Г. Монж

Приложение анализа к геометрии

Серия "Классики естествознания"

Москва
«Книга по Требованию»

УДК 51
ББК 22.1
Г11

Г. Монж

Г11 Приложение анализа к геометрии: Серия "Классики естествознания" / Г. Монж – М.: Книга по Требованию, 2013. – 710 с.

ISBN 978-5-458-50497-3

Родословное дерево дифференциальной геометрии уходит своими корнями по меньшей мере столь же глубоко, как родословное дерево анализа бесконечно малых. Более того, в известной степени дифференциальная геометрия даже старше анализа. В самом деле, простейшие образы и понятия дифференциальной геометрии стали объектом точного математического знания раньше, чем понятия анализа выкристаллизовались даже в первичной своей форме. В книге собраны работы Гаспара Можна по дифференциальной геометрии.

ISBN 978-5-458-50497-3

Эта книга является репринтом оригинала, который мы создали специально для Вас, используя запатентованные технологии производства репринтных книг и печати по требованию.

Сначала мы отсканировали каждую страницу оригинала этой редкой книги на профессиональном оборудовании. Затем с помощью специально разработанных программ мы произвели очистку изображения от пятен, клякс, перегибов и попытались отбелить и выровнять каждую страницу книги. К сожалению, некоторые страницы нельзя вернуть в изначальное состояние, и если их было трудно читать в оригинале, то даже при цифровой реставрации их невозможно улучшить.

Разумеется, автоматизированная программная обработка репринтных книг – не самое лучшее решение для восстановления текста в его первозданном виде, однако, наша цель – вернуть читателю точную копию книги, которой может быть несколько веков.

Поэтому мы предупреждаем о возможных погрешностях восстановленного репринтного издания. В издании могут отсутствовать одна или несколько страниц текста, могут встретиться невыводимые пятна и кляксы, надписи на полях или подчеркивания в тексте, нечитаемые фрагменты текста или загибы страниц. Покупать или не покупать подобные издания – решать Вам, мы же делаем все возможное, чтобы редкие и ценные книги, еще недавно утраченные и несправедливо забытые, вновь стали доступными для всех читателей.

Серия Книжный Ренессанс
www.samizday.ru/reprint

APPLICATION
DE L'ANALYSE
A LA GÉOMÉTRIE,
A L'USAGE
DE L'ÉCOLE IMPÉRIALE POLYTECHNIQUE;

PAR M. MONGE.

PARIS,

BERNARD, Libraire de l'École Impériale Polytechnique et de l'Ecole Impériale des Ponts et Chaussées, Editeur des Annales de Chimie, quai des Augustins, n°. 25.

1807.

ГАСПАР МОНЖ

ПРИЛОЖЕНИЕ АНАЛИЗА К ГЕОМЕТРИИ

ПЕРЕВОД С ФРАНЦУЗСКОГО
В. А. ГУКОВСКОЙ

ПОД РЕДАКЦИЕЙ С ПРЕДИСЛОВИЕМ
И ПРИМЕЧАНИЯМИ
М. Я. ВЫГОДСКОГО

М. Я. ВЫГОДСКИЙ

ВОЗНИКНОВЕНИЕ ДИФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ

I

Родословное дерево диференциальной геометрии уходит своими корнями по меньшей мере столь же глубоко, как родословное дерево анализа бесконечно малых. Более того, в известной степени диференциальная геометрия даже старше анализа. В самом деле, простейшие образы и понятия диференциальной геометрии стали объектом точного математического знания раньше, чем понятия анализа выкристаллизовались даже в первичной своей форме.

Уже в древнегреческой геометрии мы встречаемся с исследованиями, выходящими за рамки „математики конечного", между тем как общих понятий, соответствующих нашему понятию бесконечно малой величины, древние греки не имели. В античной математике эти исследования ограничивались вопросами, связанными с изучением касательных и нормалей немногих простейших плоских кривых (преимущественно конических сечений) и нахождением площадей и объемов (площадь сегмента, параболы, сектора архимедовой спирали, объема эллипсоида вращения и т. п.).

В XVII в. встал вопрос о решении тех же задач для линий, площадей и объемов общего вида. Проблемы механики (нахождение центра тяжести, проблема маятника), геодезии (составление географических карт), оптики (изучение изображения светящейся точки в кривом зеркале) — потребовали постановки не только прямой задачи об определении инфинитезимальных свойств *данной* линии, но и обратной задачи — определения линий, обладающих *данными* инфинитезимальными свойствами.

Эти потребности, в свою очередь, вызванные практикой усложняющейся техники навигации, артиллерийского дела, производства оптических стекол, часов и т. д., сделали насущно необходимым появление общего метода, который под разными названиями (метод неделимых, метод флюксий, метод первых и последних отношений, метод бесконечно малых) создавался в разных местах Европы различными авторами, часто независимо друг от друга приходившими к одним и тем же или сходным результатам.

Именно благодаря своей необычной для прежней науки общности новый метод не мог получить строгого обоснования, что не помешало ему в сравнительно короткий срок не только овладеть всем наследством античной математики, но и далеко выйти за пределы этого наследства. В соединении с координатным методом Ферма-Декарта метод бесконечно малых в руках этих ученых (особенно первого из них) и их современников позволил найти общие решения для ряда новых задач. Так, например, был решен вопрос об определении каустики любой плоской кривой, т. е. о нахождении огибающей семейства лучей, полученных отражением или преломлением пучка лучей, исходящих из одной точки и отражающихся или преломляющихся в оптическом стекле.

В середине XVII в. стало ясным, что для систематического развития геометрии кривых линий необходимо систематически развивать метод бесконечно малых, необходимо создать аналитический алгоритм последнего. Ряд попыток в этом направлении был завершен работами Ньютона и Лейбница, после которых решение той или иной задачи геометрии плоских кривых сводилось к преодолению трудностей чисто аналитического характера.

Таким образом самое появление *анализа* бесконечно малых было вызвано, если не исключительно, то в очень большой степени, предшествующим развитием диференциальной геометрии, точнее, диференциальной геометрии плоских кривых, и очень характерно, что первый учебник диференциального исчисления был назван автором его Лопиталем: „Анализ бесконечно малых для понимания (теории) кривых линий“ (Analyse des infiniment petits pour l'intelligence des lignes courbes).

На рубеже XVII и XVIII вв. Ньютоном, Лейбницем и школой математиков, объединявшейся вокруг последнего (в особенности братьями Бернулли), были разработаны основные приемы диференциального и интегрального исчисления и основные методы решения диференциальных уравнений. В соответствии с тем, что в геометрии рассматривались почти исключительно задачи о плоских кривых, в области теории диференциальных уравнений рассматривались почти исключительно обыкновенные диференциальные уравнения. Уравнения с частными производными, спорадически тревожившие мысль математиков (например, в связи с задачей о колебании струны), трактовались очень неуверенно, и природа их интегралов представлялась еще очень загадочной. Но в области обыкновенных диференциальных уравнений элементарные вопросы теории их интегрирования были решены, если не строго, то весьма прозрачно. Это произошло именно потому, что под ними лежала геометрическая база. В свою очередь, эта последняя могла быть сильно расширена с помощью нового метода. По крайней мере с точностью до аналитических трудностей теперь были решены такие вопросы, как нахождение центра и радиуса кривизны плоской кривой, ее эволюты и эвольвенты; были систематически изучены точки перегиба и точки возврата. Все это вошло уже в вышеупомянутый учебник Лопиталя, вышедший в 1695 г. В 1692 г. Лейбниц опубликовал общий метод разыскания огибающих произвольного семейства плоских кривых. В эти же годы братья Бернулли разрешили задачу об изогональных траекториях семейства плоских кривых; частный случай ее, когда траектории являются ортогональными, был еще ранее исследован Лейбницем и независимо от него итальянцем Манфреди.