

Семендяев К.А., Бронштейн И.Н.

**Справочник по математике
для инженеров и учащихся
ВТУЗОВ**

**Москва
«Книга по Требованию»**

УДК 51
ББК 22.1
С30

С30 **Семендяев К.А.**
Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов / Семендяев К.
А., Бронштейн И.Н. – М.: Книга по Требованию, 2013. – 608 с.

ISBN 978-5-458-31226-4

ISBN 978-5-458-31226-4

© Издание на русском языке, оформление
«YOYO Media», 2013

© Издание на русском языке, оцифровка,
«Книга по Требованию», 2013

Эта книга является репринтом оригинала, который мы создали специально для Вас, используя запатентованные технологии производства репринтных книг и печати по требованию.

Сначала мы отсканировали каждую страницу оригинала этой редкой книги на профессиональном оборудовании. Затем с помощью специально разработанных программ мы произвели очистку изображения от пятен, клякс, перегибов и попытались отбелить и выровнять каждую страницу книги. К сожалению, некоторые страницы нельзя вернуть в изначальное состояние, и если их было трудно читать в оригинале, то даже при цифровой реставрации их невозможно улучшить.

Разумеется, автоматизированная программная обработка репринтных книг – не самое лучшее решение для восстановления текста в его первоизданном виде, однако, наша цель – вернуть читателю точную копию книги, которой может быть несколько веков.

Поэтому мы предупреждаем о возможных погрешностях восстановленного репринтного издания. В издании могут отсутствовать одна или несколько страниц текста, могут встретиться невыводимые пятна и кляксы, надписи на полях или подчеркивания в тексте, нечитаемые фрагменты текста или загибы страниц. Покупать или не покупать подобные издания – решать Вам, мы же делаем все возможное, чтобы редкие и ценные книги, еще недавно утраченные и несправедливо забытые, вновь стали доступными для всех читателей.



Серия Книжный Ренессанс

www.samizday.ru/reprint

IV. Тригонометрия

А. Прямоугольная тригонометрия	179
1. Тригонометрические функции	179
2. Основные формулы тригонометрии	182
3. Синусоидальные величины	184
4. Решение треугольников	186
5. Круговые (обратные тригонометрические) функции	188
Б. Сферическая тригонометрия	190
6. Геометрия на сфере	190
7. Решение сферических треугольников	192
В. Гиперболическая тригонометрия	193
8. Гиперболические функции	193
9. Основные формулы гиперболической тригонометрии	194
10. Обратные гиперболические функции	196
11. Геометрическое определение гиперболических функций	196

ОТДЕЛ ТРЕТИЙ

АНАЛИТИЧЕСКАЯ И ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ

I. Аналитическая геометрия

А. Геометрия на плоскости	198
1. Основные понятия и формулы	198
2. Прямая линия	202
3. Окружность	205
4. Эллипс	206
5. Гипербола	208
6. Парабола	211
7. Кривые 2-го порядка (конические сечения)	213
Б. Геометрия в пространстве	216
8. Основные понятия и формулы	216
9. Плоскость и прямая в пространстве	221
10. Поверхности 2-го порядка (канонические уравнения)	228
11. Поверхности 2-го порядка (общая теория)	232

II. Дифференциальная геометрия

А. Плоские кривые	234
1. Способы задания кривой	234
2. Локальные элементы кривой	235
3. Точки специального типа	241
4. Асимптоты	246
5. Общее исследование кривой по ее уравнению	247
6. Эволюты и эвольвенты	248
7. Огибающие семейства кривых	249
Б. Пространственные кривые	250
8. Способы задания кривой	250
9. Сопровождающий трехгранник	251
10. Кривизна и кручение	254
В. Поверхности	256
11. Способы задания поверхности	256
12. Касательная плоскость и нормаль	257

13. Линейный элемент поверхности	269
14. Кривизна поверхности	261
15. Линейчатые и развертывающиеся поверхности	263
16. Геодезические линии на поверхности	264

ОТДЕЛ ЧЕТВЕРТЫЙ

ОСНОВЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

I. Введение в анализ

1. Действительные числа	265
31 2. Последовательности и их пределы	267
3. Функции одной переменной	269
4. Предел функции	276
5. Бесконечно малые величины	280
6. Непрерывность и разрывы функций	281
7. Функции нескольких переменных	285
8. Числовые ряды	292
9. Функциональные ряды	298

II. Дифференциальное исчисление

1. Основные понятия	302
2. Техника дифференцирования	306
3. Замена переменных в дифференциальных выражениях	313
4. Основные теоремы дифференциального исчисления	315
5. Нахождение максимума и минимума	318
6. Разложение функций в степенные ряды	322

III. Интегральное исчисление

A. Неопределенные интегралы	330
1. Основные понятия и теоремы	330
2. Общие правила интегрирования	332
3. Интегрирование рациональных функций	334
4. Интегрирование иррациональных функций	340
5. Интегрирование тригонометрических функций	344
6. Интегрирование других трансцендентных функций	345
4. Таблица неопределенных интегралов	346
Б. Определенные интегралы	383
5. Основные понятия и теоремы	383
9. Вычисление определенных интегралов	387
10. Приложения определенных интегралов	393
11. Несобственные интегралы	398
12. Интегралы, зависящие от параметра	404
13. Таблица некоторых определенных интегралов	407
В. Криволинейные, кратные и поверхностные интегралы	412
14. Криволинейные интегралы первого типа	412
15. Криволинейные интегралы второго типа	415
16. Двойной и тройной интегралы	420
17. Вычисление кратных интегралов	422
18. Приложения кратных интегралов	428
19. Поверхностные интегралы первого типа	430
20. Поверхностные интегралы второго типа	432
21. Формулы Стокса, Грина и Остроградского-Гаусса	435

IV. Дифференциальные уравнения

1. Общие понятия	431
А. Обыкновенные дифференциальные уравнения	438
2. Уравнения 1-го порядка	438
3. Уравнения высших порядков и системы уравнений	449
4. Решение линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами	453
5. Системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами	455
6. Операторный метод решения обыкновенных дифференциальных уравнений	458
7. Линейные уравнения 2-го порядка	463
8. Краевые задачи	468
Б. Уравнения в частных производных	470
9. Уравнения 1-го порядка	470
10. Линейные уравнения 2-го порядка	476

ОТДЕЛ ПЯТЫЙ

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ГЛАВЫ АНАЛИЗА

I. Комплексные числа и функции комплексной переменной

1. Основные понятия	493
2. Алгебраические действия	495
3. Элементарные трансцендентные функции	497
4. Уравнения кривых в комплексной форме	501
5. Функции комплексной переменной	504
6. Простейшие конформные отображения	510
7. Интегралы в комплексной области	512
8. Разложение аналитических функций в степенные ряды	515

II. Векторное исчисление

А. Векторная алгебра и вектор-функции скаляра	519
1. Основные понятия	519
2. Умножение векторов	522
3. Ковариантные и контравариантные координаты вектора	526
4. Геометрические приложения векторной алгебры	527
5. Векторная функция скалярной переменной	528
Б. Теория поля	529
6. Скалярное поле	529
7. Векторное поле	531
8. Градиент	534
9. Криволинейный интеграл и потенциал в векторном поле	535
10. Поверхностные интегралы	539
11. Объемное дифференцирование	541
12. Дивергенция векторного поля	542
13. Ротация векторного поля	542
14. Операторы ∇ (Гамильтона) (grad) и Δ (Лапласа)	543
15. Интегральные теоремы	545
16. Безвихревые и соленоидальные векторные поля	545
17. Уравнения Лапласа и Пуассона	547

III. Ряды Фурье (гармонический анализ)

1. Общие сведения	549
2. Таблица некоторых разложений в ряд Фурье	554
3. Приближенный гармонический анализ	558

ОТДЕЛ ШЕСТОЙ

ОБРАБОТКА НАБЛЮДЕНИЙ

I. Основы теории вероятностей и теории ошибок

1. Теория вероятностей	562
2. Теория ошибок	566

II. Эмпирические формулы и интерполяция

1. Приближенное изображение функциональной зависимости	571
2. Параболическая интерполяция	574
3. Подбор эмпирических формул	578
Указатель литературы	585
Алфавитный указатель	589

Приложение (вкладка). Таблица пропорциональных частей

ПРЕДИСЛОВИЕ К ПЕРВОМУ ИЗДАНИЮ

Задача, которая стояла перед нами — дать в небольшом по объему справочнике основные сведения по математике, необходимые в учебной и практической работе инженерам и студентам вузов, — была чрезвычайно трудной. Стремясь к краткости изложения, мы все же пытались сделать справочник доступным, удобным для пользования и, по возможности, математически строгим (в той мере, в которой эту строгость следует предъявлять к инженерам).

Следует иметь в виду, что это — не учебная книга, не краткий конспект учебника, а справочник. Поэтому в нем нет той систематичности, которая должна быть в учебнике. Читателя не должно удивлять, что, например, правило Лопитала попало в параграф о вычислении пределов, стоящий в главе «Введение в анализ», помещенной перед понятием о производной, а сведения о гамма-функции даны в главе «Алгебра» непосредственно после понятия факториала. Таких «несообразностей» в справочнике очень много. Поэтому при желании получить ту или иную справку читателю рекомендуется пользоваться не только оглавлением, но и алфавитным указателем, помещенным в конце книги.

Если в тексте справочника упоминается вопрос, более подробно освещенный в другом месте справочника, то об этом делается указание в виде ссылки на соответствующую страницу; если же дается указание на другую литературу, то приводятся только автор книги и та страница справочника, где приведены полные библиографические сведения о книге («Указатель литературы» в конце справочника).

В справочнике возможны недостатки; в полной мере они могут быть обнаружены только в практической работе. Поэтому мы обращаемся с настоятельной просьбой ко всем, пользующимся справочником, писать в издательство (Москва, Орликов пер., 3, Гостехиздат) о всех недостатках, которые будут замечены. Все замечания будут учтены в следующих изданиях справочника.

Выражаем глубокую признательность товарищам А. М. Лопшнцу, М. Н. Олевскому и М. Г. Шестопаду, просмотревшим в рукописи отдельные главы справочника и внесшим ряд ценных указаний.

*И. Бронштейн
К. Семенов*

ПРЕДИСЛОВИЕ К ТРЕТЬЕМУ ИЗДАНИЮ

Для третьего издания был почти заново написан отдел IV — «Основы математического анализа» и внесено много дополнений в другие отделы. Исправлены замеченные ошибки и опечатки и пересмотрен указатель литературы.

Параграфы 8—10 главы «Дифференциальные уравнения» (краевые задачи и уравнения в частных производных) в основном написаны М. Р. Шура-Бура.

Выражаем благодарность многочисленным читателям, приславшим свои отзывы и сделавшим свои замечания и указания на ошибки и дефекты в предыдущих изданиях Справочника. Просим читателей содействовать своими отзывами дальнейшему улучшению Справочника при его переездах.

*И. Бронштейн,
К. Семендяев*

ПРЕДИСЛОВИЕ К ДЕСЯТОМУ ИЗДАНИЮ

Десятое издание, печатаемое с матриц, не отличается от предыдущих. Исправлены замеченные опечатки и заново составлен указатель литературы.

Со времени выхода третьего, переработанного издания книги прошло более 10 лет. За это время применения математики в технике стали глубже и разнообразнее, и содержание «Справочника по математике» уже не удовлетворяет полностью потребностям инженеров сегодняшнего дня. Многие читатели обращаются к нам с пожеланием включить в него новые разделы и главы. В немецком переводе книги издательство «Teubner» дополнило ее сначала главой «Вариационное исчисление», а в следующем издании — разделом «Интегральные уравнения». Имеется и много других разделов математики, которые не менее важны инженерам и учащимся вузов («Линейная алгебра», «Программирование» и т. д.). Справочник, включающий все эти разделы, уже невозможно выпускать в одном томе.

Новое издание «Справочника по математике» должно, по нашему мнению, отличаться от настоящей книги не только наличием дополнительного материала. Старый материал должен быть переработан и перераспределен — если бы мы начинали писать книгу теперь, то она во многом была бы другой. Осуществление этого издания потребует еще очень большого времени.

*И. Бронштейн,
К. Семендяев*

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ*

I. Соотношения величин

≡
≠
≈
≠
≠
≠
≠
≠

равно
тождественно равно
не равно
приблизительно равно
меньше
больше
меньше или равно
больше или равно

II. Алгебра

$|a|$

+

-

• или \times

: или -

a^m

$\sqrt{\quad}$

$\sqrt[n]{\quad}$

\log_b

\lg

\ln

(), [], { }

!

абсолютная величина числа a

(плюс) — сложение

(минус) — вычитание

умножение, например: $a \cdot b$ или $a \times b$; знак умножения часто опускается, например: ab

деление ($a : b$ или $\frac{a}{b}$)

a в степени m

квадратный корень, например: \sqrt{a}

корень n -й степени, например: $\sqrt[n]{a}$

логарифм при основании b , например: $8 = \log_2 32$ (стр. 134)

десятичный логарифм, например: $2 = \lg 100$ (стр. 134)

натуральный логарифм, например: $1 = \ln e$ (стр. 134)

скобки (последовательность действий)

факториал, например: $6! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 = 720$ (стр. 161)

III. Геометрия

\perp

\parallel

#

перпендикулярно

параллельно

равно и параллельно

* В скобках указываются страницы справочника, где соответствующие понятия разъяснены.

~	подобно, например: $\triangle ABC \sim \triangle DEF$	
\triangle	треугольник	
\sphericalangle	угол (иногда \sphericalangle), например: $\sphericalangle ABC$, $\sphericalangle ABC$	
\frown	дуга, например: $\overset{\frown}{AB}$	
°	градус	
'		минута
"		секунда
	} угловые или дуговые, например: $32^{\circ}14'11''{,}5$	

IV. Тригонометрия, гиперболические функции

sin	синус	} (стр. 179)
cos	косинус	
tg	тангенс	
ctg	котангенс	
sc	секанс	
csc	косеканс	
Arcsin	арксинус	} (стр. 188)
Arccos	арккосинус	
Arctg	арктангенс	
Arccctg	арккотангенс	
arcsin	главное значение арксинуса	} (стр. 188)
arccos	» арккосинуса	
arctg	» арктангенса	
arccctg	» арккотангенса	
sh	синус гиперболический	} (стр. 193—194)
ch	косинус гиперболический	
th	тангенс гиперболический	
cth	котангенс гиперболический	
sch	секанс гиперболический	
csch	косеканс гиперболический	
Arsh	ареа-синус гиперболический	} (стр. 196)
Arch	ареа-косинус гиперболический	
Arth	ареа-тангенс гиперболический	
Arcth	ареа-котангенс гиперболический	

V. Обозначения констант

const	постоянная величина (константа)
$\pi = 3,14159\dots$	отношение длины окружности к диаметру (стр. 1)
$e = 2,71828\dots$	основание натуральных логарифмов (стр. 278)
$C = 0,57722\dots$	эйлерова постоянная (стр. 278)

VI. Математический анализ

lim	предел (стр. 267, 276)	} например:	
\rightarrow			стремится к...
∞			бесконечность
		$\lim_{N \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{N}\right)^N = e$	
\sum	сумма		
$\sum_{i=1}^n$	сумма, в которой i изменяется от 1 до n		
$f(\cdot), \varphi(\cdot)$	обозначения функций, например: $y = f(x)$, $u = \varphi(x, y, z)$		

Δ	приращение, например: Δx
d	дифференциал, например: dx (стр. 304)
d_x, d_y и т. д.	частный дифференциал, например: $d_x u$ (стр. 304)
i, ii, iii, IV, \dots или \dots	обозначения последовательных производных от функции одного переменного: например, от функции $y = f(x)$: $f'(x), f''(x), f'''(x), f^{IV}(x), y', y'', y''', y^{IV}, \dot{y}, \ddot{y}, \ddot{\ddot{y}}$ (стр. 302, 305)
$'$	
$\frac{d}{dx}, \frac{d^2}{dx^2}$	первая производная, вторая производная и т. д.,
	например: $\frac{dy}{dx}, \frac{d^2y}{dx^2}$ и т. д. (стр. 302, 305)
D	знак производной (оператор дифференцирования), например: $Dy = y', D^2y = y''$ и т. д. (стр. 302, 305)
f'_x, f''_{xx}, f''_{xy} или $\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial^2}{\partial x^2}, \frac{\partial^2}{\partial x \partial y}$	частные производные, например: $f'_x(u), \frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}$ и т. д. (стр. 303, 306)
\int	интеграл (стр. 331)
\int_a^b	определенный интеграл от нижнего предела a до верхнего предела b (стр. 334)
\int_K	криволинейный интеграл, взятый по отрезку K или по проекции отрезка K (стр. 412, 415)
\int_S, \int_V	интеграл, распространенный на площадь S , на объем V (стр. 420, 421)
$\int \int$	двойной интеграл } тройной интеграл } (стр. 420, 421)
$\int \int \int$	
VII. Комплексные числа	
i (иногда j)	мнимая единица ($i^2 = -1$) (стр. 493)
$R(a)$	действительная часть числа a (стр. 493)
$I(a)$	мнимая часть числа a (стр. 493)
$ a $	модуль a (стр. 494)
$\arg a$	аргумент a (стр. 494)
\bar{a}	число, сопряженное с a , например: $a = 2 + 3i, \bar{a} = 2 - 3i$ (стр. 495)
Ln	логарифм (натуральный) комплексного числа (стр. 499)

VIII. Векторное исчисление

a, b, c или $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ a^0	} обозначения векторов (стр. 519)
b, j, k	
$ a$ или a	единичный вектор того же направления, что и вектор a (стр. 519)
$a = b$ $a + b$ $a - b$	} координатные орты прямоугольной системы координат (стр. 521)
aa	
$a \cdot b$	длина (абсолютная величина) вектора a (стр. 519)
$a \times b$ или $ ab $	равенство, сложение, вычитание векторов (стр. 519—520)
$abc = a \cdot b \times c$	умножение скаляра на вектор (стр. 519)
a_x, a_y, a_z	скалярное произведение векторов (стр. 522)
∇	векторное произведение векторов (стр. 522)
Δ	смешанное произведение трех векторов (стр. 522)
grad	координаты вектора a в декартовой системе (стр. 521)
div	дифференциальный оператор Гамильтона («набла») (стр. 543)
rot	оператор Лапласа (стр. 544)
$\frac{\partial U}{\partial s}$	градиент скалярного поля ($\text{grad } \varphi = \nabla \varphi$) (стр. 535)
	дивергенция векторного поля ($\text{div } V = \nabla V$) (стр. 542)
	ротация векторного поля ($\text{rot } V = \nabla \times V$) (стр. 542)
	производная скалярного поля по направлению s (стр. 535)

ЛАТИНСКИЙ АЛФАВИТ

<i>Aa</i> — а
<i>Bb</i> — бө
<i>Cc</i> — цө
<i>Dd</i> — дө
<i>Ee</i> — е
<i>Ff</i> — өф
<i>Gg</i> — ге (же)
<i>Hh</i> — хя аш)
<i>Ii</i> — и
<i>Jj</i> — йот (жи)
<i>Kk</i> — ка
<i>Ll</i> — өль
<i>Mm</i> — өм

<i>Nn</i> — өн
<i>Oo</i> — о
<i>Pp</i> — пө
<i>Qq</i> — ку
<i>Rr</i> — өр
<i>Ss</i> — өс
<i>Tt</i> — тө
<i>Uu</i> — у
<i>Vv</i> — вө
<i>Ww</i> — дубль-вө
<i>Xx</i> — икс
<i>Yy</i> — игрек
<i>Zz</i> — зөт

ГРЕЧЕСКИЙ АЛФАВИТ

Aa — альфа	Nu — ню
Bb — бөта	Ez — кси
Gg — гамма	Oo — омикроп
Dd — дельта	Pp — пи
Ee — өпсилон	Rr — ро
Zz — зөта	Ss — сигма
Hh — өта	Tt — тау
Ii — йөта	Ff — фи
Ii — иөта	Xx — хи
Kk — каппа	Uu — ипсилон
Ll — ламбда	Pp — пси
Mm — ми	Ww — өмексга