М. А. Каганов, М. Р. Привин

Термоэлектрические тепловые насосы

Теоретические основы расчета

Москва
«Книга по Требованию»

УДК 621.3
ББК 31.352
М11

М. А. Каганов
М11 Термоэлектрические тепловые насосы: Теоретические основы расчета / М. А. Каганов, М. Р. Привин – М.: Книга по Требованию, 2013. – 175 с.

ISBN 978-5-458-36231-3

ISBN 978-5-458-36231-3

Эта книга является репринтом оригинала, который мы создали специально для Вас, используя запатентованные технологии производства репринтных книг и печати по требованию.

Сначала мы отсканировали каждую страницу оригинала этой редкой книги на профессиональном оборудовании. Затем с помощью специально разработанных программ мы произвели очистку изображения от пятен, клякс, перегибов и попытались отбелить и выровнять каждую страницу книги. К сожалению, некоторые страницы нельзя вернуть в изначальное состояние, и если их было трудно читать в оригинале, то даже при цифровой реставрации их невозможно улучшить.

Разумеется, автоматизированная программная обработка репринтных книг – не самое лучшее решение для восстановления текста в его первозданном виде, однако, наша цель – вернуть читателю точную копию книги, которой может быть несколько веков.

Поэтому мы предупреждаем о возможных погрешностях восстановленного репринтного издания. В издании могут отсутствовать одна или несколько страниц текста, могут встретиться невыводимые пятна и кляксы, надписи на полях или подчеркивания в тексте, нечитаемые фрагменты текста или загибы страниц. Покупать или не покупать подобные издания – решать Вам, мы же делаем все возможное, чтобы редкие и ценные книги, еще недавно утраченные и несправедливо забытые, вновь стали доступными для всех читателей.

Серия Книжный Ренессанс
www.samizday.ru/reprint

единены общим термином «Термоэлектрические тепловые насосы». Понятие «тепловой насос» употребляется авторами в более широком смысле, чем это принято в тепло- и хладотехнике. Обычно (это относится к компрессионным и абсорбционным тепловым насосам) под указанным термином понимают тепловую машину, которая реализует обратный круговой термодинамический цикл с целью передачи тепла от окружающей среды к объекту, находящемуся на более высоком температурном уровне. Поскольку каждое термоэлектрическое устройство в зависимости от направления тока может работать как с целью охлаждения, так и с целью нагревания объекта, к этому устройству разумно применить термин «термоэлектрический тепловой насос» (ТТН). Такая терминология, принятая и в зарубежной литературе по термоэлектричеству, отражает физические процессы, происходящие в устройстве, а не цель, для которой это устройство в настоящий момент применяется. В случае необходимости в дальнейшем изложении будут отмечены особенности работы ТТН в качестве охладителя либо нагревателя.

Авторы благодарят А. С. Ривкина за участие в написании § 6 и 11.

УСЛОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

T — температура среды (объекта);
T' — температура спаев термоэлемента;
$T^{н}$ — температура теплоносителя на входе в термоэлектрический тепловой насос;
$T^{к}$ — температура теплоносителя на выходе из термоэлектрического теплового насоса;
I — сила тока;
j — плотность тока;
e, λ, a, ρ — коэффициенты термо-э. д. с., теплопроводности, температуропроводности и удельное электрическое сопротивление термоэлектрического вещества;
Z — параметр термоэлектрической добротности;
c — объемная теплоемкость термоэлектрического вещества;
α — коэффициент теплоотдачи на спаях, отнесенный к единице площади термобатареи;
d — высота термоэлемента (длина полупроводникового стержня);
S — площадь термобатареи;
V — объем термоэлементов в термобатарее;
n — число термоэлементов в термобатарее;
$\bar{s}$ — средняя площадь сечения одного термоэлемента;
Q — тепловая нагрузка на спаях в единицу времени;
ε — холодильный коэффициент;
μ — коэффициент преобразования;
λ' — коэффициент теплопроводности изоляционного компаунда;
$\rho_к$ — удельное электрическое сопротивление единицы площади контакта;
t — время;
p — периметр;
$S_р$ — поверхность радиатора;
G — теплоемкость коммутационной пластины и присоединенной к ней массы;
W — водяной эквивалент теплоносителей;
l — длина термобатареи вдоль потока теплоносителей;
Θ — безразмерная температура;
ν — безразмерная плотность тока;
Bi — критерий Био;
K_S — безразмерный тепловой поток на единицу площади термобатареи;

K_V — безразмерный тепловой поток на единицу объема термоэлемента;

Fo — критерий Фурье;

χ — безразмерная координата вдоль высоты термоэлемента;

X — безразмерная координата вдоль потоков теплоносителей;

N — безразмерная площадь термоэлектрического охладителя (нагревателя) потоков жидкости;

P — безразмерный объем термоэлементов в охладителе (нагревателе) потоков жидкости;

m — отношение коэффициентов теплоотдачи на спаях;

η — отношение теплоемкостей охлаждаемого и нагреваемого объектов.

1 — холодные спаи; *2* — горячие спаи.

ГЛАВА ПЕРВАЯ

ТЕРМОЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ТЕПЛОВЫЕ НАСОСЫ ПРИ ПОСТОЯННЫХ ТЕМПЕРАТУРАХ ВДОЛЬ СПАЕВ ТЕРМОБАТАРЕИ

1. ОСНОВНЫЕ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ СООТНОШЕНИЯ ДЛЯ ТТН В СТАЦИОНАРНОМ РЕЖИМЕ

Термоэлектрические явления

Под термоэлектрическими явлениями обычно подразумевают три термоэлектрических эффекта: Зеебека, Пельтье и Томсона, которые характеризуют взаимные превращения тепловой энергии в энергию электрического тока. Эти эффекты обычно сопутствуют друг другу и могут быть связаны количественными соотношениями.

Эффект Зеебека, открытый в 1821 г., заключается в появлении разности потенциалов в разомкнутой электрической цепи, состоящей из двух разнородных проводников, при поддержании между их концами разности температур. Эта разность потенциалов, называемая термоэлектродвижущей силой (термо-э. д. с.),

$$E = 2 \int_{T_1'}^{T_2'} e(T)\,dT, \qquad (1\text{-}1)$$

где $e(T)$ — коэффициент термо-э. д. с. термопары, который определяется как половина разности абсолютных (по отношению к свинцу) коэффициентов термо-э. д. с. каждого проводника: $e = \frac{e_1 - e_2}{2}$.

Эффект Пельтье, открытый в 1834 г., заключается в следующем: при протекании электрического тока I через контакт двух разнородных проводников в месте контакта в зависимости от направления тока в единицу времени выделяется или поглощается некоторое количество тепла $Q_п$, пропорциональное силе тока:

$$Q_п = \Pi I,$$

где П — коэффициент Пельтье.

В 1856 г. Томсон, применив к термоэлектрическим явлениям первое и второе начала термодинамики, вывел соотношение между коэффициентами термо-э. д. с. и Пельтье:

$$\Pi = 2eT. \qquad (1\text{-}2)$$

При этом Томсон предсказал существование третьего эффекта, названного в его честь, который состоит в следующем: при наличии на участке проводника с током перепада температур $\Delta T' = T_2' - T_1'$ в его объеме в единицу времени поглощается или выделяется некоторое количество тепла

$$Q_T = I \int\limits_{T_1'}^{T_2'} \tau(T)\, dT, \qquad (1\text{-}3)$$

где τ — носит название коэффициента Томсона. Согласно теории Томсона коэффициенты e, П и τ связаны между собой следующими соотношениями:

$$\tau_n - \tau_p = -2T \frac{de(T)}{dT}; \qquad (1\text{-}4)$$

$$\tau_n - \tau_p = 2e(T) - \frac{d\Pi(T)}{dT}, \qquad (1\text{-}5)$$

где индексы p и n относятся к положительной и отрицательной ветви термопары.

Теория, которую развил Томсон при выводе указанных соотношений, не является достаточно строгой, так как, исследуя три описанных выше явления, он абстрагировался от сопутствующих необратимых явлений, таких, как выделение джоулева тепла и наличие кондуктивного теплового потока вдоль ветвей. В настоящее время доказано теоретически на основе термодинамики необратимых процессов, а также экспериментально, что соотношения Томсона полностью выполняются для металлов и полупроводников.

В 1911 г. Альтенкирх впервые поставил задачу о возможности практического применения термоэлектрического охлаждения и нагрева. Он сумел приближенно вычислить коэффициент энергетической эффективности термоэлектрического холодильника и нагревателя, под которым подразумевается отношение количества тепла, поглощаемого (для холодильника) или выделяемого (для нагревателя) в единицу времени к затрачиваемой электрической мощности. Так как единственно известными проводниками в то время были металлы, Альтенкирх пришел к выводу о нецелесообразности использования их для создания термоэлектрических холодильников.

Лишь в начале 50-х годов вопрос о применении термоэлектрического охлаждения и подогрева снова был поставлен А. Ф. Иоффе в связи с прогрессом техники полупроводников [8—10].

Тепловой баланс на спаях термопары в стационарных условиях

Для того чтобы составить тепловой баланс на спаях термопары, прежде всего необходимо рассмотреть распределение температуры в ее ветвях. Каждая ветвь термопары представляет собой однородный стержень с постоянным сечением s, по которому проходит электрический ток I. Если считать, что физические свойства материала стержня не зависят от температуры, то температурное поле стержня в стационарном состоянии описывается уравнением

$$\lambda\nabla^2 T + \frac{I^2\rho}{s^2} = 0. \tag{1-6}$$

Будем рассматривать случай, когда торцы стержня поддерживаются при постоянных температурах T_1' и T_2' $(T_2' > T_1')$, а боковые поверхности адиабатно теплоизолированы. Тогда тепловой поток будет распространяться только по оси x, направленной вдоль длины стержня d. Уравнение (1-6) запишется в виде

$$\frac{d^2T}{dx^2} + \frac{I^2\rho}{s^2\lambda} = 0; \tag{1-7}$$

с граничными условиями

$$x = 0;\ T(x) = T_1';$$

$$x = d;\ T(x) = T_2'.$$

Уравнение (1-7) с граничными условиями имеет следующее решение:

$$T(x) = \frac{I^2\rho}{2s^2\lambda}\, x(d-x) + \frac{\Delta T'}{d}\, x + T_1'. \qquad (1\text{-}8)$$

Распределение температуры в ветвях термопары выражается квадратичным трехчленом. Изменение температуры вдоль термоэлемента имеет максимум, если выполняются условия:

$$\left.\frac{dT}{dx}\right|_{x=x_0} = 0;\ \ 0 < x_0 < d.$$

При $T_2' > T_1'$ максимум достигается в точке $x = x_0$, расположенной ближе к горячему торцу ветви, координата которой

$$x_0 = \frac{d}{2} + \frac{\Delta T' s^2\lambda}{I^2\rho d}.$$

Для того чтобы в термоэлементе наблюдался максимум температуры, сила тока должна удовлетворять неравенству, которое следует из условия $x_0 < d$:

$$I > \frac{s}{d}\sqrt{2\Delta T' \frac{\lambda}{\rho}}. \qquad (1\text{-}9)$$

Максимальная температура в точке $x = x_0$

$$T_{\text{макс}} = T_2' + \frac{\lambda s^2}{8I^2\rho d^2}\left(\frac{I^2\rho d^2}{\lambda s^2} - 2\Delta T'\right)^2. \qquad (1\text{-}10)$$

Тепловой поток, притекающий к холодному и горячему торцам стержня, определяется следующими соотношениями:

$$\lambda s \left.\frac{dT}{dx}\right|_{x=0} = \frac{I^2\rho d}{2s} + \lambda\frac{s}{d}\Delta T'; \qquad (1\text{-}11а)$$

$$-\lambda s \left.\frac{dT}{dx}\right|_{x=d} = \frac{I^2\rho d}{2s} - \lambda\frac{s}{d}\Delta T'. \qquad (1\text{-}11б)$$

Первое слагаемое в выражении (1-11а) характеризует ту часть джоулева тепла, которое вытекает через холодный торец; второе слагаемое является кондуктивным потоком, возникающим вследствие наличия перепада температур между торцами. Из уравнения (1-11а) следует, что тепловой поток к холодному концу при определенной длине стержня $d = d_0$ имеет минимум

$$d_0 = \frac{s}{I}\sqrt{2\Delta T'\frac{\lambda}{\rho}}. \tag{1-12}$$

Отметим, что при этой же длине тепловой поток на горячем конце равен нулю.

Если рассматриваемый стержень включен в термоэлектрическую цепь так, что для положительной ветви направление тока выбрано от менее нагретого конца к более нагретому, то тепловой баланс на торцах может быть записан следующими уравнениями:

$$Q_1 = \Pi\left(T_1'\right) I - \lambda s \left.\frac{dT}{dx}\right|_{x=0};$$

$$Q_2 = \Pi\left(T_2'\right) I - \lambda s \left.\frac{dT}{dx}\right|_{x=d}.$$

Записав аналогичные уравнения для другой ветви термоэлемента, после преобразований получим тепловой баланс на спаях термоэлектрической пары в следующем виде:

$$Q_1 = \Pi\left(T_1'\right) I - \frac{1}{2} I^2 R - K\left(T_2' - T_1'\right); \tag{1-13}$$

$$Q_2 = \Pi\left(T_2'\right) I + \frac{1}{2} I^2 R - K\left(T_2' - T_2'\right), \tag{1-14}$$

где Q_1, Q_2 — количество тепла, поглощаемого на холодном * и выделяемого на горячем спае в единицу времени; T_1', T_2' — температуры холодного и горячего спаев; R — полное электрическое сопротивление термопары; K — полная теплопроводность.

---

* Термином «холодный» и «горячий» спаи термопары мы будем обозначать спаи, на которых соответственно происходит поглощение и выделение тепла Пельтье. Таким образом, эти термины указывают не на соотношение между температурами спаев, а на направление электрического тока в термопаре (термобатарее).

Таким образом, тепловой баланс на спаях термопары, включенной в цепь источника постоянного тока, в стационарных условиях определяется тремя составляющими: а) теплом Пельтье, поглощаемым на холодном спае и выделяемым на горячем; б) джоулевым теплом, выделяющимся в ветвях термопары, которое приблизительно равными потоками вытекает через оба спая; в) кондуктивным потоком тепла, возникающим вследствие наличия градиента температур вдоль ветвей термопары.

Выражения (1-13), (1-14), полученные впервые Альтенкирхом, справедливы, если пренебречь зависимостью физических свойств материала термопары от температуры. Эти простейшие выражения явились основными исходными соотношениями, позволившими дать приближенную оценку энергетической эффективности термоэлектрического охлаждения и подогрева.

Рассматривая процессы переноса тепла в ветвях термопары при произвольной зависимости свойств материала от температуры, А. И. Бурштейн [3] показал, что тепловой баланс на спаях может быть выражен следующими соотношениями:

$$Q_1 = 2\bar{e}IT_1' - \frac{1}{2} I^2 d \left(\frac{\bar{\rho}_p}{s_p} + \frac{\bar{\rho}_n}{s_n} \right) - \frac{\Delta T'}{d} (\bar{\lambda}_p s_p + \bar{\lambda}_n s_n); \quad (1\text{-}15)$$

$$Q_2 = 2\bar{e}IT_2' + \frac{1}{2} I^2 d \left(\frac{\bar{\rho}_p}{s_p} + \frac{\bar{\rho}_n}{s_n} \right) - \frac{\Delta T'}{d} (\bar{\lambda}_p s_p + \bar{\lambda}_n s_n), \quad (1\text{-}16)$$

где $\bar{e} = \frac{1}{\Delta T'} \int\limits_{T_1'}^{T_2'} e(T)\,dT; \quad \bar{\rho} = \frac{1}{\Delta T'} \int\limits_{T_1'}^{T_2'} \rho(T)\,dT;$

$$\bar{\lambda} = \frac{1}{\Delta T'} \int\limits_{T_1'}^{T_2'} \lambda(T)\,dT.$$

Введем обозначения:

$$\bar{f} = \frac{s_p}{s_n}; \quad \rho = \frac{1}{4}\left(\frac{\bar{\rho}_p}{\bar{f}} + \bar{\rho}_n \right)(1 + \bar{f}); \quad \lambda = \frac{\bar{f}\bar{\lambda}_p + \bar{\lambda}_n}{1 + \bar{f}}.$$

Тогда для термобатареи, составленной из $n/2$ последовательно соединенных идентичных термопар (n ветвей), потоки тепла на спаях могут быть записаны следующим образом:

$$Q_1 = \bar{e}IT'_1 n - \frac{1}{2} I^2 \rho \frac{d}{S} n^2 - \lambda \frac{S}{d}\left(T'_2 - T'_1\right); \quad (1\text{-}13а)$$

$$Q_2 = \bar{e}IT'_2 n + \frac{1}{2} I^2 \rho \frac{d}{S} n^2 - \lambda \frac{S}{d}\left(T'_2 - T'_1\right), \quad (1\text{-}14а)$$

где $S = \frac{s_p + s_n}{2} n$ — общая площадь термобатареи.

Выражения (1-13а), (1-14а) являются основными исходными соотношениями для исследования энергетических характеристик ТТН в стационарных условиях при постоянстве температуры вдоль спаев термобатареи.

Эти соотношения могут быть представлены как функции некоторых безразмерных параметров, характеризующих как конструктивные особенности ТТН, так и режим его работы:

$$K_{S_1} = \nu\theta'_1 - \frac{1}{2}\nu^2 - \Delta\theta'; \quad (1\text{-}17)$$

$$K_{S_2} = \nu\theta'_2 + \frac{1}{2}\nu^2 - \Delta\theta', \quad (1\text{-}18)$$

где $K_{S_1} = \frac{Zd}{\lambda} \cdot \frac{Q_1}{S}$ — безразмерная удельная холодопроизводительность на единицу площади термобатареи; $K_{S_2} = \frac{Zd}{\lambda} \cdot \frac{Q_2}{S}$ — безразмерная удельная теплопроизводительность на единицу площади термобатареи; $\nu = \frac{\bar{e}d}{\lambda} j$ — безразмерная плотность тока питания; $\theta'_{1,2} = ZT'_{1,2}$ — безразмерные температуры холодных и горячих спаев термобатареи; $Z = \frac{\bar{e}^2}{\rho\lambda}$ — параметр термоэлектрической добротности вещества; $\Delta\theta' = \theta'_2 - \theta'_1$ — безразмерный перепад температуры между спаями.

Переход к безразмерным параметрам существенно упрощает расчет и анализ термоэлектрических устройств. При использовании безразмерных комплексов, согласно известной π-теореме Бакингема [6], уменьшается число независимых переменных в каждом из исследуемых функциональных соотношений. Так и в нашем случае