В. П. Дьяконов

Энциклопедия компьютерной алгебры

ДМК ПРЕСС
ИЗДАТЕЛЬСТВО
Москва, 2009

УДК 32.973.26-018.2
ББК 004.438
Д93

Д93 **Дьяконов В. П.**
Энциклопедия компьютерной алгебры. – М.: ДМК Пресс, 2009. – 1264 с.: ил.

ISBN 978-5-94074-490-0

Первая в России энциклопедия по компьютерной алгебре, ориентированная на пользователей систем компьютерной математики, нуждающихся в выполнении аналитических вычислений и их численной и графической визуализации. Содержит описание возможностей систем компьютерной алгебры Maple 9.5/10/11, Mathematica 5.1/5.2/6, Mathcad 11/12/13/14, Derive 5/6 и MuPAD 2.5/3/4. Особое внимание уделено их новейшим реализациям. Дает основополагающие понятия о системах компьютерной математики, подкрепленные более чем тысячью конкретных и наглядных примеров. Рассмотрены средства компьютерной математики, реализованные аппаратно.

Книга предназначена для студентов и преподавателей университетов и вузов, инженеров и научно-технических работников.

УДК 519.6
ББК В162я73

Все права защищены. Любая часть этой книги не может быть воспроизведена в какой бы то ни было форме и какими бы то ни было средствами без письменного разрешения владельцев авторских прав.

Материал, изложенный в данной книге, многократно проверен. Но поскольку вероятность технических ошибок все равно существует, издательство не может гарантировать абсолютную точность и правильность приводимых сведений. В связи с этим издательство не несет ответственности за возможные ошибки, связанные с использованием книги.

ISBN 978-5-94074-490-0

© Дьяконов В. П., 2009
© Оформление, издание, ДМК Пресс, 2009

Краткое содержание

Введение 31

Предостережения 39

Благодарности и адреса 40

Глава 1. ВВЕДЕНИЕ В КОМПЬЮТЕРНУЮ МАТЕМАТИКУ 41

Глава 2. ТИПЫ ДАННЫХ И РАБОТА С НИМИ 115

Глава 3. РАБОТА С МАТЕМАТИЧЕСКИМИ ВЫРАЖЕНИЯМИ И ФУНКЦИЯМИ 177

Глава 4. ПРАКТИКА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА 267

Глава 5. АНАЛИЗ ФУНКЦИЙ И ИНТЕГРАЛЬНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ 375

Глава 6. ПРИБЛИЖЕНИЕ ФУНКЦИЙ И ПРОГНОЗ 443

Глава 7. СТАТИСТИЧЕСКИЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ 567

Глава 8. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ЛИНЕЙНОЙ АЛГЕБРЫ И ОПТИМИЗАЦИИ 609

Глава 9. РЕШЕНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ 697

Глава 10. ВИЗУАЛИЗАЦИЯ ВЫЧИСЛЕНИЙ В MAPLE 797

Глава 11. ВИЗУАЛИЗАЦИЯ В MATHEMATICA 4/5/6 873

Глава 12. ПАКЕТ РАСШИРЕНИЯ GRAPHICS СИСТЕМЫ MATHEMATICA 957

Глава 13. ВИЗУАЛИЗАЦИЯ В ДРУГИХ СИСТЕМАХ 1013

Глава 14. ПРОГРАММИРОВАНИЕ В СИСТЕМАХ КОМПЬЮТЕРНОЙ АЛГЕБРЫ 1033

Глава 15. АНАЛИТИЧЕСКОЕ И СПЕКТРАЛЬНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ 1127

Глава 16. ВЕЙВЛЕТЫ И ВЕЙВЛЕТ-ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ... 1225

Список литературы 1241

Предметный указатель 1249

Содержание

Введение ... 31

Предостережения ... 39

Благодарности и адреса ... 40

Глава 1. Введение в компьютерную математику ... 41

1.1. Краткая характеристика систем компьютерной алгебры ... 42
1.1.1. Понятие о символьных (аналитических) вычислениях ... 42
1.1.2. Задачи, решаемые компьютерной алгеброй ... 43
1.1.3. Структура и назначение систем компьютерной алгебры ... 46

1.2. Системы компьютерной математики Maple ... 47
1.2.1. Назначение и место систем Maple ... 47
1.2.2. Ядро и пакеты применения Maple ... 48
1.2.3. Языки систем компьютерной алгебры ... 49
1.2.4. Новые возможности Maple 11 ... 49
1.2.5. Запуск Maple 11 и интерфейс пользователя ... 53
1.2.6. Помощники (ассистенты) и пакеты расширения Maple ... 56

1.3. Основы работы с Maple в диалоговом режиме ... 58
1.3.1. Начальные навыки работы ... 58
1.3.2. Вставка электронных таблиц и работа с ними ... 59
1.3.3. Понятие о функциях и операторах ... 60
1.3.4. Операторы и средства вывода выражений ... 62
1.3.5. Обработка и индикация ошибок ... 63
1.3.6. Примеры задания функции пользователя и построения ее графика ... 65

1.4. Символьные вычисления в Maple ... 68
1.4.1. Простой пример символьных вычислений ... 68
1.4.2. Представление входных выражений в математической форме ... 68
1.4.3. Типовые символьные вычисления ... 70
1.4.4. Разбухание результатов символьных вычислений ... 71
1.4.5. Решения системы линейных уравнений ... 72

1.5. Системы компьютерной математики Mathematica ... 73
1.5.1. Особенности систем класса Mathematica ... 73
1.5.2. Система Mathematica 5 ... 74
1.5.3. Идеология систем Mathematica ... 74
1.5.4. Интерфейс системы Mathematica 5 ... 77
1.5.5. Первые навыки работы и понятие о ноутбуках ... 80
1.5.6. Пакеты расширения системы Mathematica 5 ... 81
1.5.7. Возможности версии Mathematica 5.1/5.2 ... 83
1.5.8. Возможности версии Mathematica 6 ... 83

1.6. Другие системы компьютерной алгебры ... 85
1.6.1. Системы класса Derive 5/6 ... 86
1.6.2. Системы класса MuPAD 2.5/3 ... 89
1.6.3. Системы класса Mathcad ... 92
1.6.4. Система MATLAB с пакетом расширения Symbolic Math Toolbox ... 99

1.7. Компьютерная математика в аппаратных средствах ... 100
1.7.1. Научные микрокалькуляторы со встроенными СКА ... 100
1.7.2. Примеры работы с научными микрокалькуляторами со встроенными СКА ... 103
1.7.3. Компьютерная математика в цифровых мультиметрах ... 104
1.7.4. СКМ в современных цифровых осциллографах ... 105
1.7.5. Анализаторы спектра со специализированными СКМ ... 110

Глава 2. Типы данных и работа с ними ... 115

2.1. Простые типы данных ... 116
2.1.1. Системы счисления и основания чисел ... 116
2.1.2. Натуральные и простые числа ... 116
2.1.3. Целые десятичные числа ... 117
2.1.4. Числа двоичные, восьмеричные и шестнадцатеричные ... 118
2.1.5. Рациональные числа ... 119
2.1.6. Вещественные (действительные) числа ... 119
2.1.7. Нотация вещественных чисел ... 119
2.1.8. Комплексные числа ... 121
2.1.9. Алгебраическая форма комплексных чисел ... 121
2.1.10. Экспоненциальная форма комплексных чисел ... 121
2.1.11. Преобразование комплексных чисел ... 121
2.1.12. Характерные правила ввода и вывода чисел ... 122
2.1.13. Символы и строковые данные ... 122
2.1.14. Объекты ... 123

2.2. Работа с простыми данными Maple-языка ... 123
2.2.1. Использование знаков алфавита ... 123
2.2.2. Зарезервированные слова ... 124
2.2.3. Работа с числами и арифметические вычисления ... 125
2.2.4. Точная арифметика ... 126
2.2.5. Вычисление числа p с произвольной точностью по алгоритму Рамануджана ... 127
2.2.6. Работа с комплексными числами ... 129
2.2.7. Контроль над типами чисел ... 130
2.2.8. Преобразования чисел с разным основанием ... 132
2.2.9. Пакет RealDomain для вычислений с действительными данными ... 132
2.2.10. Модификация графической функции plot ... 133

2.3. Сложные типы данных ... 133
2.3.1. Массивы ... 133
2.3.2. Векторы и матрицы ... 134
2.3.3. Задание массивов ... 135
2.3.4. Использование индексированных переменных массивов ... 135
2.3.5. Списки и ранжированные переменные ... 136
2.3.6. Таблицы и их представление ... 137
2.3.7. Создание наборов (множеств) в Maple ... 137
2.3.8. Создание и применение списков выражений ... 137
2.3.9. Создание в Maple массивов, векторов и матриц ... 139
2.3.10. Работа с построителем матриц Matrix Builder ... 140
2.3.11. Создание в Maple таблиц и их применение ... 140
2.3.12. Пакет ListTool для работы со списками ... 141
2.3.13. Структура разбросанных полиномов ряда переменных SDMPolynom ... 142

2.4. Применение констант ... 143
2.4.1. Символьные и числовые константы ... 143
2.4.2. Строковые константы ... 143
2.4.3. Встроенные в ядро Maple константы ... 143
2.4.4. Идентификация констант ... 144
2.4.5. Защита идентификаторов констант ... 144
2.4.6. Задание новых констант ... 144
2.5. Работа с размерными величинами ... 145
2.5.1. Пакет поддержки размерных величин Units ... 145
2.5.2. Примеры работы с размерными величинами ... 145
2.5.3. Применение ассистента преобразования размерных величин ... 146
2.5.4. Пакет научных констант ScientificConstants ... 146
2.5.5. Работа с научными константами ... 147
2.5.6. Вызов списка и свойств химических элементов ... 148
2.5.7. Применение пакета ScientificConstants ... 148
2.6. Функции для работы со строковыми данными ... 148
2.6.1. Неисполняемые программные комментарии в Maple ... 148
2.6.2. Контроль типа строковых данных ... 150
2.6.3. Интерактивный ввод строк ... 150
2.6.4. Обработка строк ... 151
2.6.5. Преобразование строки в математическое выражение ... 151
2.7. Переменные в Maple и их применение ... 152
2.7.1. Типы переменных ... 152
2.7.2. Назначение переменным имен ... 152
2.7.3. Присваивание переменным значений ... 153
2.7.4. Отмена операции присваивания и команда restart ... 154
2.7.5. Придание переменным статуса предполагаемых ... 155
2.8. Работа с файлами и документами ... 156
2.8.1. Типы файлов ... 156
2.8.2. Запись данных в файлы ... 157
2.8.3. Считывание данных из файлов ... 157
2.8.4. Запись и считывание m-файлов ... 158
2.8.5. Запись в файлы графических объектов ... 159
2.9. Вывод в специальных форматах ... 159
2.9.1. Вывод в формате LaTeX ... 159
2.9.2. Вывод на языке Фортран ... 160
2.9.3. Вывод на языке C ... 160
2.10. Визуально-ориентированное создание документов ... 161
2.10.1. Вызов пакета Maplets ... 161
2.10.2. Примеры создания визульно-ориентированного интерфейса ... 161
2.10.3. Управление цветом ... 163
2.11. Типы данных в системе Mathematica ... 165
2.11.1. Работа с целыми числами ... 165
2.11.2. Символьные данные и строки ... 167
2.11.3. Выражения ... 167
2.11.4. Объекты и идентификаторы ... 168
2.11.5. Функции, опции, атрибуты и директивы ... 169
2.11.6. Применение констант ... 170
2.11.7. Физические константы и размерные величины ... 171
2.11.8. Переменные в системе Mathematica 4/5 ... 171

2.11.9. Эволюция значений переменных и операции присваивания 173
2.11.10. Списки в системе Mathematica 174
2.11.11. Задание массивов, векторов и матриц 175

Глава 3. Работа с математическими выражениями и функциями 177

3.1. Работа с операторами 178
3.1.1. Операторы и операнды 178
3.1.2. Виды операторов 178
3.1.3. Применение бинарных (инфиксных) операторов 179
3.1.4. Работа с множествами 181
3.1.5. Новый оператор in в множествах 181
3.1.6. Применение унарных арифметических операторов 182
3.1.7. Применение оператора % и команды history 182
3.1.8. Работа с логическими операторами 183
3.1.9. Применение операторов специальных типов 184
3.1.10. Применение функциональных операторов 184
3.1.11. Определение нейтральных операторов 185
3.1.12. Определение операторов с помощью оператора define 185
3.1.13. Укороченные операторы системы Mathematica 187
3.1.14. Операторы СКМ Mathcad 188

3.2. Работа с математическими функциями 191
3.2.1. Понятие о функциях 191
3.2.2. Математические выражения 193
3.2.3. Работа с элементарными функциями в системе Maple 193
3.2.4. Гармонический синтез пилы и меандра 195
3.2.5. Применение элементарных функций для моделирования сигналов 196
3.2.6. Некоторые целочисленные функции и факториал 198
3.2.7. Применение функций с элементами сравнения 199
3.2.8. Работа с функциями комплексного аргумента 199
3.2.9. Построение графиков функций в Maplet-окне 201
3.2.10. Арифметические и элементарные функции в системе Mathematica 201

3.3. Работа со специальными функциями 204
3.3.1. Обзор специальных математических функций 204
3.3.2. Специальные математические функции системы Maple 207
3.3.3. Консультант по функциям 210

3.4. Специальные функции в системе Mathematica 211
3.4.1. Ортогональные многочлены 211
3.4.2. Интегральные показательные и родственные им функции 212
3.4.3. Гамма- и полигамма-функции 212
3.4.4. Функции Бесселя 213
3.4.5. Гипергеометрические функции 213
3.4.6. Эллиптические интегралы и интегральные функции 214
3.4.7. Функции Эйри 215
3.4.8. Бета-функция и относящиеся к ней функции 216
3.4.9. Специальные числа и полиномы 216
3.4.10. Другие специальные функции СКМ Mathematica 217

3.5. Специальные математические функции в СКМ Mathcad 219
3.5.1. Встроенные в ядро Mathcad специальные функции 219
3.5.2. Дополнительные специальные функции 220

3.5.3. Дополнительные неактивные функции ... 220
3.5.4. Альтернативные функции с новой нормировкой в Mathcad ... 221
3.6. Специальные функции других СКМ ... 221
3.6.1. Специальные функции в Derive ... 221
3.6.2. Специальные математические функции системы MuPAD ... 222
3.7. Расширенные возможности Maple в работе с выражениями ... 223
3.7.1. Ввод выражений ... 223
3.7.2. Оценивание выражений ... 224
3.7.3. Последовательности выражений ... 226
3.7.4. Вывод выражений ... 227
3.7.5. Работа с частями выражений ... 227
3.7.6. Работа с уровнями вложенности выражений ... 228
3.7.7. Преобразование выражений в тождественные формы ... 229
3.7.8. Преобразование выражений ... 230
3.7.9. Контроль за типами объектов ... 230
3.8. Работа с подстановками ... 232
3.8.1. Функциональные преобразования подвыражений ... 232
3.8.2. Функциональные преобразования элементов списков ... 233
3.8.3. Подстановки с помощью функций add, mul и seq ... 234
3.8.4. Подстановки с помощью функций subs и subsop ... 234
3.8.5. Подстановки правил и подвыражений ... 235
3.8.6. Функции сортировки и селекции ... 236
3.9. Символьные преобразования выражений ... 237
3.9.1. Упрощение выражений – simplify ... 237
3.9.2. Расширение выражений – expand ... 240
3.9.3. Разложение целых и рациональных чисел – ifactor ... 240
3.9.4. Разложение выражений (факторизация) – factor ... 241
3.9.5. Комплектование по степеням – collect ... 242
3.9.6. Работа с пакетом рациональных нормальных форм RationalNormalForms ... 243
3.10. Работа с выражениями в системе Mathematica ... 244
3.10.1. Полная форма выражений ... 244
3.10.2. Основные формы выражений ... 245
3.10.3. Части выражений и работа с ними ... 245
3.10.4. Удаление элементов выражения ... 247
3.10.5. Другие манипуляции с выражениями ... 247
3.10.6. Контроль выражений ... 248
3.10.7. Приложение имени функции к выражению или его части ... 249
3.10.8. Укороченная форма функций ... 249
3.10.9. Выделение заданного аргумента в функциях ... 250
3.10.10. Подстановки в функциях ... 250
3.10.11. Рекурсивные функции ... 250
3.10.12. Дополнительные примеры на работу с функциями ... 251
3.10.13. Инверсные функции ... 252
3.10.14. Задание математических отношений ... 252
3.10.15. Упрощение выражений и функция Simplify ... 254
3.10.16. Функция полного упрощения FullSimplify ... 254
3.10.17. Раскрытие и расширение выражений ... 255
3.10.18. Функция комплектования Collect ... 256
3.10.19. Функции преобразования тригонометрических выражений ... 257
3.10.20. Функции и директивы для работы с полиномами ... 259

3.10.21. Другие функции для работы с полиномами ... 261
3.10.22. Расширенные операции с выражениями ... 261
3.10.23. Поддержка кусочных функций в Mathematica ... 265
3.11. О работе с выражениями и функциями в других СКМ ... 265

Глава 4. Практика математического анализа ... 267

4.1. Вычисление сумм последовательностей ... 268
4.1.1. Основные функции для вычисления сумм последовательностей ... 268
4.1.2. Последовательности с заданным числом членов ... 269
4.1.3. Суммы с известным пределом ... 269
4.1.4. Суммы бесконечных рядов ... 270
4.1.5. Двойные суммы ... 270
4.1.6. Пакет вычисления специальных сумм sumtools ... 270
4.1.7. Примеры вычисления специальных сумм ... 271
4.1.8. Вычисление сумм в Mathematica и в других СКМ ... 271
4.2. Вычисление произведений членов последовательностей ... 272
4.2.1. Основные функции для произведения членов последовательностей ... 272
4.2.2. Примеры вычисления произведений членов последовательностей ... 273
4.2.3. Вычисление произведений в Mathematica и в других СКМ ... 273
4.3. Вычисление производных ... 274
4.3.1. Определение производной и полного дифференциала ... 274
4.3.2. Функции дифференцирования diff и Diff Maple ... 275
4.3.3. Дифференциальный оператор D ... 276
4.3.4. Maplet-вычислитель производных Derivatives ... 277
4.3.5. Maplet-инструмент по методам дифференцирования ... 278
4.3.6. Дифференцирование в Mathematica 4/5 ... 278
4.3.7. Дифференцирование в системе Mathcad и в других СКА ... 281
4.4. Вычисление интегралов ... 282
4.4.1. Определение интегралов ... 282
4.4.2. Вычисление неопределенных интегралов в Maple ... 283
4.4.3. Конвертирование и преобразование интегралов ... 284
4.4.4. Вычисление определенных интегралов в Maple ... 284
4.4.5. Каверзные интегралы и визуализация результатов интегрирования ... 285
4.4.6. Вычисление несобственных интегралов первого рода ... 291
4.4.7. Вычисление несобственных интегралов второго рода ... 293
4.4.8. Интегралы с переменными пределами интегрирования ... 294
4.4.9. Вычисление кратных интегралов ... 295
4.4.10. О вычислении некоторых других интегралов ... 296
4.4.11. Maplet-демонстрация построения графика первообразной ... 297
4.4.12. Maplet-демонстрация методов интегрирования ... 297
4.4.13. Интегрирование в Mathematica и в других СКМ ... 298
4.5. Вычисление пределов функций ... 301
4.5.1. Определение предела функции ... 301
4.5.2. Функции вычисления пределов в Maple ... 301
4.5.3. Графическая иллюстрация вычисления пределов с двух сторон ... 302
4.5.4. Maplet-инструмент для иллюстрации методов вычисления пределов ... 302
4.5.5. Вычисление пределов в Mathematica и в других СКМ ... 303
4.6. Разложение функций в ряды ... 306
4.6.1 Определение рядов Тейлора и Маклорена ... 306
4.6.2. Разложение в степенной ряд в системе Maple ... 307