Макс Планк

Введение в теоретическую физику

Часть 4

Москва
«Книга по Требованию»

УДК 53
ББК 22.3
М17

Макс Планк

М17 Введение в теоретическую физику: Часть 4 / Макс Планк – М.: Книга по Требованию, 2021. – 164 с.

ISBN 978-5-458-37431-6

ISBN 978-5-458-37431-6

© Издание на русском языке, оформление
«YOYO Media», 2021
© Издание на русском языке, оцифровка,
«Книга по Требованию», 2021

Эта книга является репринтом оригинала, который мы создали специально для Вас, используя запатентованные технологии производства репринтных книг и печати по требованию.

Сначала мы отсканировали каждую страницу оригинала этой редкой книги на профессиональном оборудовании. Затем с помощью специально разработанных программ мы произвели очистку изображения от пятен, клякс, перегибов и попытались отбелить и выровнять каждую страницу книги. К сожалению, некоторые страницы нельзя вернуть в изначальное состояние, и если их было трудно читать в оригинале, то даже при цифровой реставрации их невозможно улучшить.

Разумеется, автоматизированная программная обработка репринтных книг – не самое лучшее решение для восстановления текста в его первозданном виде, однако, наша цель – вернуть читателю точную копию книги, которой может быть несколько веков.

Поэтому мы предупреждаем о возможных погрешностях восстановленного репринтного издания. В издании могут отсутствовать одна или несколько страниц текста, могут встретиться невыводимые пятна и кляксы, надписи на полях или подчеркивания в тексте, нечитаемые фрагменты текста или загибы страниц. Покупать или не покупать подобные издания – решать Вам, мы же делаем все возможное, чтобы редкие и ценные книги, еще недавно утраченные и несправедливо забытые, вновь стали доступными для всех читателей.

Серия Книжный Ренессанс
www.samizday.ru/reprint

ПРЕДИСЛОВИЕ КО ВТОРОМУ ИЗДАНИЮ

Новое издание отличается от предыдущего лишь небольшими изменениями и дополнениями.

Берлин — Грюневальд,
декабрь 1930 г.

Автор

ПРЕДИСЛОВИЕ К ПЕРВОМУ ИЗДАНИЮ

При выборе содержания и характера изложения предлагаемой книги я основывался на тех положениях, которые руководили мною при составлении ранее появившихся в том же издательстве трех частей настоящего труда, предназначенного для первого серьезного введения в теоретическую физику. При том объеме, который имеет в настоящее время теоретическая физика, и здесь опять речь может итти лишь о скупом выборе из имеющегося крайне богатого материала. При этом решающим было в первую очередь ограничение рамками классической волновой теории в ее применении к средам непрерывной плотности. Поэтому я имел возможность уделить больше внимания систематическому изложению и развитию высказываемых положений, а также их связи с другими отделами теоретической физики. Этим обусловлены многочисленные ссылки на предшествующие тома настоящего труда, в которых цифра *1* указывает на общую механику, *2* — на механику деформируемых тел и *3* — на теорию электричества и магнетизма.

Но если в первых частях книги можно было рассматривать материю как непрерывную среду с непрерывно меняющимися свойствами, то при изложении дисперсии оказывается необходимым отказаться от такого представления. Так как, однако, при изложении теоретической оптики дисперсия не может быть опущена, то в последней части книги я ввел атомистический метод рассмотрения. При этом я пытался наметить также естественный переход и к квантовой механике. Мне кажется правильным не только из педагогических соображений, но и по существу дела подходить к квантовой механике, так же как и к теории относительности, на основе классической теории при помощи соответствующего обобщения.

В конце книги приведен, как и раньше, алфавитный указатель всех определений и важнейших высказанных положений.

Берлин—Грюневальд,
июль 1927 г.

Автор

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ В ТЕОРЕТИЧЕСКУЮ ОПТИКУ

§ 1. Физическая оптика образует специальный отдел электродинамики, охватывающий быстро меняющиеся поля. Особенное ее значение состоит в том, что она обнимает ту область физики, где возможны наиболее тонкие измерения и вследствие этого возможно наиболее глубокое проникновение в подробности физических процессов. Вместе с тем в оптике яснее, чем в других областях физики, проявляется своеобразная тенденция научного исследования—оставить первоначальную исходную точку—чувственные ощущения—и построить наши физические понятия на более объективных основаниях. В то время как важнейшие оптические понятия—понятия света и цвета—развились первоначально из впечатлений нашего глаза, в современной физике понятия света и цвета не имеют ничего общего с непосредственными ощущениями, но относятся к электромагнитным волнам и периодам колебаний; это развитие вполне оправдывается принесенными им богатыми плодами.

§ 2. В качестве исходной точки удобнее всего взять общую систему уравнений Максвелла для электромагнитного поля в покоящихся телах и притом в той специальной форме, которую они имеют для прозрачных немагнитных тел. Так как прозрачность тела связана с отсутствием превращения электромагнитной энергии в теплоту, то все прозрачные тела являются электрическими изоляторами, в которых вектор **J** электрического тока (проводимости) везде и всегда равен нулю. Вместе с проводниками исключаются из рассмотрения и все сильно намагничиваемые вещества, а для остальных можно без заметной ошибки отождествить магнитную индукцию **B** с напряжением магнитного поля **H**. Тогда уравнения поля согласно *3*, (3) принимают простую форму:

$$\mathbf{D} = c \operatorname{rot} \mathbf{H}, \quad \mathbf{H} = -c \operatorname{rot} \mathbf{E} \tag{1}$$

вместе с добавочными уравнениями *3*, (49) и (51):

$$\operatorname{div} \mathbf{D} = 0, \quad \operatorname{div} \mathbf{H} = 0. \tag{2}$$

Здесь **E** обозначает напряжение электрического поля, **H**—напряжение магнитного поля, **D**—электрическую индукцию, c—критическую скорость.

Эта система уравнений охватывает оптику всех прозрачных веществ. Входящие в них переменные играют лишь роль вспомогательных величин, так как они не могут быть непосредственно измерены. Величиной, к определению которой сводятся все оптические измерения и вычисление которой является, в сущности говоря, задачей каждой оптической теории, служит вектор потока электромагнитной энергии *3*, (26), равный:

$$\mathbf{S}\frac{c}{4\pi}[\mathbf{E}, \mathbf{H}], \qquad (3)$$

который обусловливает *интенсивность* излучения по величине и направлению.

Для дальнейшего исследования этих уравнений надо принять во внимание связь между вектором электрического напряжения **E** и вектором индукции **D**; эта связь и определяет характер оптического поведения определенного вещества. В соответствии с видом этой связи мы разобьем весь подлежащий рассмотрению материал на три части и рассмотрим последовательно оптику изотропных однородных сред, кристаллооптику и оптику неоднородных сред вместе с явлениями дисперсии и абсорбции.

ЧАСТЬ ПЕРВАЯ

ОПТИКА ИЗОТРОПНЫХ ОДНОРОДНЫХ СРЕД

ГЛАВА I

ОТРАЖЕНИЕ И ПРЕЛОМЛЕНИЕ

§ 3. Для изотропного однородного вещества связь между электрической индукцией и напряжением электрического поля выражается уравнением *3*, (28):

$$\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E}, \tag{4}$$

где ε обозначает диэлектрическую постоянную.

Тогда уравнения поля (1) переходят в

$$\varepsilon \dot{\mathbf{E}} = c \operatorname{rot} \mathbf{H}, \quad \dot{\mathbf{H}} = -c \operatorname{rot} \mathbf{E}. \tag{5}$$

Мы рассмотрим в качестве простейшего частного решения этой системы диференциальных уравнений случай плоской волны, которая распространяется вдоль одной из координатных осей, например по положительному направлению оси x. Тогда все слагающие поля независимы от y и z, и так как в оптике статические поля не принимаются во внимание, то из (5) и (2) получается:

$$E_x = 0, \quad H_x = 0,$$

в то время как для других компонент имеют место диференциальные уравнения:

$$\varepsilon \frac{\partial E_y}{\partial t} = -c \frac{\partial H_z}{\partial x}, \quad \varepsilon \frac{\partial E_z}{\partial t} = c \frac{\partial H_y}{\partial x},$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial t} = c \frac{\partial E_z}{\partial x}, \quad \frac{\partial H_z}{\partial t} = -c \frac{\partial E_y}{\partial x}.$$

Таким образом из четырех компонент поля каждые две связаны попарно, именно E_y с H_z и E_z с H_y и для каждой пары компонент имеет место то же самое диференциальное уравнение (6):

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2} = \frac{c^2}{\varepsilon} \cdot \frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2}. \tag{6}$$

Если мы обозначим

$$\frac{c^2}{\varepsilon} = q^2, \tag{7}$$

то из выведенного в 2, § 35 общего интеграла диференциального уравнения (6) получим наиболее общее выражение для плоской волны, распространяющейся в однородной среде по положительному направлению оси x в виде:

$$\left.\begin{aligned} E_x &= 0, & H_x &= 0, \\ E_y &= \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}} f\left(t - \frac{x}{q}\right), & H_y &= -g\left(t - \frac{x}{q}\right), \\ E_z &= \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}} g\left(t - \frac{x}{q}\right), & H_z &= f\left(t - \frac{x}{q}\right), \end{aligned}\right\} \tag{8}$$

где f и g — произвольные однозначные функции одного переменного.

Как видно, напряжения обоих полей перпендикулярны к направлению распространения; волна называется поэтому „поперечной“. Она распадается на две в общем случае независимые друг от друга составляющие, направленные вдоль координатных осей; у каждой из них электрическое и магнитное напряжения пропорциональны друг другу.

Знаки определяются согласно следующему правилу: направления напряжения электрического поля, напряжения магнитного поля и направление распространения образуют правую систему координат.

§ 4. Если мы теперь поставим вопрос о том, что можно измерить в этой электромагнитной волне и какие ее свойства могут быть объективно установлены, то окажется, что непосредственно измеряемой величиной является вектор потока энергии (3), который в рассматриваемом случае сводится к x-компоненте:

$$S_x = \frac{c}{4\pi}(E_y H_z - E_z H_y) = \frac{q}{4\pi}(f^2 + g^2).$$

Таким образом направление потока энергии в однородной среде совпадает с направлением нормали к волне x, и количество энергии, протекшей за время dt через поверхность F, лежащую в плоскости волны, равно:

$$S_x \cdot F \cdot dt = \frac{q}{4\pi}(f^2 + g^2) \cdot F dt. \tag{9}$$

Но так как заметные действия излучения происходят всегда за конечный промежуток времени, то измерения дают не сам вектор потока энергии, но его интеграл по времени или его среднее значение, взятое за достаточно большой промежуток времени T. Если для сокращения обозначим средние значения через:

$$\frac{1}{T}\int_0^T f^2\,dt = \overline{f^2}, \quad \frac{1}{T}\int_0^T g^2\,dt = \overline{g^2}, \tag{10}$$

то лучистая энергия, проходящая в единицу времени через поверхность F, равна:

$$\frac{q}{4\pi}(\overline{f^2}+\overline{g^2})\cdot F; \tag{11}$$

эта энергия может быть обнаружена каждым прибором, воспринимающим лучистую энергию целиком и обладающим необходимой чувствительностью (болометр, радиометр, термостолбик).

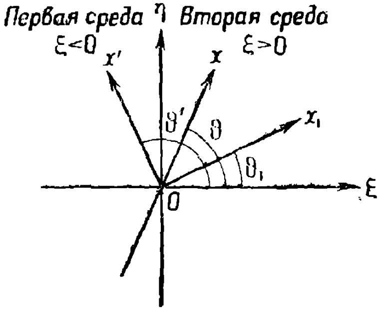
После того как измерен общий поток энергии волны, возникает задача о ее дальнейшем анализе; задача эта двойная: во-первых, необходимо отделить обе слагаемые $\overline{f^2}$ и $\overline{g^2}$ друг от друга, во-вторых, перейти от средних значений по времени к самим функциям, т. е. исследовать вид волновых функций f и g. Для этих целей необходимы особые оптические установки, теорию и способ действия которых мы разберем в дальнейшем. Заранее о виде этих функций ничего нельзя сказать. В частности, нет никаких оснований приписывать функциям f и g какую-либо периодичность. В действительности в оптике вообще не бывает волны с резко определенным в математическом смысле периодом, как это, например, имеет место в акустике. Поэтому мы пока не будем рассматривать вопрос о форме волны; мы вернемся к нему лишь тогда, когда это будет необходимо. Только одно положение мы можем принять заранее, а именно, что средние значения f и g равны нулю, т. е.:

$$\overline{f}=0; \quad \overline{g}=0. \tag{12}$$

Если бы волновая функция имела среднее значение, отличное от нуля, мы могли бы данную волну заменить другой волной, подчиняющейся уравнениям (12), с наложенным на нее статическим полем, равным этому среднему значению. Это поле может быть обнаружено вследствие его пондеромоторного влияния на заряженное пробное тело (электрон) и таким образом отделено от собственно оптической волны.

§ 5. Само собой понятно, что плоская волна с безграничным сечением не может быть осуществлена в природе. Но все же можно воспроизвести волны, которые по своим свойствам приближаются к плоским волнам. Представим себе точечный источник света, который начинает светиться в определенный момент времени, например при $t=0$. Так как предполагается, что окружающая среда однородна и изотропна, то свет будет распространяться равномерно во все стороны. Ту поверхность, до которой свет распространился за известный промежуток времени, называют волновой поверхностью. Каждому моменту времени соответствует, таким образом, определенная волновая поверхность и все окружающее пространство заполнено системой волновых поверхностей, следующих одна за другой и охватывающих одна другую. В рассматриваемом случае волновые поверхности, очевидно, представляют собой сферы, концентрически охватывающие источник света. Небольшой участок достаточно большой сферической поверхности может приниматься с достаточным приближением за плоскую волну. Нормалью к последней служит соответствующий радиус сферы и то же направление имеет и вектор луча **S**.

§ 6. Исследуем теперь явления, происходящие, когда плоская волна (8) падает на плоскую границу двух изотропных сред. Перпендикуляр к этой граничной плоскости возьмем за ось ξ новой координатной системы; направим эту ось внутрь второй среды, а точка O пусть будет общим началом координат систем xyz и $\xi\eta\zeta$. Тогда мы можем, не уменьшая общности рассматриваемого случая, расположить как ось y, так и ось η в так называемой плоскости падения, проходящей через x и ξ, и взять эту плоскость в качестве плоскости рисунка (черт. 1). Все точки, для которых $\xi < 0$ (слева), находятся в первой среде — в той, откуда идет волна (8); все точки, для которых $\xi > 0$ (справа) — во второй среде, все точки, для которых $\xi = 0$ (ось η), находятся в плоскости, служащей границей двух сред. Ось x совпадает с направлением луча, приходящим слева из первой среды; она образует с перпендикуляром, лежащим в плоскости падения, угол падения ϑ. Ось y представляет собой след плоскости падающей волны, перпендикулярной к плоскости чертежа; эта ось образует с плоскостью границы также угол ϑ, но на чертеже она не нанесена, чтобы не увеличивать числа начерченных направлений. Ось z совпадает с осью ζ и направлена от плоскости чертежа перпендикулярно к нему.



Черт. 1.

При решении поставленной задачи допустим, что каждая система волн, удовлетворяющая диференциальным уравнениям внутри обеих сред и граничным условиям, представляет собою явление, возможное в природе.

Чтобы удовлетворить диференциальным уравнениям во второй среде, представим себе в ней плоскую волну, выражающуюся уравнениями (8), но с направлением луча по x_1 (черт. 1), наклоненным к оси ξ под углом ϑ_1 и с поверхностью волны $y_1 z_1$, причем z_1 опять совпадает с z и ζ. Тогда для шести компонент E_{x_1}, E_{y_1}, E_{z_1}, H_{x_1}, H_{y_1}, H_{z_1} имеют место уравнения (8), но в правой части этих уравнений должна стоять координата x_1 вместо x, вместо волновых функций f и g должны стоять волновые функции f_1 и g_1, а вместо констант ε и q — диэлектрическая постоянная ε_1, и скорость распространения во второй среде (7):

$$q_1 = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_1}} = q\sqrt{\frac{\varepsilon}{\varepsilon_1}}. \tag{13}$$

Но этого недостаточно. Именно граничные условия требуют согласно *3*, § 6, чтобы для $\xi = 0$ значения тангенциальных компонент напряжения поля, т. е. величины E_η, E_ζ, H_η, H_ζ, в обеих средах соответственно совпадали. Это дает четыре уравнения между волновыми функциями, для удовлетворения которых в нашем распоряжении находятся только функции f_1 и g_1, так как функции f и g заданы. Предполагаемое решение нужно поэтому взять в более общем виде. Для этого допускаем, что в первой среде существует еще одна волна, которая естественно опять определяется уравнениями (8), но с измененным направлением луча x', образующим с осью ξ угол ϑ' (черт. 1) и с плоскостью волны $y'z'$, причем опять $z' = z$. Тогда шесть компонент напряжения поля, $E_{x'}$, $E_{y'}$, $E_{z'}$, $H_{x'}$, $H_{y'}$, $H_{z'}$, заданы уравнениями (8), если в них вставить волновые функции f' и g' и вместо x координату x'; константы ε и q оставляем те же.

Теперь мы получили решение (как для точек внутри первой, так и внутри второй среды) в достаточно общем виде и можем приступить к составлению граничных условий. В первой среде имеется электромагнитное поле, образованное наложением обеих волн, принятых нами плоскими. Принимая во внимание, что компоненты E_x, H_x, $E_{x'}$, $H_{x'}$ равны нулю, получаем для интересующих нас остальных компонент в первой среде ($\xi < 0$):

$$\begin{aligned}
E_\eta &= E_y \cos\vartheta + E_{y'} \cos\vartheta' = \frac{\cos\vartheta}{\sqrt{\varepsilon}} \cdot f + \frac{\cos\vartheta'}{\sqrt{\varepsilon}} \cdot f',\\
E_\zeta &= E_z + E_{z'} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}} \cdot g + \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}} \cdot g',\\
H_\eta &= H_y \cos\vartheta + H_{y'} \cos\vartheta' = -\cos\vartheta \cdot g - \cos\vartheta' \cdot g',\\
H_\zeta &= H_z + H_{z'} = f + f'.
\end{aligned}$$

С другой стороны, принимая во внимание, что компоненты E_{x_1} и H_{x_1} равны нулю, имеем для второй среды ($\xi > 0$):

$$\begin{aligned}
E_\eta &= E_{y_1} \cos\vartheta_1 = \frac{\cos\vartheta_1}{\sqrt{\varepsilon_1}} f_1,\\
E_\zeta &= E_{z_1} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_1}} g_1,\\
H_\eta &= H_{y_1} \cos\vartheta_1 = -\cos\vartheta_1 \cdot g_1,\\
H_\zeta &= H_{z_1} = f_1.
\end{aligned}$$

Для граничной плоскости $\xi = 0$ имеет место:

$$\begin{gathered}
\cos\vartheta \cdot f + \cos\vartheta' \cdot f' = \frac{\cos\vartheta_1}{n} \cdot f_1,\\
g + g' = \frac{g_1}{n},\\
\cos\vartheta \cdot g + \cos\vartheta' \cdot g' = \cos\vartheta_1 \cdot g_1,\\
f + f' = f_1,
\end{gathered} \tag{14}$$

где для сокращения мы обозначили:

$$\sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon}} = \frac{q}{q_1} = n.$$

В этих четырех уравнениях содержится вся теория отражения и преломления. Они, как это видно, распадаются на две группы, из которых одна содержит только f-волны, другая только g-волны. Таким образом эти группы волн ведут себя независимо друг от друга, и каждая из них повинуется своим собственным законам.

§ 7. Прежде всего, пользуясь последними четырьмя уравнениями, выразим неизвестные волновые функции f', f_1, g', g_1 через заданные волновые функции f и g. Получаем:

$$f' = \frac{n\cos\vartheta - \cos\vartheta_1}{\cos\vartheta_1 - n\cos\vartheta'} \cdot f = \mu \cdot f, \tag{15}$$

$$f_1 = \frac{n(\cos\vartheta - \cos\vartheta')}{\cos\vartheta_1 - n\cos\vartheta'} \cdot f = \mu_1 \cdot f, \tag{16}$$

$$g' = \frac{\cos\vartheta - n\cos\vartheta_1}{n\cos\vartheta_1 - \cos\vartheta'} \cdot g = \sigma \cdot g, \tag{17}$$

$$g_1 = \frac{n(\cos\vartheta - \cos\vartheta')}{n\cos\vartheta_1 - \cos\vartheta'} \cdot g = \sigma_1 \cdot g. \tag{18}$$

Аргументами этих функций служат:
для f и g:

$$t - \frac{x}{q},$$

для f_1 и g_1:

$$t - \frac{x_1}{q_1},$$

для f' и g':

$$t - \frac{x'}{q}.$$

При этом везде $\xi = 0$ и, следовательно, при преобразовании к координатам ξ, η, ζ:

$$x = \eta\sin\vartheta, \quad x_1 = \eta\sin\vartheta_1, \quad x' = \eta\sin\vartheta',$$

вследствие чего аргументы имеют следующие значения:

$$t - \frac{\eta\sin\vartheta}{q}, \quad t - \frac{\eta\sin\vartheta_1}{q_1}, \quad t - \frac{\eta\sin\vartheta'}{q}.$$

Так как уравнения (15)—(18) должны соблюдаться для любого времени t и для любых точек η граничной плоскости, то необходимо, чтобы все три аргумента были равны между собой. В этом можно убедиться и непосредственно, если взять от одного из функциональных уравнений частную производную