М.С. Цаленко, Е.Г. Шульгейфер

Лекции по теории категорий

Москва
«Книга по Требованию»

УДК 51
ББК 22.1
М11

М.С. Цаленко
М11 Лекции по теории категорий / М.С. Цаленко, Е.Г. Шульгейфер – М.: Книга по Требованию, 2024. – 280 с.

ISBN 978-5-458-49204-1

В настоящей книге авторы предприняли попытку дать систематическое изложение некоторых разделов теории категорий как части общей алгебры. Эта книга появилась как результат обработки специальных курсов, прочитанных авторами в МГУ в 1966-68 г. г. Естественно, что она не могла включить всего накопленного к настоящему времени материала по теории категорий и поэтому не является категорной энциклопедией.Авторы стремились к тому, чтобы после прочтения этой книги можно было бы понимать содержание современной журнальной литературы по категориям.

ISBN 978-5-458-49204-1

Эта книга является репринтом оригинала, который мы создали специально для Вас, используя запатентованные технологии производства репринтных книг и печати по требованию.

Сначала мы отсканировали каждую страницу оригинала этой редкой книги на профессиональном оборудовании. Затем с помощью специально разработанных программ мы произвели очистку изображения от пятен, клякс, перегибов и попытались отбелить и выровнять каждую страницу книги. К сожалению, некоторые страницы нельзя вернуть в изначальное состояние, и если их было трудно читать в оригинале, то даже при цифровой реставрации их невозможно улучшить.

Разумеется, автоматизированная программная обработка репринтных книг – не самое лучшее решение для восстановления текста в его первозданном виде, однако, наша цель – вернуть читателю точную копию книги, которой может быть несколько веков.

Поэтому мы предупреждаем о возможных погрешностях восстановленного репринтного издания. В издании могут отсутствовать одна или несколько страниц текста, могут встретиться невыводимые пятна и кляксы, надписи на полях или подчеркивания в тексте, нечитаемые фрагменты текста или загибы страниц. Покупать или не покупать подобные издания – решать Вам, мы же делаем все возможное, чтобы редкие и ценные книги, еще недавно утраченные и несправедливо забытые, вновь стали доступными для всех читателей.

Серия Книжный Ренессанс
www.samizday.ru/reprint

ГЛАВА ПЕРВАЯ

§ 1. Определения категории и подкатегории; примеры.

Определение 1.1. Категория $\mathfrak{K}$ есть совокупность класса $Ob\,\mathfrak{K}$, элементы которого называются объектами категории $\mathfrak{K}$, и класса $Mor\,\mathfrak{K}$, элементы которого называются морфизмами категории $\mathfrak{K}$; объекты и морфизмы категории должны быть связаны между собой следующими условиями:

1) Каждой упорядоченной паре объектов $A, B \in \mathfrak{K}$ сопоставлено некоторое множество $H_{\mathfrak{K}}(A,B)$ морфизмов категории $\mathfrak{K}$;

2) каждый морфизм категории $\mathfrak{K}$ принадлежит одному и только одному из множеств $H_{\mathfrak{K}}(X,Y)$;

3) в классе $Mor\,\mathfrak{K}$ введена частичная бинарная операция умножения: произведение $\alpha\beta$ морфизмов $\alpha \in H_{\mathfrak{K}}(A,B)$ и $\beta \in H_{\mathfrak{K}}(C,D)$ определено тогда и только тогда, когда объект B совпадает с объектом C, и в этом случае морфизм $\alpha\beta \in H_{\mathfrak{K}}(A,D)$; частичное умножение ассоциативно: $(\alpha\beta)\gamma = \alpha(\beta\gamma)$ для любых трех морфизмов $\alpha \in H_{\mathfrak{K}}(A,B)$, $\beta \in H_{\mathfrak{K}}(B,C)$, $\gamma \in H_{\mathfrak{K}}(C,D)$;

4) в каждом множестве $H_{\mathfrak{K}}(A,A)$, $A \in Ob\,\mathfrak{K}$, содержится такой морфизм 1_A, называемый тождественным или единичным морфизмом объекта A, что $\alpha 1_A = \alpha$ и $1_A \beta = \beta$ для любых морфизмов $\alpha \in H_{\mathfrak{K}}(X,A)$ и $\beta \in H_{\mathfrak{K}}(A,Y)$.

Как правило, объекты категории мы будем обозначать большими латинскими буквами $A, B, C, \ldots$, а морфизмы - малыми греческими буквами $\alpha, \beta, \gamma, \ldots$. Вместо записи $\alpha \in H_{\mathfrak{K}}(A,B)$ мы будем часто писать $\alpha: A \to B$ или $A \xrightarrow{\alpha} B$ и будем говорить, что α есть морфизм объекта A в объект B. Объект A мы будем называть областью определения или началом морфизма $\alpha: A \to B$, а объект B - областью значений или концом морфизма α. Таким образом, произведение $\alpha\beta$ морфизмов $\alpha: A \to B$ и $\beta: C \to D$ определено тогда и только тогда, когда конец B морфизма α совпадает с началом C морфизма β.

В дальнейшем запись $\alpha\beta$ будет употребляться лишь в случае, когда произведение морфизмов α и β определено. Ввиду ассоциативности умножения морфизмов мы будем очень часто в записи произведения морфизмов, состоящего более, чем из двух сомножителей, опускать скобки.

Всякий раз, когда это не может вызвать недоразумение, мы вместо $H_{\mathfrak{K}}(A,B)$ будем писать $H(A,B)$.

Категория, в которой для каждой упорядоченной пары объектов A,B множество $H(A,B)$ не пусто, называется связанной.

Категория, в которой для каждой упорядоченной пары объектов A,B, $A \neq B$, множество $H(A,B)$ пустое, а множество $H(A,A)$ для каждого объекта A состоит из одного единичного морфизма, называется дискретной.

Категория, объекты которой составляют множество, называется малой.

Определение 1.2. Пусть $\mathfrak{K}$ -некоторая категория. Категория $\mathcal{L}$, класс объектов которой является подклассом класса объектов категории $\mathfrak{K}$, а класс морфизмов - подклассом класса морфизмов категории $\mathfrak{K}$, называется подкатегорией категории $\mathfrak{K}$, если:

1) для каждого объекта $A \in \mathcal{L}$ единичный морфизм объекта A в категории $\mathcal{L}$ совпадает с единичным морфизмом объекта A в категории $\mathfrak{K}$;

2) произведение $\alpha\beta$ двух морфизмов α и β в категории $\mathcal{L}$ совпадает с произведением этих же морфизмов в категории $\mathfrak{K}$.

Подкатегория $\mathcal{L}$ категории $\mathfrak{K}$ называется полной подкатегорией, если для каждой упорядоченной пары объектов A,B, принадлежащих подкатегории $\mathcal{L}$, $H_{\mathcal{L}}(A,B) = H_{\mathfrak{K}}(A,B)$

Приведем несколько примеров категорий и подкатегорий, которые полезно иметь в виду при чтении этой книги.

1. Рассмотрим класс $Ob\,\mathfrak{S}_\Sigma$ множеств, наделенных некоторой структурой Σ (т.е. системой алгебраических операций, топологией, частичной упорядоченностью и т.п.) и класс $Mor\,\mathfrak{S}_\Sigma$ всех однозначных отображений $\alpha: A \to B$ между любой парой множеств $A, B \in Ob\,\mathfrak{S}_\Sigma$, в определенном смысле согласованных со структурой Σ; такие отображения мы будем называть сохраняющими структуру Σ. Значение отображения $\alpha: A \to B$ на элементе $a \in A$ мы будем обозначать $a\alpha$. Классы $Ob\,\mathfrak{S}_\Sigma$ и $Mor\,\mathfrak{S}_\Sigma$ образуют категорию $\mathfrak{S}_\Sigma$, если для каждого элемента A класса $Ob\,\mathfrak{S}_\Sigma$ тождественное отображение множества A на себя сохраняет структуру Σ и если суперпозиция любых двух отображений $\alpha: A \to B$ и $\beta: B \to C$, сохраняющих структуру Σ, т.е. отображение $\alpha\beta: A \to C$ множества A в множество C, сопоставляющее каждому элементу $a \in A$ элемент $(a\alpha)\beta \in C$, является отображением, сохраняющим структуру Σ. В этой категории $\mathfrak{S}_\Sigma$ произведение морфизмов определяется как их суперпозиция.

Подкатегории категорий $\mathfrak{S}_\Sigma$ мы будем называть категориями структуризованных множеств.

Частными случаями категорий структуризованных множеств являются:

1,а. Категория множеств $\mathfrak{S}$. Объектами категории $\mathfrak{S}$ являются всевозможные множества, а морфизмами непустого множества A в непустое множество B - всевозможные однозначные отображения множества A в множество B.

Если множество A пусто, $A = \phi$, то для любого непустого множества B $H_{\mathfrak{S}}(B, \phi) = \phi$. Для произвольного множества B множество $H_{\mathfrak{S}}(\phi, B)$ по определению состоит из одного морфизма, соответствующего вложению пустого множества в множество B. Категория $\mathfrak{S}$ является категорией структуризованных множеств с пустой структурой.

1,б. Категория непустых множеств $\hat{\mathfrak{S}}$ есть полная подкатегория категории $\mathfrak{S}$. Эта категория является связанной.

1,в. Категория множеств с отмеченной точкой $\mathfrak{S}_0$. Объектами категории $\mathfrak{S}_0$ являются всевозможные непустые множества A, в каждом из которых отмечена некоторая точка 0_A, а морфизмами - всевозможные однозначные отображения множества A с отмеченной точкой 0_A в множество B с отмеченной точкой 0_B, переводящие точку 0_A в точку 0_B.

1,г. Категория частично упорядоченных множеств $\mathfrak{P}\mathfrak{S}$. Объектами категории $\mathfrak{P}\mathfrak{S}$ являются непустые частично упорядоченные множества, а морфизмами - всевозможные однозначные отображения одного частично упорядоченного множества в другое частично упорядоченное множество, сохраняющие отношение порядка. Отметим, что категория множеств $\mathfrak{S}$ является полной подкатегорией категории $\mathfrak{P}\mathfrak{S}$.

1,д. Категория топологических пространств $\mathfrak{T}$. Объектами категории $\mathfrak{T}$ являются всевозможные топологические пространства, а морфизмами - все непрерывные отображения одного топологического пространства в другое.

1,е. Категория $\mathfrak{U}$ примитивного класса универсальных алгебр или многообразие универсальных алгебр. Как известно, см., например, [6], стр. 155, примитивным классом $\mathfrak{U}$ или многообразием универсальных алгебр называется класс всех универсальных алгебр с одной и той же системой алгебраических операций Ω, удовлетворяющих некоторой системе тождеств Λ. Морфизмами категории $\mathfrak{U}$ являются всевозможные гомоморфизмы между любыми двумя универсальными алгебрами, принадлежащими классу $Ob\,\mathfrak{U}$. Таким образом, под многообразием будет пониматься класс всех алгебр некоторого примитивного класса и всех гомоморфизмов между ними.

Частными случаями многообразий являются: категория групп $\mathfrak{G}$, категория абелевых групп $\mathfrak{U}\mathfrak{G}$, являющаяся полной подкатегорией категории групп $\mathfrak{G}$, категория колец, категория ассоциативных колец, категория модулей над данным ассоциативным кольцом и т.д.

1,ж. Категория топологических групп $\mathfrak{T}\mathfrak{G}$. Объектами категории $\Sigma\mathcal{G}$ являются все топологические группы, а морфизмами – все непрерывные гомоморфизмы между топологическими группами.

Аналогично определяются категории топологических абелевых групп, топологических колец, а также категории частично упорядоченных групп, частично упорядоченных колец и т.п.

2. Частично упорядоченное множество. Любое частично упорядоченное множество N можно рассматривать как категорию $\mathcal{N}$, объектами которой являются элементы множества N, а морфизмами – всевозможные пары элементов (a, b), в которых $a \leq b$. Для любых двух элементов $k, l \in N$ множество $H_{\mathcal{N}}(k, l)$ состоит из одного морфизма (k, l), если $k \leq l$, и является пустым в противном случае. Произведением морфизмов (k, l) и (l, m) является морфизм (k, m), который существует, поскольку из отношений $k \leq l$ и $l \leq m$ вытекает $k \leq m$. Тождественным морфизмом объекта k является морфизм (k, k). Легко убедиться, что $\mathcal{N}$ действительно является категорией. Категория $\mathcal{N}$ малая и если состоит из более чем из одного объекта, то несвязанная. В частном случае, когда любые два различных элемента k, l множества N несравнимы, $\mathcal{N}$ будет малой дискретной категорией.

3. Любую полугруппу P с единицей e можно рассматривать как категорию $\mathcal{P}$ с одним объектом P; морфизмами категории $\mathcal{P}$, составляющими множество $H_{\mathcal{P}}(P, P)$, являются все элементы полугруппы P. Произведение морфизмов категории $\mathcal{P}$ совпадает с их произведением как элементов полугруппы P.

Любая категория $\mathcal{K}$ с одним объектом является ничем иным как полугруппой с единицей.

4. Категория $\mathcal{R}(\mathfrak{U})$ соответствий над многообразием универсальных алгебр. Объектами категории $\mathcal{R}(\mathfrak{U})$ являются все универсальные алгебры из некоторого многообразия $\mathfrak{U}$ с множеством алгебраических операций Ω. Множество $H(A, B)$ морфизмов объекта A в объект B в категории $\mathcal{R}(\mathfrak{U})$

состоит из всех подалгебр прямого произведения $A\times B$ алгебр A и B. Нетрудно проверить, что в произвольном многообразии универсальных алгебр $\mathfrak{U}$ вместе с некоторой алгеброй A содержатся все подалгебры алгебры A и вместе с двумя алгебрами A и B содержится их прямое произведение $A\times B$, элементами которого служат пары вида (a,b), $a\in A$, $b\in B$, а операции из Ω на парах определяются покомпонентно. Если $\alpha: A\to B$ и $\beta: B\to C$ – морфизмы категории $\mathcal{R}(\mathfrak{U})$, т.е. подалгебры соответственно алгебр $A\times B$ и $B\times C$, то произведение $\gamma=\alpha\beta$ морфизмов α и β определяется как такая подалгебра γ прямого произведения $A\times C$, что пара (a,c), $a\in A$, $c\in C$, является элементом подалгебры γ тогда и только тогда, когда в алгебре B существует такой элемент b, что пара (a,b) принадлежит подалгебре α, а пара (b,c) – подалгебре β. Покажем, что γ действительно является подалгеброй алгебры $A\times C$. Пусть $\omega_n\in\Omega$ - n-арная операция и пусть $(a_1,c_1),\ldots,(a_n,c_n)$ – n пар, принадлежащих γ. Тогда в алгебре B найдутся такие элементы $b_1,\ldots,b_n$, что пары $(a_1,b_1),\ldots,(a_n,b_n)\in\alpha$ и пары $(b_1,c_1),\ldots,(b_n,c_n)\in\beta$. Но в таком случае пара $(a_1\ldots a_n\omega_n, b_1\ldots b_n\omega_n)\in\alpha$, пара $(b_1\ldots b_n\omega_n, c_1\ldots c_n\omega_n)\in\beta$ и, следовательно, пара $(a_1\ldots a_n\omega_n, c_1\ldots c_n\omega_n)\in\gamma$. Легко проверить, что так определенное произведение морфизмов категории $\mathcal{R}(\mathfrak{U})$ является ассоциативным. Единичным морфизмом 1_A любого объекта $A\in\mathcal{R}(\mathfrak{U})$ является подалгебра прямого произведения $A\times A$, состоящая из всех пар вида (a,a), $a\in A$.

Определение 1.3. Пусть $\mathfrak{K}$ -произвольная категория. Множество $\mathfrak{D}$ объектов и морфизмов категории $\mathfrak{K}$ называется диаграммой, если вместе с каждым морфизмом $\alpha: A\to B$, принадлежащим $\mathfrak{D}$, в $\mathfrak{D}$ содержатся объекты A и B и морфизмы 1_A и 1_B.

Пусть $\mathfrak{D}$ -некоторая диаграмма в категории $\mathfrak{K}$ и A, $B\in\mathfrak{D}$. Мы будем говорить, что в диаграмме $\mathfrak{D}$ существует путь из объекта A в объект B, если диаграмма $\mathfrak{D}$

содержит некоторую конечную последовательность морфизмов $A \xrightarrow{\alpha_1} A_1$, $A_1 \xrightarrow{\alpha_2} A_2, \ldots, A_{n-1} \xrightarrow{\alpha_n} B$. Этот путь из объекта A в объект B мы будем обозначать $(\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n)$. Диаграмма $\mathfrak{D}$ называется коммутативной, если для любых двух объектов A и B, принадлежащих $\mathfrak{D}$, и любых двух путей $(\alpha_1, \alpha_2, \ldots \alpha_n)$ и $(\beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_m)$ из A в B в категории $\mathfrak{K}$ имеет место равенство $\alpha_1 \alpha_2 \ldots \alpha_n = \beta_1 \beta_2 \ldots \beta_m$.

Очевидно, что если диаграмма $\mathfrak{D}$ коммутативна, то для любой упорядоченной пары объектов $A, B \in \mathfrak{D}$ в диаграмме $\mathfrak{D}$ содержится не более одного морфизма с началом в объекте A и с концом в объекте B.

Во многих случаях удобно задавать диаграмму произвольной категории графически, изображая на чертеже все объекты и все морфизмы диаграммы.

Наиболее простыми диаграммами являются:

а) последовательность

$$A_1 \xrightarrow{\alpha_1} A_2 \xrightarrow{\alpha_2} \ldots \xrightarrow{\alpha_{n-1}} A_n ,$$

которая может быть и бесконечной влево или вправо, или одновременно влево и вправо,

б) треугольная диаграмма

$$\begin{tikzcd} A \arrow[rr, "\alpha"] \arrow[dr, "\gamma"'] & & B \arrow[dl, "\beta"] \\ & C & \end{tikzcd}$$

такая диаграмма является коммутативной, если $\alpha\beta = \gamma$;

в) четырехугольная диаграмма

$$\begin{tikzcd} A \arrow[r, "\alpha"] \arrow[d, "\gamma"'] & B \arrow[d, "\beta"] \\ C \arrow[r, "\delta"'] & D \end{tikzcd} ,$$

такая диаграмма является коммутативной, если $\alpha\beta = \gamma\delta$.

Продолжим построение примеров категорий.

5. Пусть $\mathfrak{K}$ -любая категория. Построим по $\mathfrak{K}$ новую категорию $\mathfrak{K}^2$, называемую категорией морфизмов над категорией $\mathfrak{K}$. Объектами категории $\mathfrak{K}^2$ служат все морфизмы категории $\mathfrak{K}$. Если α и β -два объекта категории $\mathfrak{K}^2$, то множество морфизмов $H_{\mathfrak{K}^2}(\alpha, \beta)$ объекта α в объект β состоит из всех коммутативных квадратов

$$\begin{array}{ccc} A & \xrightarrow{\mu} & C \\ {\scriptstyle\alpha}\downarrow & & \downarrow{\scriptstyle\beta} \\ B & \xrightarrow[\nu]{} & D \end{array} \qquad (1)$$

в категории $\mathfrak{K}$ с фиксированными морфизмами α и β. Коммутативный квадрат (1) мы будем кратко записывать в виде $(\alpha, \mu, \nu, \beta)$. Произведением двух морфизмов $(\alpha, \mu, \nu, \beta): \alpha \to \beta$ и $(\beta, \varphi, \psi, \gamma): \beta \to \gamma$ категории $\mathfrak{K}^2$ является морфизм $(\alpha, \mu\varphi, \nu\psi, \gamma): \alpha \to \gamma$. Легко проверить, что из коммутативности квадратов

$$\begin{array}{ccc} A & \xrightarrow{\mu} & C \\ {\scriptstyle\alpha}\downarrow & & \downarrow{\scriptstyle\beta} \\ B & \xrightarrow[\nu]{} & D \end{array}, \qquad \begin{array}{ccc} C & \xrightarrow{\varphi} & E \\ {\scriptstyle\beta}\downarrow & & \downarrow{\scriptstyle\gamma} \\ D & \xrightarrow[\psi]{} & F \end{array}$$

вытекает коммутативность квадрата

$$\begin{array}{ccc} A & \xrightarrow{\mu\varphi} & E \\ {\scriptstyle\alpha}\downarrow & & \downarrow{\scriptstyle\gamma} \\ B & \xrightarrow[\nu\psi]{} & F \end{array}$$

Единичным морфизмом 1_α произвольного объекта $\alpha \in \mathfrak{K}^2$ является коммутативный квадрат

$$\begin{tikzcd} A \arrow[r, "1_A"] \arrow[d, "\alpha"'] & A \arrow[d, "\alpha"] \\ B \arrow[r, "1_B"'] & B \end{tikzcd}.$$

Теперь читатель легко убедиться, что $\mathfrak{K}^2$ действительно является категорией.

6. Пусть $\mathfrak{K}$ -любая категория и $\mathcal{L}$ -некоторый подкласс ее объектов. Среди всех подкатегорий категории $\mathfrak{K}$, объектами которых являются объекты класса $\mathcal{L}$, имеется наименьшая и наибольшая. Наименьшая подкатегория $\underline{\mathcal{L}}$ состоит из всех объектов класса $\mathcal{L}$ и их единичных морфизмов в категории $\mathfrak{K}$; $\underline{\mathcal{L}}$ называется дискретной подкатегорией категории $\mathfrak{K}$, порожденной классом объектов $\mathcal{L}$. Наибольшая подкатегория $\overline{\mathcal{L}}$ состоит из всех объектов класса $\mathcal{L}$ и всех морфизмов категории $\mathfrak{K}$ между любыми двумя объектами $A, B \in \mathcal{L}$. $\overline{\mathcal{L}}$ называется полной подкатегорией категории $\mathfrak{K}$, порожденной классом объектов $\mathcal{L}$.

§ 2. Принцип двойственности.

Каждой категории $\mathfrak{K}$ можно сопоставить новую категорию $\mathfrak{K}^*$. Объектами и морфизмами категории $\mathfrak{K}^*$ будут объекты и морфизмы категории $\mathfrak{K}$; объекты $A, B, \ldots$ и морфизмы $\alpha, \beta, \ldots$ категории $\mathfrak{K}$, рассматриваемые как объекты и морфизмы категории $\mathfrak{K}^*$, мы будем обозначать соответственно $A^*, B^*, \ldots$ и $\alpha^*, \beta^*, \ldots$.
Для любой пары объектов $A^*, B^* \in \mathcal{O}b\,\mathfrak{K}^*$ по определению $H_{\mathfrak{K}^*}(A^*, B^*) = H_{\mathfrak{K}}(B, A)$. Для любых морфизмов $\alpha^*: A^* \longrightarrow B^*$ и $\beta^*: B^* \longrightarrow C^*$ по определению $\alpha^* \beta^* = (\beta\alpha)^*$. Легко убедиться в том, что $\mathfrak{K}^*$ действи-

тельно является категорией. Категория $\mathfrak{K}^*$ называется категорией, двойственной категории $\mathfrak{K}$. Категория $(\mathfrak{K}^*)^*$ двойственная категории $\mathfrak{K}^*$, совпадает, очевидно, с исходной категорией $\mathfrak{K}$.

Приведем примеры двойственных категорий.

1. Пусть $\mathcal{L}$ -категория конечномерных линейных пространств над некоторым полем и линейных отображений между ними. Переход к двойственной категории $\mathcal{L}^*$ осуществляется, по существу, сопоставлением каждому линейному пространству A сопряженного ему пространства линейных функционалов A^* и каждому линейному отображению $\alpha: A \longrightarrow B$ индуцированного линейного отображения $\alpha^*: B^* \longrightarrow A^*$ сопряженных пространств.

2. Категория $\mathcal{N}^*$, двойственная частично упорядоченному множеству $\mathcal{N}$ (см. пример 2 § 1), представляет собой частично упорядоченное множество, антиизоморфное частично упорядоченному множеству N. В самом деле, элементами частично упорядоченного множества N^* являются элементы множества N, которые мы условились обозначать $a^*, b^*, c^*, \ldots$. При этом отношение $b^* \leqslant a^*$ в N^* имеет место тогда и только тогда, когда в частично упорядоченном множестве N имеет место отношение $a \leqslant b$.

Из существования для каждой категории двойственной категории вытекает наличие в теории категорий принципа двойственности, согласно которому для каждого высказывания исчисления предикатов [12] относительно категорий существует двойственное высказывание. Высказывание P^*, двойственное высказыванию P, сформулированному на языке теории категорий получается при интерпретации в категории $\mathfrak{K}$ высказывания P, рассматриваемого в двойственной категории $\mathfrak{K}^*$. Практически двойственное высказывание получается из исходного сохранением логической структуры высказывания и заменой в его формулировке всех входящих в него стрелок на противоположные, а всех встречающихся в формулировке произведений морфизмов произведениями морфизмов, записанными в обратном порядке.