

Коваль Станислав

**От развлечения к знаниям. Математическая
смесь**

**Москва
«Книга по Требованию»**

УДК 82-053.2
ББК 74.27
К56

К56 **Коваль Станислав**
От развлечения к знаниям. Математическая смесь / Коваль Станислав – М.: Книга по Требованию, 2013. – 536 с.

ISBN 978-5-458-24662-0

Читая об интересных и полезных вещах, о которых повествует книга, читатель сможет увлекательно провести время, сможет хорошо отдохнуть после работы. Рассказы, из которых она состоит, очень короткие, но они затрагивают вопросы, несомненно заинтересующие каждого любознательного читателя. Более трудные темы перемежаются в книге с веселыми историями, афоризмами и головоломками, а также короткими рассказами из истории математики и смежных наук.

ISBN 978-5-458-24662-0

© Издание на русском языке, оформление
«YOYO Media», 2013
© Издание на русском языке, оцифровка,
«Книга по Требованию», 2013

Эта книга является репринтом оригинала, который мы создали специально для Вас, используя запатентованные технологии производства репринтных книг и печати по требованию.

Сначала мы отсканировали каждую страницу оригинала этой редкой книги на профессиональном оборудовании. Затем с помощью специально разработанных программ мы произвели очистку изображения от пятен, клякс, перегибов и попытались отбелить и выровнять каждую страницу книги. К сожалению, некоторые страницы нельзя вернуть в изначальное состояние, и если их было трудно читать в оригинале, то даже при цифровой реставрации их невозможно улучшить.

Разумеется, автоматизированная программная обработка репринтных книг – не самое лучшее решение для восстановления текста в его первоизданном виде, однако, наша цель – вернуть читателю точную копию книги, которой может быть несколько веков.

Поэтому мы предупреждаем о возможных погрешностях восстановленного репринтного издания. В издании могут отсутствовать одна или несколько страниц текста, могут встретиться невыводимые пятна и кляксы, надписи на полях или подчеркивания в тексте, нечитаемые фрагменты текста или загибы страниц. Покупать или не покупать подобные издания – решать Вам, мы же делаем все возможное, чтобы редкие и ценные книги, еще недавно утраченные и несправедливо забытые, вновь стали доступными для всех читателей.

МЫ ЖИВЕМ СРЕДИ ЧИСЕЛ

ГЛАВА 1

Мы живем среди чисел. Мы все время должны рассчитывать или предъявлять какие-нибудь счета. В конструкторских бюро, в лабораториях и в магазинах — везде мы должны что-то измерять, считать. На любом крупном предприятии отделы планирования и статистики, бухгалтерия выполняют важные задачи, а работа их сводится, по существу, к расчетам и замерам, причем считают и меряют не только люди, но и призванные служить человечеству машины.

Современный уровень нашей цивилизации требует от людей умения пользоваться не только очень большими, но и очень маленькими числами. Но 5000 лет тому назад человек уже не мог обойтись без счета. Об этом свидетельствуют надписи на надгробных плитах, глиняные таблички и папирусы. Ученые, которые исследуют, каким образом человечество освоило счет, обращаются не только к древним документам, но также изучают культуру существующих в настоящее время первобытных племен, а также развившие понятия числа у маленьких детей.

Американский историк математики Ф. Кэджори в своей книге *«История элементарной математики»*, изданной в 1896 году, указывает, что одно из индейских племен, проживавшее в лесах в районе среднего

течения Амазонки, число «три» выражает словом «поэтаррароринкоароак». Путешественник, который об этом сообщил, принял это слово за название числа «три», но можно вполне предположить, что это было не одно слово, а целое предложение. Это предложение могло, конечно, также обозначать какое-то «очень большое» (содержавшее более, чем два элемента) множество предметов, для которого это племя еще не нашло соответствующего числительного.

Современный человек начинает пользоваться числами уже с раннего детства. Такие числа, как 1, 2, 3, ... т. е. натуральные числа, нужны малышу уже в детском саду. Однако, несмотря на обиходный характер натуральных чисел, немногие знают о их некоторых очень интересных свойствах. Существует целый раздел математики, именующийся «теория чисел» (смотри главу 6), который занимается изучением натуральных чисел. Теоремы теории чисел обладают очень интересным свойством, все они кажутся очень простыми. Словесное изложение этих теорем понятно даже среднеобразованному человеку, однако, доказательство этих простых теорем — вещь чрезвычайно кропотливая и очень часто оно не под силу даже крупнейшим математическим умам.

Прежде, чем начать считать, необходимо решить две задачи: выбрать систему счисления и установить названия числительных. Уже много тысячелетий тому назад почти все народы, принадлежащие к нашей цивилизации, избрали одну и ту же систему счисле-

ния, основанную на десятичной системе: десяток содержит десять единиц, сотня — 10 десятков, тысяча — 10 сотен и т. д. Однако, названия числительных каждый народ установил в зависимости от своих потребностей. В русском языке имеются отдельные названия для первых десяти цифр и первых трех ступеней числа десять: 10^1 (десять), 10^2 (сто) и 10^3 (тысяча). Древние греки имели также название мириады для обозначения числа 10^4 , а древние обитатели Индийского полуострова, которые пользовались санскритом, имели наименования числительных для обозначения и дальнейших ступеней числа десять вплоть до 10^{10} . Пока требования, предъявляемые повседневной жизнью и наукой, были относительно незначительны, вполне хватало числительных и их производных: 10 тысяч, 100 тысяч, 1000 тысяч и т. д. Но уже в позднем средневековье, благодаря прогрессу науки и развитию экономических отношений, потребовались более крупные числа чем тысяча тысяч, а тем самым, возникла необходимость дать им определенные названия. Так возникли такие числительные, как: миллион, миллиард, биллион, триллион, квадриллион, квинтиллион и т. д.

Очень любопытно, что на разных языках эти названия употребляются для обозначения разных чисел. Итак, например, в Польше, Великобритании, Германии миллион обозначает 10^6 , миллиард 10^9 , биллион 10^{12} , триллион 10^{18} , квадриллион 10^{24} , квинтиллион 10^{30} , в то время как во Франции, Со-

ветском Союзе и Соединенных Штатах Северной Америки биллион обозначает 10^9 , триллион 10^{12} , квадриллион 10^{15} и т. д.

Происхождение таких названий как биллион, триллион, квадриллион, квинтиллион становится вполне понятным, если вспомнить латынь: эти названия состоят из двух несколько видоизмененных латинских слов: *bis* (два раза), *ter* (три раза), *quarter* (четыре раза)... и суффикса «*lion*». Только числительное «миллион» происходит от итальянского «*milione*», что означает «жирная тысяча».

С помощью этих терминов можно было называть большие числа, встречающиеся в астрономии, физике, географии, как, например:

Среднее расстояние от Земли до Солнца	150 000 000 км
Площадь земного шара	510 000 000 км ²
Объем земного шара	1 083 000 000 000 км ³
Масса земного шара	6 000 000 000 000 000 000 т

Так как выписывать столь большие числа — операция довольно-таки трудоемкая, да и для этого требуется много бумаги, ученые решили вместо длинного ряда нулей писать эти числа в виде 10^n . Символ *n* указывает, сколько необходимо дописать нулей. Итак, например, число 1 083 000 000 000 можно записать в виде $1083 \cdot 10^9$, а число

6 000 000 000 000 000 000 000 — соответственно в виде $6 \cdot 10^{21}$.

Такой способ записи позволил представить даже самые большие числа, с которыми мы встречаемся при астрономических исчислениях, в очень простом виде. Астрономы утверждают, что наиболее отдаленные галактики, иначе говоря, громадные скопления звездных систем, состоящие из миллиардов звезд, находятся от нас на таких расстояниях, что солнечному лучу, бегущему со скоростью 300 000 км/сек, нужно миллиард лет, дабы преодолеть такое расстояние. Из этого следует, что это расстояние порядка 10^{22} км. Но даже такое, столь необъятное разумом, расстояние, которое отделяет нашу крохотную Землю от самых удаленных галактик, можно представить очень просто в миллиметрах весьма несложным числом 10^{28} , так как

$$10^{22} \text{ км} = 10^{22} \cdot 10^6 \text{ мм};$$

$$1 \text{ км} = 10^3 \text{ м} = 10^3 \cdot 10^3 \text{ мм}.$$

Человек второй половины XX века умеет хорошо считать. Правда, может быть, не столь быстро, как этого от него требуют темпы современного ритма работы и научного прогресса. Но для этого у него есть вычислительные машины. Несовершенство зрения компенсировали очки, микроскоп и телескоп, несовершенство слуха — микрофоны, а несовершенство наших вычислительных способностей — электронные вычислительные машины, которые считают со «скоростью света».

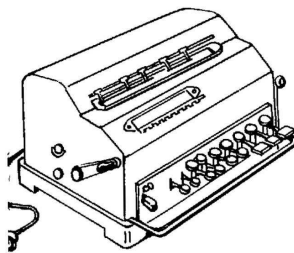


Рис. 1-1

Следующий раздел посвящен числовым обозначениям, иначе говоря, цифрам, этим буквам замечательного математического алфавита, с помощью которых мы в состоянии выразить и записать любые числа.

ЦИФРЫ РАЗНЫХ НАРОДОВ И ЭПОХ

Вавилон

Знакомясь с числами, мы не можем не заняться знаками, с помощью которых числа обозначаются на бумаге. Знаки эти мы называем цифрами.

Самыми древними цифровыми знаками являются вавилонские знаки. Если мы взглянем на карту (рис. 1-2), то увидим на ней две черные жирные извивающиеся линии — реки Тигр и Евфрат. Древние греки называли эту страну Месопотамией, что по русски означает междуречье, так как расположена она была в долине между двумя реками-близнецами. Часть Месопотамии занимало могучее государство, столицей которого был город Вавилон.

Уже четыре тысячелетия назад в Вавилоне расцвела наука и существовали библиотеки. Правда, в те времена еще не было печатных книг, но зато существовали глиняные таблички, на которых вавилонские мудрецы писали свои труды. Современные ученые нашли 44 таблички, на которых записана вся математическая наука, известная вавилонцам. Уче-

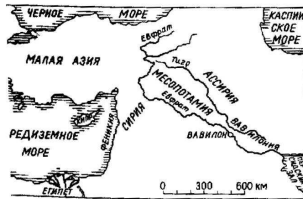


Рис. 1-2

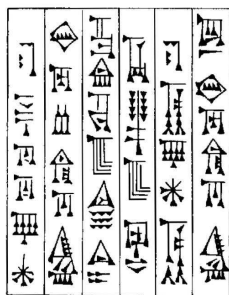


Рис. 1-3



Рис. 1-4

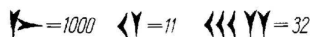


Рис. 1-5

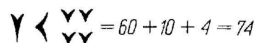


Рис. 1-6

ные Вавилона пользовались, так называемой, клинописью. Клинописных букв было очень много, но цифровых знаков — мало.

На рисунке 1-3 изображена одна из табличек с записью кодекса законов царя Хаммурапи.

Вавилонские числа являются, собственно говоря, комбинацией трех клинописных знаков: единицы, десятка и сотни (рис. 1-4).

С помощью этих знаков можно было написать число тысяча, а также любое другое число, при этом использовались, как принцип сложения, так и умножения, а более крупные числа всегда предшествовали меньшим (рис. 1-5).

Кроме этого способа записи чисел вавилонцы применяли также позиционную систему и шестидесятиричный счет. В этом счете знак единицы может обозначать соответственно: 1, 60, 60^2 и т. д. в зависимости от места, которое занимает (рис. 1-6).

Также в зависимости от занимаемого места знак десятки может соответственно означать: 10, $10 \cdot 60$, $10 \cdot 60^2$, $10 \cdot 60^3$ и т. д.

Вавилонцы имели некое подобие знака нуля. Для выражения недостающего места они писали наклонно два знака единицы.

Вавилонцы умели также пользоваться простыми и шестидесятиричными дробями (со знаменателями 60, 60^2 , 60^3 и т. д.), которые записывали так, как мы пишем десятичные дроби. Они умели также выполнять четыре арифметических действия на нату-



ральных числах и дробях, подсчитывать проценты, делить числа на пропорциональные части. Из области геометрии они знали лишь столько, сколько им было необходимо для нужд строительства и земельного дела: умели подсчитать площадь фигур, ограниченных отрезками, например, площадь треугольника, четырехугольника и т. д.

Египет

Почти столь же древними являются и египетские цифры.

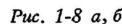
Для выражения своих мыслей и слов на бумаге египтяне использовали знаки, которые мы в настоящее время называем иероглифами (рис. 1-7).

Затем иероглифное письмо было заменено более простым иератическим письмом.

В обоих видах письма египтяне имели специальные знаки для цифр (рис. 1-8а, б).

Египтяне в начале писали числа высшего порядка, а затем нисшего. При этом использовался принцип сложения (рис. 1-9) или умножения.

Египтяне умели также пользоваться дробями. Все египетские дроби имели в числителе единицу, других дробей они не умели даже выговорить (исключение составляло $\frac{2}{3}$). Дроби писались так же, как и натуральные числа, только над ними ставилась точка, причем для $\frac{1}{2}$ и для $\frac{2}{3}$ имелись специальные знаки (рис. 1-10).



0 0 0 1 1 1 1 1 1 1 00000
 $100+100+100+10+10+10+10+10+10+10+5=375$

Рис. 1-9

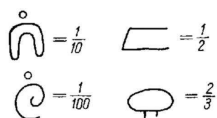


Рис. 1-10

Чтобы записать какую-либо дробь, египтяне представляли ее в виде дробей с числителями равными единице, итак, например, дробь $\frac{23}{40}$ записывали в следующем виде: $\frac{1}{4} \frac{1}{5} \frac{1}{8}$, что обозначало $\frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{8} = \frac{23}{40}$.

Главным источником наших знаний о египетской математике является так называемый папирус Ахмеса¹⁾ (примерно 2000—1700 гг до н. э., сравни стр. 37), писца фараона, найденный в 1853 году.

Египтяне писали примерно так, если 23 хлеба мы разделим между 40 людьми, то каждый получит одну четвертую, одну пятую и одну восьмую часть одного хлеба.

Греция и Рим

Римские цифры общеизвестны и используются еще сейчас, между прочим, на циферблатах часов, в надписях на мемориальных досках, при нумерации страниц книг и т. д.

Известно, например, что L — это 50, C — это 100, D — это 500, M — это 1000. Знаки C и M — это

¹⁾ Иначе именуемый папирусом Ринда от фамилии владельца, приобретшего папирус в 1858 году. Ныне папирус хранится частично в лондонском Британском музее, а частично в Нью-Йорке (прим. переводчика).

первые буквы слов «*centum*» — 100 и «*mille*» — 1000. Знаки I и D очевидно также были первыми буквами каких-то слов, однако слова эти до нас не дошли. Можно только предполагать, что это были этрусские слова или же выражения какого-то латинского наречия. С помощью этих цифр римляне писали числа, используя правила сложения и вычитания, например, LX = 60 (50+10); XL = 40(50–10); CM = 900 (1000–100); MC = 1100 (1000+100) и т. д.

Римские цифры

$$\begin{array}{llll} \text{I} = 1 & \text{X} = 10 & \text{C} = 10^2 & \text{M} = 10^3 \\ \text{V} = 5 & \text{L} = 50 & \text{D} = 500 & \end{array}$$

Римляне пользовались дробями со знаменателем 60 (вавилонские) и со знаменателями 12, 24, 48:

$$\frac{1}{24} \text{ — это половина, а } \frac{1}{48} \text{ — это одна четвертая } \frac{1}{12}.$$

Римские ученые осваивали дроби в связи со счетом денег и использованием мер и весов. Римская монета Ас, чеканенная первоначально из меди, весила один фунт и делилась на двенадцать унций. Существовало даже специальное название «*deunx*» для выражения $\frac{11}{12}$ (*deunx* = *de uncia*), т. е. Ас без одной унции.

Вычисление «в уме» облегчало пользование так называемого абака (*abacus*), счетной доски, разделенной