

Розенберг В. Я., Прохоров А. И.

Что такое теория массового обслуживания

**Москва
«Книга по Требованию»**

УДК 50
ББК 22
Р64

Р64 **Розенберг В. Я.**
Что такое теория массового обслуживания / Розенберг В. Я., Прохоров А. И. –
М.: Книга по Требованию, 2013. – 255 с.

ISBN 978-5-458-35820-0

В книге изложены основные идеи и некоторые методы теории массового обслуживания. Книга снабжена значительным количеством разнообразных примеров, иллюстрирующих применение аппарата теории. По изложению книга доступна, в первой своей части, широкому кругу читателей. В основном она предназначена для инженерно-технических работников и студентов старших курсов математических и технических специальностей, которые найдут в ней как некоторые пути подхода к задачам массового обслуживания, так и примеры решения таких задач, доведенные до численного решения.

ISBN 978-5-458-35820-0

© Издание на русском языке, оформление
«YOYO Media», 2013

© Издание на русском языке, оцифровка,
«Книга по Требованию», 2013

Эта книга является репринтом оригинала, который мы создали специально для Вас, используя запатентованные технологии производства репринтных книг и печати по требованию.

Сначала мы отсканировали каждую страницу оригинала этой редкой книги на профессиональном оборудовании. Затем с помощью специально разработанных программ мы произвели очистку изображения от пятен, клякс, перегибов и попытались отбелить и выровнять каждую страницу книги. К сожалению, некоторые страницы нельзя вернуть в изначальное состояние, и если их было трудно читать в оригинале, то даже при цифровой реставрации их невозможно улучшить.

Разумеется, автоматизированная программная обработка репринтных книг – не самое лучшее решение для восстановления текста в его первоизданном виде, однако, наша цель – вернуть читателю точную копию книги, которой может быть несколько веков.

Поэтому мы предупреждаем о возможных погрешностях восстановленного репринтного издания. В издании могут отсутствовать одна или несколько страниц текста, могут встретиться невыводимые пятна и кляксы, надписи на полях или подчеркивания в тексте, нечитаемые фрагменты текста или загибы страниц. Покупать или не покупать подобные издания – решать Вам, мы же делаем все возможное, чтобы редкие и ценные книги, еще недавно утраченные и несправедливо забытые, вновь стали доступными для всех читателей.

ОТ АВТОРОВ

В настоящей книге авторы сделали попытку в относительно популярной форме изложить основные идеи и некоторые методы одного из новых разделов теории вероятностей, который получил название теории массового обслуживания. Являясь до некоторой степени частью теории вероятностей, теория массового обслуживания последнее время становится все более самостоятельной. Это объясняется теми важными практическими задачами, которые она может решать, и спецификой ее математического аппарата. Авторы не ставили перед собой задачу дать исчерпывающее изложение идей и методов этой теории. Основная цель — привлечь к ней внимание широкого круга читателей. Поэтому авторы излагают только основные положения, иллюстрируемые примерами, представляющими интерес для специалистов различного профиля.

Книга написана таким образом, что она может быть полезна как читателям, не владеющим математическим аппаратом, так и инженерно-техническим работникам, интересующимся областями приложений теории массового обслуживания. Кроме того, книга может быть полезна студентам старших курсов математических специальностей, которые смогут найти в ней значительное число примеров использования аппарата теории массового обслуживания при решении различных практических задач.

Читатель, которого интересует только один вопрос — что такое теория массового обслуживания, может ограничиться чтением § 1 гл. 1. Читатель, которого интересует вопрос о том, где она может быть применена, должен прочесть всю первую главу. При чтении этой главы он совсем не столкнется с необходимостью знания математики.

Читатель, которого интересует только вопрос о том, как применяется аппарат теории массового обслуживания, найдет в конце каждого параграфа гл. 3 необходимые выводы и подробно рассмотренные примеры.

Читатель, которого, кроме этого, заинтересует вопрос о том, как получены эти выводы, каков подход к решению задач массового обслуживания, должен прочесть всю книгу.

Для полного понимания всего изложенного достаточно знаний в объеме курса высшего технического учебного заведения. Основные сведения по теории вероятностей авторы старались пояснять по ходу изложения.

Нужно заметить, что терминология теории массового обслуживания еще не полностью установилась. Так как исторически возникновение теории массового обслуживания тесно связано с телефонным делом, то в некоторых источниках можно найти термин «поток вызовов» вместо «потока требований», хотя последний более полно отражает природу изучаемых процессов; «линии обслуживания» вместо «систем обслуживания» и т. д.

Если в результате прочтения книги читатель заинтересуется теорией массового обслуживания и у него возникнет желание использовать ее в своей практической деятельности, то авторы будут считать свою задачу выполненной.

В гл. 1, § 1, 2 и 3 написаны авторами совместно, § 4 написан А. И. Прохоровым. Совместно написан также § 3 гл. 2. Глава 3 и § 1, 2 гл. 2 написаны В. Я. Розенбергом.

Авторы считают своим приятным долгом выразить глубокую благодарность Б. В. Гнеденко, Н. П. Бусленко, Я. И. Хургину и Н. Н. Лозинскому, прочитавшим рукопись и сделавшим ряд существенных замечаний.

ВВЕДЕНИЕ

У вас в дороге оторвалась пуговица. Что может помочь вам? Ответ прост: иголка с ниткой, которую можно найти в ателье бытового обслуживания. У вас испортился холодильник. Очевидно, что помощь может оказать мастер по ремонту. Но если сказать, что, кроме иголки с ниткой или мастера по ремонту, в этих случаях может помочь математика, то вы это воспримете как шутку. Каким образом иголку с ниткой или мастера может заменить математика? Какое отношение вообще имеет математика к пришиванию пуговицы? Прочтите эту книгу и вы увидите, что здесь имеется связь, и довольно тесная.

Почти всегда знакомство с новой книгой читатель начинает с изучения ее оглавления и беглого просмотра. И нередко случается так, что, увидев страницы, пестрящие математическими формулами и выкладками, он кладет ее на место.

Причины этого могут быть различными, но основной из них является следующая: читатель, даже изучавший математику в высшем учебном заведении, мало сталкиваясь в своей практической деятельности с необходимостью применения полученных математических знаний, забывает ее. Поэтому такая книга становится для него «вещью в себе» и даже если он в состоянии, приложив некоторые усилия, разобраться в написанном, он все же редко принимается за ее чтение.

А между тем, как много важного и интересного, а подчас поистине увлекательного скрывается за «сухим» языком формул и цифр — языком математики.

Разгадка тайны атомного ядра, создание атомных двигателей, мощных энергосистем, сложнейших агрегатов, создание и запуск космических кораблей обязаны в значительной мере достижениям математики.

С каждым годом математика все глубже вторгается во все области науки и техники. И сейчас гораздо легче перечислить те области науки, где она не применяется, чем те, где она находит широкое применение.

У многих людей сложилось неверное представление о математике: считают, что это окончательно сформировавшаяся и до конца разработанная наука, что в математике уже все сделано; сформулированы и доказаны почти все теоремы, что, в лучшем случае, есть еще несколько теорем, которые пока не доказаны, но они представляют интерес только для математиков.

Может быть, следующее утверждение несколько утрирует существующее положение, но очень часто можно слышать вопрос: «Ну что нового можно сделать в математике, ведь то, что дважды два — четыре, уже доказано! Построено и развито дифференциальное и интегральное исчисление, разработана теория вероятностей и т. д. Что же делать дальше?»

На наш взгляд это положение объясняется рядом причин.

Во-первых, в тех разделах математики, которые изучаются, изложение имеет строгий, четкий, законченный вид. Те задачи, которые предлагаются учащимся, имеют, как правило, решение в простом окончательном виде. Это приводит учащегося к мысли, что в математике есть теоремы и методы, знание которых позволяет решить *любую задачу*.

Во-вторых, до последнего времени при практическом использовании более или менее сложных математических методов сталкивались с трудностями, связанными с вычислительной работой. Практическое использование ряда методов, разработанных теоретически, было невысказано: необходимость выполнения колоссального объема вычислений при решении тех или иных задач с помощью этих методов делала невозможной получение численных решений.

Например, такие относительно простые задачи, как интегрирование системы дифференциальных уравнений или решение системы линейных алгебраических уравнений высокого порядка, далеко не всегда удавалось довести до численного ответа.

В результате у многих складывалось представление о теоретической оторванности математики от практики,

о том, что дальнейшая разработка математических методов представляет лишь теоретический интерес.

Однако это не так, и каждому, кто в своей деятельности сталкивался с необходимостью решения практических задач, известно, что число задач, для которых еще неизвестны математические методы решения, особенно численные методы, гораздо больше тех, которые могут быть решены, что еще существует огромное, фактически неограниченное, число задач и проблем, при решении которых математика пока бессильна. Следовательно, необходимо разработать методы решения этих задач, а это, в свою очередь, неизбежно приводит к появлению не только новых математических методов, но и новых математических дисциплин.

Новые возможности и вместе с тем новые трудности возникают перед математикой в связи с созданием новых мощных средств производства вычислительных работ; таких, как быстродействующие электронные вычислительные машины.

С одной стороны, электронные вычислительные машины позволяют производить большое количество арифметических операций (порядка сотен тысяч операций в секунду у существующих и миллионов и даже десятков миллионов у перспективных). Здесь речь идет об универсальных электронных вычислительных машинах — машинах дискретного действия.

С другой стороны, эти новые средства вычислений требуют широкого использования существующих и развития новых численных методов решения задач. Поэтому электронные вычислительные машины стимулируют бурный рост целого ряда новых математических дисциплин. За последние годы появились такие новые научные направления, как линейное и динамическое программирование, теория игр, теория поиска и др.

К таким дисциплинам относится и теория массового обслуживания. Эта теория является относительно новой. На начальное ее развитие особое влияние оказал датский ученый А. К. Эрланг (1878—1929 гг.). Его труды в области проектирования и эксплуатации телефонных станций явились толчком к появлению ряда работ в области массового обслуживания.

Особенно возрос интерес к методам теории массового обслуживания за последние годы. Появившаяся возмож-

ность более глубокого изучения количественной стороны различных процессов с помощью электронных вычислительных машин побудила практиков изучить и использовать наиболее совершенные элементы современного математического аппарата, в том числе и теорию массового обслуживания.

Огромную роль в развитии этой теории сыграл выдающийся советский математик А. Я. Хинчин [20—22]. Его книга «Математические методы теории массового обслуживания» явилась первым трудом, в котором строго были сформулированы идеи и методы теории. Большую работу по дальнейшему развитию идей и методов теории массового обслуживания ведет крупнейший советский математик Б. В. Гнеденко [3—7] со своими учениками. Значительный вклад в развитие методов теории сделал А. Н. Колмогоров [13]. Интересные результаты получил Б. А. Севастьянов, который обобщил задачу Эрланга на случай произвольного распределения времени обслуживания. Значительный интерес представляют результаты применения метода статистических испытаний к решению задач массового обслуживания (Н. П. Бусленко [1]).

Теория массового обслуживания, опираясь в основном на аппарат теории вероятностей, занимается изучением процессов, связанных с массовым обслуживанием. Целью ее является не изучение какого-либо конкретного процесса обслуживания, а разработка методов решения типичных задач, пригодных для решения задач из различных областей. Прикладное значение этой теории весьма велико. Насколько широк круг областей, в которых могут быть использованы идеи и методы теории, читатель увидит даже бегло просмотрев примеры, приведенные в книге.

ПРЕДМЕТ ТЕОРИИ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ

1. ЧТО ТАКОЕ ТЕОРИЯ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ

Уже само название теории в какой-то степени раскрывает ее содержание. Интуитивное, бытовое представление, которое вызывают у нас слова «массовое обслуживание», в значительной мере помогает раскрыть и понять предмет теории. Во всяком случае, даже на первый взгляд ясно, что содержание теории имеет прямое отношение к *обслуживанию*, причем к обслуживанию *массовому*.

Во всех областях человеческой деятельности, или по крайней мере в большинстве их, мы сталкиваемся с процессами, которые имеют характер массового обслуживания. Наиболее простым и достаточно наглядным примером этого является бытовое обслуживание во всех его видах, будь то обслуживание продавцами покупателей в магазинах, продажа билетов в железнодорожных, театральных и других кассах, ремонт различных бытовых предметов в мастерских, обеспечение разговора по телефону с нужным абонентом или оказание медицинской помощи больным в поликлинике и на дому и т. д., словом, бесчисленное множество самых разнообразных процессов, в которых имеет место массовый спрос на обслуживание в прямом или переносном смысле этого слова. В переносном потому, что имеется в виду обслуживание *во всех его видах*. Так, например, обстрел зенитной батареей самолетов противника, равно как и сбрасывание бомб с самолета на цель, можно также считать «обслуживанием».

Естественно, что во всех случаях большое значение имеет степень удовлетворения потребности в обслужива-

нии, или *качество обслуживания*. Очень важно знать, насколько хорошо будет отремонтирован ваш телевизор или ботинки в мастерской, хорошей ли будет слышимость при разговоре по телефону, как скоро избавитесь больной от своего недуга, будет ли выздоровление окончательным и не возникнут ли рецидивы? Все это, конечно, очень важно и, как правило, ответы на эти вопросы нас интересуют в первую очередь.

Но в тех случаях, когда возникает потребность или необходимость в осуществлении массового обслуживания, организационные вопросы становятся не менее, а в определенных ситуациях и более важными. Если, например, в мастерской прекрасно отремонтируют обувь, но это будет сделано через год после того, как обувь была сдана в починку, то, естественно, такое обслуживание вас мало устроит. Точно так же вряд ли вас удовлетворит разговор по телефону при самой отличной слышимости, если междугородняя соединит вас с нужным абонентом через месяц или хотя бы на следующие сутки после того, как в этом разговоре возникла необходимость. Если в магазине до того, как вы будете обслужены самым невнимательнейшим и наилюбезнейшим продавцом, вам придется долго стоять в очереди, вы наверняка, в лучшем случае про себя, будете ругать дирекцию магазина за плохую организацию обслуживания.

Этими примерами мы хотим подчеркнуть, что, кроме *собственно качества обслуживания*, не меньшее значение имеет и то, *как это обслуживание организовано*. Отсюда возникает необходимость изучения организационной стороны процесса обслуживания. Эта сторона процесса обслуживания может характеризоваться самыми различными показателями: временем ожидания начала обслуживания, длиной очереди, возможностью получения отказа в обслуживании (ведь не всегда ваша заявка на обслуживание может быть удовлетворена, например, в кассе может не оказаться билетов, а в мастерской могут отсутствовать детали, необходимые для ремонта вашего телевизора).

Все эти факторы, несомненно, имеют немаловажное значение в тех процессах, где происходит массовое обслуживание. И вряд ли следует доказывать, что все они зависят от самых различных условий, учесть которые не всегда представляется возможным. Так, напри-

мер, длина очереди в железнодорожную кассу зависит от опыта кассира, содержания тех операций, которые он должен выполнять при оформлении билетов, числа пассажиров, количества поездов, на которые одновременно продаются билеты в этой кассе. Кроме того, длина очереди зависит от настроения кассира, от того, насколько четко пассажиры формулируют свои требования, от необходимости отсчитывать каждому пассажиру сдачу и т. д.

Легко понять, что число этих факторов в тех или иных обстоятельствах может быть весьма значительным. Но одновременно ясно, что далеко не все они равнозначны. Естественнo, что среди них есть такие, которые являются основными, решающими, есть и второстепенные, есть и такие, которые хотя и оказывают некоторое влияние на длину очереди, однако в определенных условиях их можно и не учитывать. Основными факторами в нашем примере с железнодорожной кассой являются число пассажиров, нуждающихся в билетах, скорость работы кассира и, наконец, организация работы билетных касс на вокзале, т. е. распределение билетов на различные поезда между кассами.

Предположим, что на нас возложена задача улучшить качество обслуживания пассажиров в железнодорожных кассах. Число пассажиров, обратившихся за билетами, от нас не зависит, поэтому повлиять на этот фактор мы не можем. Скорость работы кассира зависит от его натренированности, методов работы. Она может быть увеличена только до определенных пределов, не превосходящих психофизиологических возможностей человека. Поэтому остается только один путь решения поставленной задачи — изменить организацию обслуживания.

Как это сделать? Можно сделать так, чтобы каждый кассир продавал билеты только на один поезд или чтобы все кассиры продавали билеты на все поезда. В последнем случае, по крайней мере, будет гарантия, что любой пассажир, независимо от того, куда он едет, не будет простаивать в очереди больше других.

Такого рода изменения в работе касс можно произвести без особого труда. Но какое влияние они окажут на качество обслуживания пассажиров? В нашем примере можно просто взять и попробовать, а затем оце-

нить полученные результаты и на основании их сравнения выбрать лучшую организацию. Но далеко не во всех случаях это так легко сделать.

Все, что сказано относительно проблем массового обслуживания в быту, имеет прямое отношение ко всем или, по крайней мере, почти ко всем областям человеческой деятельности — экономике, производству, транспорту, военному делу, медицине и т. п. Так, например, в производстве мы постоянно сталкиваемся с процессами типа массового обслуживания. Очевидно, что ремонт различной техники (автомашин, судов, станков, различной аппаратуры и т. п.) с точки зрения организации имеет много общего с ремонтом холодильников, обуви, платья и т. п. в быту с той только разницей, что на производстве масштабы более значительны; следовательно, правильное решение задач подобного типа на производстве может принести большую пользу.

Возьмем организацию ремонта автомашин. Большое значение имеет, конечно, качество ремонта каждого отдельного автомобиля, но не меньшее значение имеет и правильная организация ремонтной базы. Всегда важно знать, какое количество авторемонтных мастерских или заводов нужно иметь для того, чтобы обеспечить своевременный ремонт автомашин:

Если их будет мало, то образуется такая «очередь» автомобилей, ожидающих ремонта, которая, например в масштабе республики, а тем более всей страны, может привести к огромным материальным потерям, и получится так, что простой машин могут оказаться более дорогостоящими, чем расширение ремонтной базы. Но совершенно ясно, что неограниченное ее расширение не только неразумно, но и нереально. Следовательно, нужно найти какое-то оптимальное решение, которое позволило бы решить эту задачу так, чтобы, с одной стороны, обеспечить минимальный простой автомашин в ожидании ремонта, а с другой стороны, развернуть ремонтную базу таким образом, чтобы это развертывание не привело к ненужной трате государственных средств.

Как это сделать?

Можно, конечно, пойти по самому простому пути (например, как в случае с железнодорожными кассами), как чаще всего и поступают, — это ждать, что покажет практика, эксперимент, а затем корректировать ранее