

**Д. Бизам**

**Игра и логика**  
**85 логических задач**

**Москва**  
**«Книга по Требованию»**

УДК 82-053.2  
ББК 74.27  
Д11

Д11 **Д. Бизам**  
Игра и логика: 85 логических задач / Д. Бизам – М.: Книга по Требованию, 2021. – 358 с.

**ISBN 978-5-458-24328-5**

Книга венгерских математиков Д. Бизама и Я. Герцега посвящена математической логике. Пользуясь элементарными средствами, авторы в увлекательной форме учат читателя умению последовательно мыслить и решать задачи, «думая, но не вычисляя». Книга снабжена тщательно разработанной системой специальных указателей, которые помогают ориентироваться в особенностях задач. Книга представляет интерес для широкого круга читателей, любителей занимательной математики.

**ISBN 978-5-458-24328-5**

© Издание на русском языке, оформление  
«YOYO Media», 2021

© Издание на русском языке, оцифровка,  
«Книга по Требованию», 2021

Эта книга является репринтом оригинала, который мы создали специально для Вас, используя запатентованные технологии производства репринтных книг и печати по требованию.

Сначала мы отсканировали каждую страницу оригинала этой редкой книги на профессиональном оборудовании. Затем с помощью специально разработанных программ мы произвели очистку изображения от пятен, клякс, перегибов и попытались отбелить и выровнять каждую страницу книги. К сожалению, некоторые страницы нельзя вернуть в изначальное состояние, и если их было трудно читать в оригинале, то даже при цифровой реставрации их невозможно улучшить.

Разумеется, автоматизированная программная обработка репринтных книг – не самое лучшее решение для восстановления текста в его первозданном виде, однако, наша цель – вернуть читателю точную копию книги, которой может быть несколько веков.

Поэтому мы предупреждаем о возможных погрешностях восстановленного репринтного издания. В издании могут отсутствовать одна или несколько страниц текста, могут встретиться невыводимые пятна и кляксы, надписи на полях или подчеркивания в тексте, нечитаемые фрагменты текста или загибы страниц. Покупать или не покупать подобные издания – решать Вам, мы же делаем все возможное, чтобы редкие и ценные книги, еще недавно утраченные и несправедливо забытые, вновь стали доступными для всех читателей.



Серия Книжный Ренессанс

[www.samizday.ru/reprint](http://www.samizday.ru/reprint)



## ПРЕДИСЛОВИЕ

Некоторые из этих задач уже были опубликованы в венгерском научно-популярном еженедельнике «Жизнь и наука» в разделе «Школа мышления» (еще до того, как в этом разделе начали появляться задачи Логара Мишки<sup>1)</sup><sup>2</sup>. Именно в процессе работы в этом разделе журнала у нас появилась мысль о том, что публикуемые в нем материалы, надлежащим образом упорядоченные и дополненные, можно было бы издать отдельной книгой.

Подбор и систематизацию логических задач, несомненно, следовало начать с разбиения их на типы. Материал книги, как бы переплавляясь в процессе работы, вынуждал нас постоянно вносить те или иные усовершенствования до тех пор, пока, наконец, не выкристаллизовалась та последовательность связанных между собой типов логических задач, подробное изложение которой стало основной темой всей нашей книги.

Тщательно систематизировав собранный материал, мы изложили его в виде задач, проблем. Из 85 задач, вошедших в окончательный вариант рукописи, лишь 8 были заимствованы нами из других источников (задачи 1, 2, 3, 4, 79, 80, 81 и 82), однако даже эти задачи были частично переработаны, а решения во всех без исключения случаях написаны заново. Все остальные задачи оригинальны. Нам хотелось бы надеяться поэтому, что

---

<sup>1</sup> Персонаж, имя и фамилия которого по-венгерски напоминает слово «логарифм». — *Прим. перев.*

<sup>2</sup> Мы даже собирались назвать нашу книгу «Школа мышления» — именно такое название как нельзя лучше подходило бы к ее содержанию. Однако нам пришлось отказаться от своего намерения, поскольку под таким названием вышел в свет венгерский перевод книги известного математика и педагога профессора Дьердя Пойа (Д. Пойа, Как решать задачу, Гос. учебно-педагогическое изд-во Министерства просвещения РСФСР, М., 1959).

и содержание всей книги можно считать более или менее новым. Впрочем, вполне возможно, что нам так и не удалось достичь поставленной перед собой цели, и мы с благодарностью воспримем все критические замечания.

Пользуясь случаем, мы хотели бы поблагодарить всех, кто подсказал нам мысль о создании книги: редакторов журнала «Жизнь и наука», главного редактора журнала «Фенье Бела», сотрудников отдела «Школа мышления» (без ценных советов которых эта книга вряд ли была бы написана), читателей журнала, исправивших замеченные ими ошибки и высказавших немало критических замечаний и указаний. Наконец (но отнюдь не в последнюю очередь), мы благодарим сотрудников издательства и всех, кто принял участие в работе над книгой.

*Дьердь Бизам  
Янош Герцег*

Будапешт, 7 сентября 1970 г.

## НЕСКОЛЬКО НАПУТСТВЕННЫХ СЛОВ К ЧИТАТЕЛЮ

Лет 30—40 назад математика, по всеобщему мнению, была истинным «пугалом». Ясно, что при таком отношении математики за малым исключением никто не знал, да и знать не мог. И хотя теперь к математике относятся совершенно иначе, порой все же приходится слышать отголоски прошлого, причем, к сожалению, не так уж редко. Многие считают (в особенности, если их знакомство с математикой ограничилось теми познаниями, которые они вынесли из средней школы), что у них «нет математических способностей». Между тем подобное мнение часто бывает ошибочным.

Школьная программа по математике ставит перед собой двойную задачу: во-первых, способствовать развитию у учащихся логического мышления и, во-вторых, дать им конкретные математические знания. Не все дети выносят эту двойную нагрузку. И все же вторую задачу нельзя отделять от первой. Если кто-нибудь не усвоил учебный материал, то какими бы математическими способностями он ни обладал, он не сможет уследить за ходом рассуждений. Не поняв объяснения учителя, такой человек начинает переживать «отсутствие» у него математических способностей и перестает вообще заниматься математикой.

Во время работы над книгой мы с особым вниманием следили за тем, чтобы не упустить из виду интересы именно этого круга читателей. Нам кажется, что мы достигли поставленной цели: для понимания книги никаких предварительных знаний не требуется. Необходимо лишь усвоить то, что написано в нашей книге. Если кто-нибудь возьмет на себя труд прорешать все задачи от первой до последней (и при этом будет сверять свои решения с приведенными у нас в книге), то можно ручаться, что содержание книги станет для него «родной стихией» и все будет понятно.

Со своей стороны мы хотим помочь читателю в овладении математическим мышлением и подсказать ему направление, в котором следует развивать свои способности. Например, задачи в книге расположены не как придется, а в такой последовательности, которая должна помочь читателю угадать решение. С этой же целью написаны совершенно необходимые с точки зрения единства книги разделы, в которых речь идет о соответствии между задачами и решениями, принадлежащими к различным направлениям. Иногда (это бывает довольно редко) нам все же приходится ссылаться на те или иные математические факты. Однако такие разделы читатель без ущерба для понимания дальнейшего может пропустить.

В том же духе были выдержаны задачи в разделе «Школа мышления» венгерского научно-популярного еженедельника «Жизнь и наука». Работа в редакции этого раздела послужила для нас хорошей школой. За четырехлетний срок существования раздела число присылаемых в редакцию писем с решениями задач возросло примерно в 10 раз. Из этих писем мы не только узнали, какие задачи особенно любимы читателями, но и познакомились с наиболее распространенными ошибками и типичными недочетами решений.

Мы считаем, что переходить от одной темы к другой в математике имеет смысл лишь тогда, когда вы основательно разобрались в предыдущей теме, чувствуете себя в ней, «как дома». Разносторонность знаний приобретает с опытом, в процессе решения возникающих по ходу изучения темы задач. В нашей книге задачи сгруппированы по темам. Однако одинаковыми они могут показаться лишь при самом поверхностном знакомстве. Внимательный читатель сразу же увидит, что во всей книге не найдется и двух задач, совпадающих до мельчайших подробностей. Каждая задача непременно содержит какой-нибудь новый, дополнительный штрих, отличающий ее от предыдущей.

Популярной математике не чужда забота о внешней форме изложения. Памятуя об этом, мы стремились излагать задачи в как можно более «несерьезной», «игрушечной» форме. Однако за их занимательной формой кроется вполне серьезное содержание. Что же касается решений, то они интересуют лишь тех читателей, которые любят поломать голову над трудной задачей.



## КАК ЧИТАТЬ ЭТУ КНИГУ

Разумеется, мы прекрасно сознаем, сколь разнообразно множество наших читателей, сколь разнообразны их требования. Поскольку нам хотелось удовлетворить запросы как можно более широкого круга читателей, то мы постарались предусмотреть, чтобы каждый мог извлечь из нее нечто полезное для себя.

Наша задача облегчалась тем, что некоторые читатели прислали нам свои предложения, сообщили, в какой последовательности, по их мнению, следовало бы расположить задачи.

Каждому из типов читателей (за исключением типа А) мы присвоили особый знак. Он как бы служит сигналом, по которому читатель без труда узнает те задачи, которые, по нашему мнению, ему следовало бы решить.

Однако прежде чем мы перейдем к рекомендациям для каждого типа читателей в отдельности, нам хотелось бы обратить внимание на два обстоятельства, которые в большей или меньшей степени затрагивают всех читателей.

а. Мы считаем, что каждый читатель должен пытаться сначала самостоятельно решать каждую задачу и лишь затем заглядывать в решение, приведенное в книге. Вместе с тем мы обращаемся к читателям с просьбой: не упускайте случая заглянуть в конец книги, где собраны решения. Это позволит вам, во-первых, сравнить свое собственное решение с нашим (может случиться, что найденное вами решение окажется проще приводимого нами) и, во-вторых, при чтении готового решения узнать методы и понятия, без которых вам было бы трудно решить следующие задачи. Такие вещи просто необходимо знать заранее!

б. Рисунки органически связаны с текстом и составляют с ним единое целое. Иногда текст и рисунок не только дополняют друг друга: рисунок может с успехом заменять текст. Мы надеемся, что такой «симбиоз» рисунка и текста не только делает более наглядными условия задачи и оживляет книгу, но и способствует уяснению смысла задачи.

*А. Читателям, которые хотят дружить с математикой и жаждут развить свое математическое мышление, необ-*

ходимо прорешать все задачи от первой до последней и попытаться каждую задачу решить самостоятельно. Этим читателям не рекомендуется «подглядывать» в конец книги и для вящей уверенности заимствовать (хотя бы в самых общих чертах) приведенное там готовое решение. Не будет ничего плохого, если читатель этого типа не сумеет решить одну-две задачи. Вот тогда действительно имеет смысл заглянуть в книгу и посмотреть, как они там решаются.

Не будет большой беды и в том, если кому-нибудь не удастся решить какую-то из задач сразу: не следует забывать о том, что эти задачи для того и придуманы, чтобы читатели могли поломать над ними головы. В этом случае мы также рекомендуем прочитать решение, приведенное в книге: в нем может содержаться какая-нибудь полезная идея. Однако большинство задач все же следует решать самостоятельно.

Но если задача успешно решена, то зазнаваться вовсе не следует. Сравните полученное вами решение с приведенным в книге. Вы узнаете много нового и не пожалеете затраченного времени!

Если ваше решение не совпадает с приведенным в книге, то это еще не означает, что оно неверно. Вполне возможно, что задача допускает еще одно решение и вам удалось найти именно его. Установить, что задача допускает несколько решений, не менее важно, чем найти любое из них.

Следует внимательно прочитать указания и примечания, содержащиеся в решениях, приведенных в конце книги.

*Б. Читателю, который не обладает достаточным терпением*, чтобы внимательно читать всю книгу, но из любопытства все же заглянул в нее, мы советуем немного запастись терпением. Не начинайте читать книгу с приглянувшейся вам задачи в середине: этого делать нельзя даже в том случае, когда «подводных камней» совсем не видно<sup>1</sup>. Для самых нетерпеливых мы рекомендуем несколько безопасных «маршрутов» по книге.

---

<sup>1</sup> Попробуйте, например, начать с задачи 40, 41 или 42, не заглянув предварительно в решение задачи 39, а затем для сравнения попробуйте решить те же задачи после того, как вы познакомитесь с рекомендуемым там методом составления «маршрутов». Различие вроде бы совсем невелико!

У каждого маршрута имеется свой номер. Маршрут с большим номером иногда может проходить по тем же задачам, что и маршрут с меньшим номером.

Через каждую задачу непременно проходит по крайней мере один маршрут, поскольку каждый маршрут рано или поздно приводит к какому-нибудь математическому понятию. Встреча с этим понятием происходит там, где маршрут покидает область ранее решенных задач и вступает в область задач, еще ждущих своего решения.

#### РЕКОМЕНДУЕМЫЕ МАРШРУТЫ



I. Задачи 1, 4, 96, 12, 13, 19, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 44.



II. Задачи 45—60.



III. Задачи 15—18.



IV. Задачи 11, 19—24, 32—35, 37, 40, 42, 43, 62, 63, 68, 69, 72—74.



V. Задачи 11—13, 22, 24, 25, 51, 53—60, 64, 78—80.



VI. Задачи 24, 25, 66—71, 75, 76, 77.



VII. Задачи 4—7, 9, 10, 14, 25, 26, 36, 63.



В. Читателям, которых интересуют лишь занимательные логические задачи (такие читатели стремятся решить как можно больше разнообразных, пестрых головоломок без какой-либо системы), мы рекомендуем обратить внимание на следующие задачи, для понимания и решения которых не требуется никакой предварительной подготовки:

1, 2, 3, 4, 19, 20, 24, 27, 31, 33, 34, 40, 41, 42, 43, 45, 52, 56, 58, 59, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 71, 75а, 75б, 75в, 76, 78, 79, 80, 81, 82, 83, 84, 85.

В том, как расположены эти задачи, нет никакой системы. С тем же успехом любая из них могла бы следовать и за любой другой, однако при этом мы не могли бы с уверенностью сказать, что любителю головоломок удастся решить очередную задачу (хотя и не утверждаем, что ему не удастся решить ее).

Для этого типа читателей наши задачи иногда могут быть непонятными: так будет происходить, например, в тех случаях, когда решение задачи существенно использует решение одной из предыдущих задач. Тем не менее, они всегда могут проверить полученное решение, сверив его с решением, приведенным в конце книги.

К сожалению, этот тип любителей математики мы вынуждены зачастую упускать из виду. Мы не можем рекомендовать им особенно каверзные или занимательные задачи, поскольку без введения всех необходимых понятий трудно объяснить, о чем идет речь. Все же иногда нас просят указать одну-две задачи для любителей головоломок. Такие задачи должны быть понятны без предварительных объяснений и введения новых понятий и в то же время допускать решение, основанное на использовании одной или двух остроумных идей.

Г. Читателям, имеющим хорошую математическую подготовку, для более быстрого продвижения по книге, мы рекомендуем следующие два маршрута:



I. Задачи 4, 5, 9б, 9в, 10, 13, 14—16, 19, 73, 25, 26, 75ж, 76, 77.



II. Задачи 27—30, 32, 37—42, 45, 51—57, 58—60.

Именно в этих задачах содержатся наиболее важные математические идеи. Для серьезных любителей занимательных задач рекомендуем маршрут, который можно проходить в любом порядке:



III. Задачи 62, 63, 80, 81, 83, 85.

Д. *Преподавателям математики* мы рекомендуем семь маршрутов, перечисленных в пункте Б как темы для занятий математических кружков. Поскольку в нашей книге решения задач разобраны весьма подробно, причем каждое решение содержит примечания и методические указания, доклады о маршруте можно спокойно поручить одному или двум ученикам.

Некоторые учителя выделяют следующие темы.

I маршрут. Краткий обзор методов решения двумерных и трехмерных логических задач. (Иногда доклад начинают с решения задач 2, 3, 9а и 11.)

II маршрут. Наглядный метод решения трехмерных логических задач с помощью кубической и кристаллической решеток. В этой связи естественно упомянуть об основных идеях начертательной геометрии.

III маршрут. Разложение логической задачи на независимые подзадачи. Развитие темы: связь с теорией определителей.

IV маршрут. Что означают слова: «Задача имеет решение?» Определение числа возможных решений.

V маршрут. Этот маршрут, пожалуй, имеет наибольшее теоретическое значение. Вообще говоря, мы не рекомендуем эту тему для занятий школьного математического кружка. Она скорее подходит для самостоятельного изучения отдельными наиболее подготовленными школьниками.

VI маршрут. Рассказать о наиболее интересных примерах аналогии внешне различных задач. На занятиях кружка мы рекомендуем решать лишь самые простые задачи этого цикла.

VII маршрут. Задачи для цикла связаны с понятием избыточности. На занятиях школьного кружка не следует решать задачи 25 и 26. Вместо этого мы рекомендуем дать школьникам хотя бы некоторое представление о «теореме единственности». Теоретическое «Заключение», следующее в книге после задачи 26, необходимо исключить.

## ВМЕСТО ПРЕДМЕТНОГО УКАЗАТЕЛЯ



Здесь перечислены задачи, в которых содержатся принципиально новые глубокие идеи (как правило, в решении), заслуживающие особого названия. Эти задачи нетрудно отличить по соответствующим «эмблемам».

| Номер задачи |                                                                                                                                                   | Где вводится новое понятие                                                             |
|--------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------|
| 1            | Графический метод, элементарный запрет, решающая информация, сужение информации                                                                   | В III решении                                                                          |
| 4            | Пользование таблицами: клетка; элементарный запрет; кружок; запрет, возникающий при сужении информации; однозначно определенное частичное решение | В примечании «Дальнейшее развитие метода составления таблиц», помещенном после решения |
| 5            | Избыточность                                                                                                                                      | В решении                                                                              |
| 13           | Перестановка строк и столбцов                                                                                                                     | В решении                                                                              |
| 15—16        | Разложение исходной задачи на независимые «подзадачи»                                                                                             | В решении                                                                              |
| 27           | Одновременное рассмотрение трех таблиц                                                                                                            | В решении                                                                              |
| 28           | Правило соответствия между элементами множеств                                                                                                    | В решении                                                                              |
| 29           | Более наглядное представление соответствия между множествами                                                                                      | В решении                                                                              |
| 30           | Правило пересадки клеток                                                                                                                          | В решении                                                                              |
| 38—39        | Правило дополнения                                                                                                                                | В решении                                                                              |
| 45—51        | Наглядное представление совокупности трех таблиц в виде пространственной кубической решетки (гараж в Тридесятиграде)                              | В решении                                                                              |
| 52           | Кристаллическая решетка (другое наглядное пространственное представление системы трех таблиц)                                                     | В решении                                                                              |
| 53           | Эквивалентность «гаража» и кристаллической решетки                                                                                                | В решении                                                                              |
| 61           | Различные типы трехмерных задач (на установление соответствия между элементами трех множеств)                                                     | После II решения                                                                       |
| 64, 68, 71   | Принцип коробки                                                                                                                                   | В начале решения (задача 64), примечание после решения (задачи 68, 71)                 |