

У. Амальди

**Курс теоретической
механики. Том 1, часть 1**

**Кинематика, принципы
механики**

**Москва
«Книга по Требованию»**

УДК 62-63
ББК 30.6
У11

У11 **У. Амальди**
Курс теоретической механики. Том 1, часть 1: Кинематика, принципы механики / У. Амальди – М.: Книга по Требованию, 2016. – 383 с.

ISBN 978-5-458-26441-9

Объединенное научно-техническое издательство

ISBN 978-5-458-26441-9

© Издание на русском языке, оформление
«YOYO Media», 2016

© Издание на русском языке, оцифровка,
«Книга по Требованию», 2016

Эта книга является репринтом оригинала, который мы создали специально для Вас, используя запатентованные технологии производства репринтных книг и печати по требованию.

Сначала мы отсканировали каждую страницу оригинала этой редкой книги на профессиональном оборудовании. Затем с помощью специально разработанных программ мы произвели очистку изображения от пятен, клякс, перегибов и попытались отбелить и выровнять каждую страницу книги. К сожалению, некоторые страницы нельзя вернуть в изначальное состояние, и если их было трудно читать в оригинале, то даже при цифровой реставрации их невозможно улучшить.

Разумеется, автоматизированная программная обработка репринтных книг – не самое лучшее решение для восстановления текста в его первозданном виде, однако, наша цель – вернуть читателю точную копию книги, которой может быть несколько веков.

Поэтому мы предупреждаем о возможных погрешностях восстановленного репринтного издания. В издании могут отсутствовать одна или несколько страниц текста, могут встретиться невыводимые пятна и кляксы, надписи на полях или подчеркивания в тексте, нечитаемые фрагменты текста или загибы страниц. Покупать или не покупать подобные издания – решать Вам, мы же делаем все возможное, чтобы редкие и ценные книги, еще недавно утраченные и несправедливо забытые, вновь стали доступными для всех читателей.



Серия Книжный Ренессанс

www.samizday.ru/reprint

ПРЕДИСЛОВИЕ РЕДАКТОРА К РУССКОМУ ИЗДАНИЮ.

В учебной литературе по теоретической механике, появившейся за последнее десятилетие, книга Леви-Чивита и Амальди играет совершенно выдающуюся роль. Она принадлежит двум ученым, которые соединяют высокое творческое дарование с исключительным педагогическим талантом и продолжительным опытом преподавания в высшей школе. Из них Т. Леви-Чивита является одним из наиболее выдающихся современных математиков. У. Амальди занимает почетное место среди профессоров технической механики в итальянских высших технических учебных заведениях. Это двойное соединение научных сил и педагогических дарований — математика и теоретика, с одной стороны, механика и практика — с другой, отразилось на всей структуре и обработке книги на всем ее протяжении.

О том, чем авторы руководствовались при подборе и обработке материала, изложено в их предисловии к первому изданию. Со своей стороны прибавим следующее. Книга в русском издании, конечно, не может быть рассматриваема как рядовой учебник для всех наших вузов. Она состоит из трех частей, из которых две содержат каждая свыше 50 листов, третья около 40 листов¹⁾. Уже эти размеры говорят за то, что предлагаемый материал выходит за пределы учебных программ, т. е. за пределы того, что, по французскому выражению, является *stricte pecessaire* (строго необходимым) для подготовки техника. Но изложение отличается удивительной ясностью и обстоятельностью, так что авторы были вправе назвать книгу элементарным курсом. Ввиду этого для тех наших высших учебных заведений, в которых преподается углубленный курс теоретической механики, например для всех физико-механических и математических факультетов и институтов, книга Леви-Чивита и Амальди, в общем, может служить прямым учебником. Она может служить учебным руководством также для аспирантов, специализирующихся по математике, механике, физике, астрономии, геодезии и тем отраслям техники, которые требуют углубленного теоретического образования по механике. Но и для студента-техника эта книга будет чрезвычайно полезным, чтобы не сказать необходимым, учебным пособием; она содержит богатый материал для более тщательного изучения отдельных вопросов, для подготовки к семинарским докладам и специальным работам. О том,

¹⁾ Русское издание предполагается выпустить в пяти частях: первый том в двух частях, второй — в трех.

что она будет и вне школы полезна всякому специалисту, который не довольствуется шаблонными установками и склонен к самостоятельному теоретическому исследованию вопросов, связанных с его работой, и говорить нечего; указания авторов в этом отношении совершенно справедливы.

Обращаясь теперь к обработке сочинения, мы сказали бы, что авторы проявили в этом отношении совершенно исключительный такт.

Книга написана в векторном изложении. Около трех лет назад на конференциях наших технических учебных заведений был поставлен вопрос о введении векторных методов в преподавание математики и механики. Большинство преподавателей отнеслось к этому несочувственно. Не могу не высказать своего глубокого убеждения в том, что это решение неправильное, ошибочное. Здесь не место входить в полемику по этому вопросу. Скажу только, что векторный алгоритм в такой мере упростил как выражение сложных математических истин, так и исследование, что старое координатное изложение часто не идет с ним ни в какое сравнение. Векторное исчисление проникает и в школу и в научное исследование во все отрасли точного знания: в аналитическую и дифференциальную геометрию, механику, физику. Оно и не могло быть иначе. В мировой литературе последних 10—20 лет нельзя найти сочинения по механике или теоретической физике, которое не пользовалось бы широко векторным исчислением. Напи специалисты и научные работники должны усвоить достижения западной науки, ее литературу; они не могут этого сделать, не владея векторным исчислением. В нашей литературе, оригинальной и переводной, появляется много сочинений, посвященных векторному исчислению или проникнутых векторными и тензорными методами. Новый курс теоретической механики проф. А. И. Некрасова весь построен на векторной базе. Сочинение Леви-Чивита и Амальди будет новым вкладом в эту литературу, приучающую студента и специалиста к векторным методам.

Но мы уже сказали, что выдержанный научный такт есть отличительное свойство настоящего сочинения. Энтузиазм часто доводит сторонников тех или иных научных методов до увлечения, граничащего со злоупотреблением, а иногда даже до прямого злоупотребления. Так было с принципом „*geometriam geometrice*“ — „геометрию (трактовать) чисто геометрически“, т. е. не нарушать никакими арифметическими приемами чистоты геометрического исследования; так, можно наблюдать в настоящее время у завязатых „векторников“ тенденцию совершенно исключить координатные методы аналитического исследования геометрических вопросов. Такие тенденции могут, конечно, иметь обратный результат, тем более, что векторные методы далеко не в состоянии в настоящее время овладеть всеми путями исследования в области геометрии, механики и физики. Даже векторное выражение строки Тейлора страдает суще-

ственным дефектом — отсутствием векторного выражения остаточного члена. Непосредственное же интегрирование дифференциальных уравнений, заданных в векторной форме, доступно лишь в ограниченном числе случаев. Один из горячих поклонников геометрических исследований, А. Штуди (A. Study), очень энергично предостерегает от пренебрежения координатными методами. Математические задачи, в которые выливаются проблемы естествознания и техники, необычайно трудны; все математические средства должны быть использованы для их разрешения. Векторное исчисление и классический анализ должны составлять одно целое, совместно расширяя пути и методы математического исследования.

На этой именно точке зрения и стоят авторы настоящего сочинения. Они учат читателя владеть новыми средствами исследования так же, как классическими, отдавая каждому методу предпочтение там, где он имеет неоспоримые преимущества.

Однако векторное исчисление в его настоящем состоянии имеет одну существенно слабую сторону: это — разноречив в принятых обозначениях. Очень многие авторы придерживаются собственных обозначений, создавая таким образом обилие символов, усложняющих общепринятый алгоритм. Итальянская школа имеет своеобразный алгоритм, принадлежащий, главным образом, Бурали-Форти и Марколлонго¹⁾. Эти авторы много содействовали развитию векторного исчисления. Бурали-Форти, например, принадлежат первые значительные приложения векторного анализа к дифференциальной геометрии; Марколлонго написал первый курс механики в векторном изложении. Но они пользуются в векторной алгебре особыми символами, которые вне Италии не приняты. Так, векторное произведение векторов a и b они обозначают особым знаком $a \wedge b$, скалярное произведение — знаком $a \times b$. У нас Всесоюзный комитет по стандартизации установил для Союза стандартные векторные обозначения, в общем совпадающие с теми, которые приняты в „Математической энциклопедии“ („Enzyklopädie der mathematischen Wissenschaften“). Ввиду этого я изменил своеобразные итальянские обозначения, приведя их в соответствие с нашим стандартом.

Другая особенность векторного алгоритма авторов заключается в том, что они в известной мере пользуются также *точечным исчислением*. Так, вектор AB они всегда обозначают разностью $B - A$ конечной и начальной точек. И здесь я считал необходимым перейти к союзному стандарту; но в особом приложении в конце книги я вкратце изложил, в чем заключаются начала точечного исчисления, как им пользуются авторы и в каких пределах оно сохранено в русском издании (см. приложение I).

¹⁾ Burali-Forti et Marcolongo, Analyse vectorielle générale, Paris. В более доступном изложении *Éléments du calcul vectoriel*, Paris.

Иногда авторы, на мой взгляд, проявляют при пользовании векторным исчислением и чрезмерную осторожность. Так, они избегают пользоваться двойным векторным произведением и его преобразованием даже в таких случаях, когда это, несомненно, ведет к значительному упрощению. Я считал себя вправе делать это смелее. Такие изменения текста сделаны, однако, лишь в весьма немногих местах. В остальном я старался точно передать текст авторов.

При крайне ясном изложении, которым отличается все сочинение, мне все же местами казалось необходимым несколько обстоятельнее разъяснить мысль авторов. В этих случаях я давал необходимые пояснения в выносках от редакции (*Ред.*).

Наконец, в некоторых случаях я считал, что текст нуждается в несколько большем пояснении или развитии. Этому посвящены небольшие приложения в конце книги. Особенно необходимым я считал связать учение о консервативном поле с понятием о градиенте скалярной функции, получившем такое распространение как в математической литературе, так и в прикладных дисциплинах.

В. Каган.

Август 1932 г.

Москва

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие авторов ко второму изданию	Стр. 5
Предисловие авторов к первому изданию	—
Предисловие редактора к русскому изданию	7
Глава I. Теория векторов	13
1. Ориентированные отрезки и векторы 13. — 2. Сложение и вычитание векторов. Произведение вектора на число 21. — 3. Скалярное произведение и векторное произведение двух векторов 29. — 4. Момент приложенного вектора относительно точки или относительно оси 42. — 5. Результирующий или главный момент системы приложенных векторов 44. — 6. Эквивалентные системы векторов и их приведение 49. — 7. Системы приложенных параллельных векторов 57. — 8. Дифференцирование переменного вектора 62. — 9. Дифференцирование переменной точки 67. — 10. Интегрирование векторов 70. — 11. Дифференциальные свойства кривых. Формулы Френе. Круглые винты 71. — Упражнения 83.	
Глава II. Кинематика точки	88
1. Предварительные соображения 88. — 2. Аналитические средства для определения движения точки 90. — 3. Скорость 94. — 4. Выражение движений в полярных координатах. Секториальная скорость 106. — 5. Ускорение 111. — 6. Движение с постоянным ускорением. Движение тяжелых тел 117. — 7. Колебательные движения 125. — 8. Центральные движения. Кеплеровы движения 143. — 9. Равномерное винтовое движение 150. — Упражнения 152.	
Глава III. Кинематика твердых систем	158
1. Общие соображения 158. — 2. Поступательные движения 161. — 3. Вращательные движения 163. — 4. Сложение движений 169. — 5. Движения поступательно-вращательные 171. — 6. Твердые движения общего вида 177. — 7. Эйлеровы углы 187. — Упражнения 191.	
Глава IV. Относительные движения и их приложения к твердым движениям	194
1. Общие положения 194. — 2. Скорости абсолютная, относительная и переносная 196. — 3. Теорема Кориолиса 197. — 4. Движение твердой системы относительно двух систем отсчета, движущихся одна относительно другой 199. — 5. Приложения 201. — 6. Образование твердого движения при помощи аксондов 206. — 7. Движение твердой системы около неподвижной точки. Правильная прецессия 208. — 8. Определение твердого движения по данным его характеристикам 213. — Упражнения 218.	

	Стр.
Глава V. Плоские движения твердой системы	220
1. Общие соображения. Теорема Эйлера о мгновенном центре вращения 220. — 2. Полярные траектории 223. — 3. Сопряженные профили 225. — 4. Примеры плоских твердых движений 226. — 5. Эпиклические методы черчения сопряженных профилей 232. — 6. Движение полюса по полярным траекториям 235. — 7. Геометрическая теорема и формула Савари 237. — 8. Эпиклическое движение 241. — 9. Относительное движение двух фигур, вращающихся вокруг различных точек 256. — 10. Применения к зубчатым колесам 261. — 11. Аналитическое исследование плоского твердого движения 266. — Упражнения 271.	
Глава VI. Общие основания кинематики системы	272
1. Голономные системы и их возможные перемещения 272. — 2. Неголономные системы 279. — 3. Виртуальные перемещения 285. — 4. Системы с односторонними связями 290.	
Глава VII. Основные понятия и постулаты механики	297
1. Понятие о силе 297. — 2. Свободная материальная точка 299. — 3. Пропорциональность силы и ускорения 301. — 4. Совместное действие нескольких сил 303. — 5. Связи и их реакции 304. — 6. Равновесие материальной точки. Закон возникающего движения. Статическое измерение сил 306. — 7. Закон инерции. Масса 308. — 8. Спецификация системы отсчета; корректирующее влияние небесной механики. Неподвижные оси и абсолютное движение. Галилеевы тетраэды 312. — 9. Математическое выражение физических сил. Позиционные и консервативные силы 317. — 10. Дифференциальные уравнения движения точки 327.	
Глава VIII. Вторичные или производные понятия механики	330
1. Работа 330. — 2. Работа и кинетическая энергия 336. — 3. Мощность 339. — 4. Импульс силы и количество движения. Удары 340.	
Глава IX. Механические единицы и размерности механических величин	345
1. Механические единицы 345. — 2. Размерности механических величин. Однородность 352. — 3. Механическое подобие и модели 356. — Упражнения 359.	
Дополнения.	
I. О векторном алгоритме и точечном исчислении, применяемых авторами настоящего сочинения	376
II. О гауссовых координатах	380
III. О градиентном векторном поле	381

Теория векторов.

Наиболее отчетливым и гибким алгоритм для выражения и математического исследования многих проблем механики (как и других физических теорий) представляет теория векторов. Вследствие этого мы в настоящей вводной главе изложим основные понятия и элементарные правила исчисления векторов¹⁾. Вместе с тем, читатель должен быть предупрежден, что рассуждения, которые разворачиваются в настоящем сочинении, предполагают отчетливое знакомство с общими курсами аналитической геометрии и анализа бесконечно-малых.

§ 1. Ориентированные отрезки и векторы.

1. Ориентированные отрезки. Точки прямолинейного отрезка с концами A и B (конечно, не совпадающими) можно мыслить расположенными либо в сторону от A к B , либо в сторону от B к A . Когда отрезку присвоена одна из сторон обращения, например от A к B , то он называется *ориентированным* и обозначается символом AB . Точка A называется *началом*, или *первой конечной точкой* отрезка, а B — *концом* (*свободным концом*), или

¹⁾ Настоящая глава действительно содержит краткое и отчетливое изложение тех элементов векторного исчисления, которыми авторы пользуются. При всем том читателю очень полезно ознакомиться с исчислением векторов более обстоятельно. Для этого на русском языке могут служить сочинения: 1) *И. Дубнов*, Основы векторного исчисления, ч. I, Векторная алгебра, 2-е изд., Москва 1933; 2) *Я. Шпильрейн*, Векторное исчисление, Москва 1925; 3) *Я. Френкель*, Курс векторного исчисления с приложениями к механике, Москва 1925; 4) *Н. Е. Кочин*, Векторное исчисление, 2-е изд., М.—Л. 1933. Для самого первого ознакомления с началами векторной алгебры подходят две главы в сочинении *Г. Филиппа*, Дифференциальное исчисление, Москва 1931. Из иностранных сочинений наиболее подходящими являются: 1) *C. Bourali-Forti et R. Marcolongo*, Éléments du calcul vectoriel, Paris 1910; 2) *W. Ignatowsky*, Die Vektoranalysis, I—II, Leipzig 1921; 3) *A. Haas*, Vektoranalysis, Berlin 1924; 4) *J. Spielrein*, Lehrbuch der Vektor-Rechnung, Leipzig 1926; 5) *M. Lagally*, Vorlesungen über Vektor-Rechnung, Leipzig 1928. Последнее сочинение переводится на русский язык.

Векторное исчисление допускает как в обозначениях, так даже и в самом алгоритме различные схемы. В СССР Комиссией по стандартизации установлен стандарт векторных обозначений. Так как схема, которой придерживаются авторы настоящего сочинения, от этого стандарта отличается, то текст при переводе переработан и приведен в соответствие с нашим стандартом. (Ред.)

второй конечной точкой отрезка; прямая, на которой отрезок лежит, называется его *линией действия*¹⁾, или *прямой действия*.

Если тот же отрезок считать обращенным не от A к B , а в противоположную сторону — от B к A , то получим ориентированный отрезок BA , имеющий ту же прямую действия; но для него началом служит точка B , а концом A .

Если точки A и B совпадают, то отрезок AB сводится к единственной точке $A \equiv B$ и называется *нулевым отрезком*. Для нулевого отрезка как прямой действия, так и сторона обращения остаются неопределенными; это единственный случай, в котором противоположные отрезки AB и BA совпадают.

Таким образом ориентированный не нулевой отрезок AB представляет собой геометрический объект, который характеризуется *началом*, *длиной* (отношением отрезка, ограничиваемого точками A и B , к установленной единице), *направлением* и *стороной обращения*. Во избежание недоразумений следует указать, что под словом „направление“ мы разумеем общую характеристику как данной прямой, так и всех параллельных ей прямых, независимо от стороны обращения. Иными словами, два отрезка рассматриваются как имеющие то же направление, если они лежат на одной и той же прямой или на двух параллельных прямых, независимо от того, обращены ли они в одну и ту же или в противоположные стороны.

Для нулевого отрезка остаются неопределенными как линия действия и направление, так и сторона обращения.

2. Эквивалентные ориентированные отрезки. Два ориентированные отрезка называются эквивалентными²⁾, если они имеют одну и ту же длину, одно и то же направление и обращены в одну и ту же сторону; в частности, это определение приводит к тому, что все нулевые отрезки нужно считать эквивалентными, поскольку их направление и сторона обращения остаются одинаково неопределенными.

Эквивалентность двух ориентированных отрезков по самому своему определению обладает основными свойствами равенства: 1) всякий отрезок эквивалентен самому себе (*свойство рефлексивности*); 2) если отрезок AB эквивалентен отрезку $A'B'$, то отрезок $A'B'$ эквивалентен AB (*свойство симметрии*); 3) два отрезка, эквивалентные третьему, эквивалентны между собой (*свойство транзитивности*).

Из определения эквивалентности вытекает, далее, что эквивалентные отрезки совпадают, если они имеют общее начало (или общий конец); вместе с тем, если заданы ориентированный отрезок AB и точка A' , то всегда существует один и только один

¹⁾ Это наименование принадлежит авторам; оно имеет в виду механические применения, но широкого распространения не получило. (Ред.)

²⁾ Авторы пользуются термином „эквивалентность“, принадлежащим Беллавитису (G. Bellavitis, *Methodo delle equipollenze*, Padova 1837), которого заслуженно считают отцом векторного исчисления. Мы сохранили этот международный термин, которого отнюдь не следует отождествлять с понятием „эквивалентность“. (Ред.)

отрезок $A'B'$, эквивалентный AB (и имеющий, следовательно, началом точку A').

Под *проекцией* ориентированного отрезка AB на заданную прямую или на заданную плоскость разумеют ориентированный отрезок AB_1 , началом и концом которого соответственно служат ортогональные проекции начала A и конца B заданного отрезка на ту же прямую или плоскость. Совершенно ясно, что *два эквивалентные ориентированные отрезка имеют эквивалентные проекции на одну и ту же прямую (или на две параллельные прямые) и на одну и ту же плоскость (или на две параллельные плоскости)*.

3. Векторы. Если задан ориентированный отрезок AB , то существует ∞^3 эквивалентных ему отрезков, по одному для каждой точки пространства, принятой за начало; все эти отрезки имеют одинаковые длину, направление и сторону обращения. Объект, который можно привести в соответствие с этим классом ∞^3 ориентированных отрезков, называется *вектором*. Таким образом вектор представляет собой объект, который можно геометрически характеризовать длиной, направлением и стороной обращения параллельного отрезка (отвлекаясь, следовательно, от его начала)¹.

Чтобы индивидуализировать такой вектор, мы можем взять ориентированный отрезок AB или какой-либо из эквивалентных ему отрезков точно так же, как для определения заданного направления мы можем воспользоваться любой из параллельных прямых, а для определения расположения плоскости можно воспользоваться любой из параллельных ей плоскостей.

В частности, все нулевые отрезки представляют один и тот же вектор, называемый *нулевым вектором*; длина этого вектора равна нулю, а его направление и сторона обращения остаются неопределенными. Всякий другой вектор имеет длину, отличную от нуля, и вполне определенное направление, как и сторону обращения.

Векторы обозначаются в печати буквами жирного шрифта, как, например, $\mathbf{v}$; только нулевой вектор обозначается просто нулем (0). Длина вектора $\mathbf{v}$, которую называют также *модулем*

¹ В литературе по векторному исчислению нет единства в определении вектора. Различные точки зрения приводят, по существу, к двум основным определениям. Одни авторы, например Аппель (P. Appell), Биббербах (Bieberbach), Курант (R. Courant) и др., называют вектором просто ориентированный отрезок; другие, в том числе и авторы настоящего сочинения, разумеют под вектором величину (геометрическую, механическую, физическую), *каждое значение которой может быть отображено некоторым ориентированным отрезком* (как и любым эквивалентным с ним отрезком). С этой последней точки зрения скорости, ускорения, силы суть векторы, индивидуально изображаемые ориентированными отрезками. Эта точка зрения в последнее время преобладает, а в сочинениях по механике и физике вполне доминирует. На этой точке зрения стоят и авторы настоящего сочинения. Тем не менее как авторы настоящего сочинения, так и другие сторонники последней точки зрения очень часто допускают выражения, которые более соответствуют первой, „геометрической“ точке зрения. Когда говорят: отложим от точки A данный вектор, — то это нужно понимать в том смысле, что мы построим ориентированный отрезок, изображающий данный индивидуальный вектор, принимая точку A за начало. Если давать себе в этом совершенно ясный отчет, то ни к каким недоразумениям эта фразеология привести не может. (Ред.)

или *тензором*¹⁾ вектора, обозначается символом $\text{mod } \mathbf{v}$ или $|\mathbf{v}|$, а еще проще той же буквой, которой обозначен вектор, но обыкновенного курсивного шрифта, например $\text{mod } \mathbf{v} = v$.

Вектор, длина которого равна единице, называется *единичным*; можно сказать, что каждый единичный вектор устанавливает определенное ориентированное направление, и обратно.

Единичный вектор, имеющий то же направление и ту же сторону обращения, что и вектор $\mathbf{v}$, называется *версором* вектора $\mathbf{v}$ и обозначается символом $\text{vers } \mathbf{v}$.

Наконец, прибавим, что в противоположность векторам или векториальным величинам числа [относительные²⁾] и величины, выражаемые такими числами, называются *скалярами*.

4. **Ориентированные отрезки в качестве приложенных векторов**
Чтобы выделить один из ориентированных отрезков, которые могут представлять данный вектор $\mathbf{v}$, достаточно, как это отмечено в рубр. 2, указать его начало. Этот ориентированный отрезок AB обыкновенно называют также *вектором, приложенным в точке A*; в отличие от геометрического отрезка AB вектор $\overline{AB}$ мы будем отмечать чертой над буквенным его обозначением ($\overline{AB}$). Чтобы отметить не столько конечные точки отрезка, сколько начало A и самый вектор $\mathbf{v}$, его обозначают также символом $(A, \mathbf{v})$. По существу, то же достигается, конечно, и обозначением $\overline{AB}$; но обозначение $(A, \mathbf{v})$ подчеркивает, что отрезок, выходящий из точки A , отображает вектор $\mathbf{v}$ ³⁾.

5. **Равные векторы.** Два вектора $\mathbf{v}_1$ и $\mathbf{v}_2$ называются *равными*, если они имеют ту же длину, то же направление и ту же сторону обращения; равные векторы могут быть, следовательно, отображены одним и тем же ориентированным отрезком. Можно сказать, что при равенстве векторов $\mathbf{v}_1$ и $\mathbf{v}_2$ они, в сущности, представляют собой один и тот же вектор: равенство векторов как таковых сводится к их тождеству. Равенство в письме обозначается, как обычно, знаком $=$ ($\mathbf{v}_1 = \mathbf{v}_2$); таким образом знак равенства ставится для того, чтобы обозначить, что $\mathbf{v}_1$ и $\mathbf{v}_2$ выражают один и тот же вектор. Отсюда без дальнейших соображений ясно, что знак равенства при этом его употреблении обладает свойствами рефлексивности, симметрии и транзитивности.

6. **Составляющие вектора.** Если спроектируем все (∞^3) ориентированные отрезки, эквивалентные между собой и отображающие вектор $\mathbf{v}$, на все (∞^2) прямые одного и того же направления [или на все (∞^1) плоскости одного и того же расположения], то мы получим ∞^3 ориентированных эквивалентных между собой отрезков, которые поэтому способны отобразить один и тот же вектор. Этот вектор называется *составляющей* данного вектора $\mathbf{v}$ по заданному направлению (или по заданному расположению плоскости).

¹⁾ Термин „тензор“ в этом смысле в настоящее время совершенно выходит из употребления. (Ред.)

²⁾ Т. е. положительные и отрицательные вещественные числа. (Ред.)

³⁾ См. примечание на стр. 15. (Ред.)