъ, изображающихъ точку, прямую линію, перпендикулярныя и параллельныя линіи въ пространствахъ, отъ (7) до (15).

Новый способъ находить уравненіе плоскости въ пространствахъ; о двухъ старыхъ способахъ находить уравненіе вышеозначенной плоскости, отъ (15) до (18).

Объ углѣ двухъ прямыхъ линій въ пространствахъ, — откуда выводятся важныя Тригонометрическія теоремы, отъ (18) до (22).

Объ углѣ двухъ плоскостей въ пространствахъ, о важныхъ теоремахъ, весьма употребительныхъ въ Механикѣ; объ углѣ прямой линіи съ плоскостью; о перпендикулярѣ къ плоскости, и его величинѣ, отъ (22) до (29).

О плоскости проходящей чрезъ данную точку и чрезъ линію въ пространствахъ; о линіѣ параллельной плоскости. О линіѣ перпендикулярной къ двумъ даннымъ линіямъ и о кратчайшемъ разстояніи двухъ линій въ пространствахъ, отъ (29) до (34).

ГЛАВА II.

О перемѣнѣ координатъ въ пространствахъ.

Разсужденіе о перемѣнѣ координатъ; *новой способъ перемѣнять координаты*, откуда получающіяся теоремы достойныя примѣчанія; способъ сей предпочтительнѣе всѣхъ по сіе время извѣстныхъ. Перемѣна координатъ по способамъ великихъ

II

Геометровъ. О полярныхъ координатахъ употребляемыхъ въ Астрономіи и Небесной Механикѣ, отъ (34) до (44).

ГЛАВА III.

О кривыхъ линейхъ и кривыхъ поверхностяхъ втораго порядка, въ пространствахъ.

Разсужденіе о кривыхъ поверхностяхъ въ пространствахъ. О поверхности конуса въ пространствахъ, у коего центръ, уголъ при центрѣ и положеніе оси произвольны, отъ (44) до (49).

Сѣченіе конуса плоскостію въ пространствахъ; различные случаи зависящіе отъ его положенія, которые дають уравненія, изображающія эллипсисъ, Гиперболу и Параболу въ пространствахъ, отъ (49) до (60).

Объ асимптотахъ Гиперболы, объ уравненіи тойже Гиперболы описанной къ асимптотамъ. Разсмотрѣніе прехъ часныхъ случаевъ положенія конуса, отъ (60) до (65).

ГЛАВА IV.

О свойствахъ кривыхъ линей въ пространствахъ.

Уравненіе второй степени о двухъ неопредѣленныхъ величинахъ, полученное изъ разсужденій Механики, Астрономіи и проч. изображаетъ одинъ или нѣсколько случаевъ, о коихъ говорено было, отъ (65) до (66).

Аналитическія свойства вышеозначенныхъ кривыхъ линей. Всѣ почти движенія въ натурѣ происходятъ по симъ линиямъ безъ побочныхъ претяженій и силъ нарушающихъ (perturbatrices). О касательныхъ, нормаляхъ, хордахъ, сопряженныхъ діаметрахъ, о фокусахъ, радіусахъ векторахъ. О начертаніи линей непрерывнымъ движеніемъ; отъ (66) до (87).

III

О полярныхъ уравненіяхъ употребляемыхъ въ Астрономіи; о безконечномъ множествѣ системъ координатъ, къ которымъ кривыя линии будучи описаны, уравненія ихъ сохраняютъ тотъ же видъ. Откуда слѣдуютъ общія достопримѣчательныя теоремы; отъ (87) до (96).

ГЛАВА V.

О кривыхъ поверхностяхъ вообще.

О раздѣленіи кривыхъ поверхностей, о центрѣ, о діаметральныхъ плоскостяхъ. О способѣ узнавать имѣетъ ли поверхность центръ и діаметральныя плоскости или нѣтъ; отъ (96) до (99).

О кривыхъ поверхностяхъ втораго порядка, изъ коихъ однѣ имѣютъ центръ, другія же онаго не имѣютъ. О частныхъ случаяхъ, въ которыхъ уравненія представляютъ мнимыя поверхности, и систему пресѣкающихся линий или плоскостей. Поверхности втораго порядка имѣютъ безчисленное множество сопряженныхъ діаметральныхъ плоскостей. Доказательство, что величины показующія существованіе діаметральныхъ плоскостей суть дѣйствительныя. отъ (99) до (104).

О свойствахъ поверхностей, коихъ центръ находится въ конечномъ пространствѣ. Способъ узнавать сомкнушыи оныя поверхности, или нѣтъ. Объ эллипсоидѣ, гиперболоидѣ обѣ одной полѣ, о гиперболоидѣ о двухъ полкахъ, отъ (104) до (116).

О поверхностяхъ, коихъ центръ удаленъ на безконечное пространство; способъ находить уравненіе, изображающее въ пространствѣхъ оныя поверхности. О параболоидѣ эллиптическомъ, о параболоидѣ гиперболическомъ. Отъ (116) до (120).

IV

О касательныхъ плоскостяхъ къ кривымъ поверхностямъ.

Объ уравненіи изображающемъ касательную поверхность составленную изъ касательныхъ линий. Объ уравненіи изображающемъ касательныя плоскости къ поверхностямъ имѣющимъ и неимѣющимъ центра. Касательная плоскость касается гиперболоида по длинѣ двухъ прямыхъ линий. Отъ (120) до (123).

О касательныхъ къ поверхностямъ плоскостяхъ, проходящихъ чрезъ данную точку; въ семъ случаѣ естъ безчисленное множество точекъ касанія, онѣ составляютъ линію извѣстную въ перспективѣ подъ названіемъ линіи раздѣленія свѣта отъ мрака. О касательныхъ плоскостяхъ, проходящихъ чрезъ данную линію, отъ (123) до (125).

ГЛАВА VI.

О косыхъ поверхностяхъ въ пространствахъ.

Косыя поверхности произраждаются отъ движенія прямой линіи постоянно встрѣчающей при кривыя или двояко кривыя линіи. Общее уравненіе изображающее косыя поверхности. Сія поверхности удобно дѣлится на три порядка. Косыя поверхности перваго порядка изображаются вышеупомянутымъ уравненіемъ; изъ сего очевидно сколько анализъ превосходитъ Теорію общаго разрѣшенія уравненій. отъ (125) до (127).

О косыхъ поверхностяхъ втораго порядка. Гиперболоидъ объ одной полѣ и параболоидъ гиперболической входятъ въ сей классъ. О свойствахъ косыхъ поверхностей втораго порядка. отъ (127) до (132).

О косыхъ поверхностяхъ третьяго порядка. Поверхности, извѣстныя подъ именемъ коноидовъ суть частные случаи оныхъ. О поверхности обвивающейся лѣсницы. отъ (132) до (134).

V

О касательныхъ плоскостяхъ къ косымъ поверхностямъ.

О новомъ способѣ проводить касательную плоскость къ косымъ поверхностямъ перваго порядка. О касательныхъ плоскостяхъ къ поверхностямъ втораго порядка. Аналитической способъ проводить касательную плоскость къ косой поверхности. Нѣкоторыя достопримѣчательныя свойства коноида. Опъ (134) до (138).

Приложеніе поверхностейъ къ военному искусству, объ искусствѣ дефилировать. О дефилированіи вала двумя высота-ми окружаемаго; о дефилированіи каменной одежды. Опъ (138) до (141).

П Р И В А В Л Е Н І Е .

Содержащее въ себѣ новой способъ дефилированія крѣпостныхъ стрѣній.

Разсужденіе о искусствѣ дефилировать крѣпостныя стрѣнія, опъ (141) до (146).

1й Случай, положеніе крѣпостнаго строенія дано, а высота и фигура валанга и бруствера осяются произвольными. опъ (146) до (149).

2й Случай, когда возвышеніе валанга и бруствера даны, а направленія оныхъ осяются произвольными. опъ (149) до (153).

3й Случай, когда высота и направленіе валанга и бруствера даны, требуется узнать дѣйствія вѣшнихъ пространствъ. опъ (153) до (157).

Способъ какъ опредѣлять количество насыпи или сѣмъ земли, для каждой точки крѣпостнаго строенія черпеза и высоты данныхъ, и долженствующихъ спаять на кривой или косой поверхности.

VI

1 я Ноша *новой способъ* происхожденія поверхностей; о поверхностяхъ трубъ и водопроводовъ; *о двухъ новыхъ* поверхностяхъ. О параболоидъ прямомъ и Гиперboloидъ прямомъ.

2 я Ноша, о поверхностяхъ цилиндрическихъ и коническихъ и о приложеніи оныхъ въ перспективѣ.



ГЕОМЕТРИЯ ВЪ ПРОСТРАНСТВАХЪ

ИЛИ

ПРИЛОЖЕНИЕ АЛГЕБРАИЧЕСКАГО АНАЛИЗА КЪ НАЧЕРТАТЕЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ.

ГЛАВА I.

О точкѣ, линіи и плоскости въ пространствѣ.

1. Мы видѣли въ приложеніи Алгебры къ Геометріи, что для опредѣленія положенія точки на плоскости, надлежитъ представить себѣ двѣ неподвижныя оси, взаимно пересѣкающіяся, къ которымъ бы положеніе точки отнести можно было. Мы видѣли также, что фигура кривыхъ линій, описываемая и начертанія оныхъ опредѣляемы были отношеніемъ какой нибудь ея точки къ вышеозначеннымъ неподвижнымъ осямъ, а именно: взявъ какое нибудь разстояніе отъ точки пересѣченія осей, находили соответствующее разстояніе на другой, и чрезъ то опредѣляли положеніе искомой точки. Тоже самое повторивши со многими другими точками, мы заключали или о фигурѣ той кривой линіи, или находили способъ начертывать оную непрерывнымъ движеніемъ.

Такимъ образомъ мы научились обозрѣвать изъ Алгебраическаго выраженія физическій образъ одной или многихъ кривыхъ линій, средство ихъ начертаній, кривизны, совмѣщенія и разширенія, прикосновенія и присѣченія, и наконецъ предѣлы ихъ приближенія и удаленія: все сіе видѣли въ весьма краткомъ умственномъ выраженіи.

Наука, о которой теперь начнемъ разсуждать, заслуживаетъ еще болѣе нашего вниманія; ибо мы прежде разсуждали о нѣхъ почкахъ и кривыхъ линейкахъ, кои находились и совмѣщались на одной плоскости: но теперь предстоятъ намъ изслѣдованія, гораздо превосходнѣйшія; теперь мы будемъ разсуждать о нѣхъ почкахъ и кривыхъ линейкахъ, кои находясь въ пространствахъ; о нѣлахъ, которыя имѣютъ при пропнженіи; образъ, положеніе и самоналѣйшія впадины или возвышенія представляющія намъ ясно въ одномъ и томъ же Алгебраическомъ выраженіи.

2. Чтобы опредѣлить положеніе какой нибудь почки въ пространствахъ не достапночно знаніе, что она описываетъ отъ другой неподвижной почки въ извѣстномъ разстояніи; ибо описываетъ только представилъ себѣ шаръ, коего центръ находится въ неподвижной почкѣ, а радиусъ равенъ разстоянію сей неподвижной почки отъ другой искомой: по явнo, что всѣ почки поверхности сего шара будутъ находиться въ одномъ и томъ же разстояніи; слѣдовательно есть безчисленное множество почекъ, которыя описываютъ отъ неподвижной почки въ данномъ же разстояніи.

Если бы мы взяли разстояніе почки отъ одной неподвижной плоскости, и тогда бы положеніе почки не опредѣлилось; ибо описываетъ представилъ себѣ двѣ другія плоскости параллельныя первой, по явнo, что каждая почка сихъ двухъ плоскостей будетъ описывать отъ неподвижной плоскости на одно и то же данное разстояніе. Равнофрно если бы мы взяли разстояніе искомой почки отъ двухъ неподвижныхъ плоскостей; по и въ семъ бы случаѣ положеніе почки не опредѣлилось, ибо описываетъ только представилъ двѣ другія плоскости перпендику-

лярныя къ первымъ и проходящія чрезъ данную почку; по пресѣченіе сихъ послѣднихъ составимъ прямую линію, коей всѣ почки будутъ находиться въ такомъ же разстояніи отъ неподвижныхъ плоскостей, въ какомъ и данная почка. Напроптивъ того естли мы будемъ имѣть разстояніе какой нибудь почки отъ прехъ неподвижныхъ плоскостей, то тогда положеніе оной будетъ единственнае; ибо она будетъ находиться на прехъ перпендикулярахъ изъ той почки на неподвижныя плоскости опущенныхъ. Однакоже положеніе ея для насъ будетъ невразумительно, попому что не можемъ себѣ представить ясно положенія почекъ пресѣченія перпендикуляровъ съ неподвижными плоскостями. А для сего чшобъ опредѣлить положеніе почки, надлежитъ взять разстояніе ея отъ прехъ неподвижныхъ плоскостей взаимно пересѣкающихся.

3. Для крапкосты мы будемъ брать разстояніа почекъ отъ неподвижныхъ плоскостей подъ прямымъ угломъ взаимно пресѣкающихся. Для сего представимъ себѣ двѣ плоскости подъ прямымъ угломъ пресѣкающіяся. Линіа ихъ взаимнаго пресѣченія называется *осью*. Представимъ также, что сіа ось пресѣчена плоскостію перпендикулярною къ оной, то пресѣченіе оная съ первыми двумя плоскостями составитъ еще двѣ линіи *осами* называемыя.

Сіа при оси, какъ видно, пресѣкутся подъ прямымъ угломъ, въ одной и тойже почкѣ, кошорая называется *началомъ координатъ*.

Изъ какой нибудь почки, взяшой въ пространствѣ, опустимъ перпендикуляры на неподвижныя плоскости, то каждой изъ сихъ перпендикуляровъ будетъ параллеленъ соотвѣтственнй ему оси, на кошорой и величина его измѣряется. Перпендикуляры сіа называющся вообще *коор-*

динатами, а посему и вышеозначенныя оси называются *осями координатъ*; плоскости же на которыхъ опущены перпендикуляры называются *плоскостями координатъ*.

4. Пресѣченіе сихъ плоскостей сослავишь восемь прех-стороннихъ угловъ; а посему и положеніе почки не можетъ опредѣлишься величиною координатъ; ибо не извѣстно въ какомъ изъ восьми угловъ она находится. И такъ, чтобъ опредѣлишь не только разстояніе почки отъ начала координатъ, но и уголъ въ коемъ она находится, по надлежитъ дать различныя знаки осямъ координатъ.

Мы выше упомянули, что всѣ три оси пресѣкаются въ одной почкѣ, а посему и сославляютъ шесть различныхъ половинъ; одинъ изъ оныхъ простирающійся отъ начала Координатъ въ одну сторону называется *положительными*; а другія идущія въ противоположную сторону именуются *отрицательными*.

Назовемъ x , y , z оси координатъ, по каждой изъ восьми прех-стороннихъ угловъ будешь означаться слѣдующими знаками:

Уголъ 1^{ой}; $+x; +y; +z$.

Подъ нимъ

уголъ 2^{ой}; $+x; +y; -z$.

По одну сторону 1^{аго} угла

уголъ 3^{ій}; $+x; -y; +z$.

По другую сторону 1^{аго} угла

уголъ 4^{ой}; $-x; +y; +z$.

Подъ 3^{імъ} угломъ

уголъ 5^{ой} $+x; -y; -z$.

Подъ 4^{імъ} угломъ