

И.И. Артоболевский

**Структура, кинематика и
кинетостатика многозвенных
плоских механизмов**

**Москва
«Книга по Требованию»**

УДК 53
ББК 22.3
И11

И11 **И.И. Артоболевский**
Структура, кинематика и кинетостатика многосвязных плоских механизмов /
И.И. Артоболевский – М.: Книга по Требованию, 2021. – 232 с.

ISBN 978-5-458-58198-1

ISBN 978-5-458-58198-1

© Издание на русском языке, оформление
«YOYO Media», 2021

© Издание на русском языке, оцифровка,
«Книга по Требованию», 2021

Эта книга является репринтом оригинала, который мы создали специально для Вас, используя запатентованные технологии производства репринтных книг и печати по требованию.

Сначала мы отсканировали каждую страницу оригинала этой редкой книги на профессиональном оборудовании. Затем с помощью специально разработанных программ мы произвели очистку изображения от пятен, клякс, перегибов и попытались отбелить и выровнять каждую страницу книги. К сожалению, некоторые страницы нельзя вернуть в изначальное состояние, и если их было трудно читать в оригинале, то даже при цифровой реставрации их невозможно улучшить.

Разумеется, автоматизированная программная обработка репринтных книг – не самое лучшее решение для восстановления текста в его первозданном виде, однако, наша цель – вернуть читателю точную копию книги, которой может быть несколько веков.

Поэтому мы предупреждаем о возможных погрешностях восстановленного репринтного издания. В издании могут отсутствовать одна или несколько страниц текста, могут встретиться невыводимые пятна и кляксы, надписи на полях или подчеркивания в тексте, нечитаемые фрагменты текста или загибы страниц. Покупать или не покупать подобные издания – решать Вам, мы же делаем все возможное, чтобы редкие и ценные книги, еще недавно утраченные и несправедливо забытые, вновь стали доступными для всех читателей.

ОГЛАВЛЕНИЕ

	Стр.
Введение	3
Глава I. Структура и классификация плоских механизмов	10
1. Плоская кинематическая цепь и ее подвижность (10).—2. Классификация плоских механизмов с парами III класса (14).—3. Классификация плоских механизмов с одними поступательными парами—(28).—4. Особые случаи цепей с парами II класса и их классификация—(31).—5. Классификация плоских механизмов с парами I класса (34).—Примеры 1—4 (41).	
Глава II. Методы кинематического анализа механизмов I класса 2-го порядка	46
6. Определение положений групп (46).—7. Определение скоростей и ускорений группы с тремя вращательными парами (49).—8. Определение скоростей и ускорений группы с одной крайней поступательной парой (57).—9. Определение скоростей и ускорений группы с одной средней поступательной парой (63).—10. Определение скоростей и ускорений группы с двумя крайними поступательными парами (68).—11. Определение скоростей и ускорений группы с двумя несимметрично расположенными поступательными парами (73).—12. Определение скоростей и ускорений групп с одними поступательными парами (78).—Примеры 5—9 (79).	
Глава III. Методы кинематического анализа механизмов I класса высших порядков	90
13. Определение положений групп (90).—14. Определение скоростей и ускорений групп методом геометрических мест (92).—15. Определение скоростей и ускорений групп методом особых точек (97).—16. Определение скоростей и ускорений групп методом векторных уравнений (105).—17. Особые методы определения скоростей и ускорений групп (109).—Примеры 10—14 (114).	
Глава IV. Методы кинематического анализа механизмов II и III классов	122
18. Определение положений групп (122).—19. Определение скоростей и ускорений механизмов II класса (124).—20. Определение скоростей и ускорений механизмов III класса (125).—Пример 15. (136).	
Глава V. Введение в кинетостатику механизмов	137
21. Основные задачи силового расчета механизмов (137).—22. Определение величины и направления силы инерции (138).—23. Определение точки приложения результирующей силы инерции (141).—24. Метод замещающих точек (151).—25. Условия статической определимости кинематических цепей (162).	
Глава VI. Определение давлений в парах механизмов I класса 2-го порядка	166
26. Группа I класса 2-го порядка с тремя вращательными па-	

рами (166).—27. Группа I класса 2-го порядка с одной крайней поступательной парой (174).—28. Группа I класса 2-го порядка с одной внутренней поступательной парой (178).—29. Группа I класса 2-го порядка с двумя крайними поступательными парами (182).—30. Группа I класса 2-го порядка с двумя несимметрично расположенными поступательными парами (185).—31. Группа I класса 2-го порядка с одними поступательными парами (188).—32. Силовой расчет кривошипов (189).—Примеры 16—17 (191).	
Глава VII. Определение давлений в парах механизмов I класса высших порядков	197
33. Группа I класса 3-го порядка (197).—34. Группы I класса высших порядков (203).—Примеры 18—19 (211).	
Глава VIII. Определение давлений в парах механизмов II и III классов	214
35. Группы II класса (214).—36. Группы III класса нулевого порядка (215).—37. Группы III класса высших порядков (217).—Пример 20 (226).	
Литература.	228
Именной и предметный указатель	230

ВВЕДЕНИЕ

Вопросам структурного, кинематического и кинетостатического анализа механизмов посвящена весьма обширная специальная литература. В настоящем введении мы не предполагаем давать подробного критического обзора этой литературы, а ограничимся только указаниями на основные этапы развития науки об анализе механизмов.

Задачи кинематического анализа механизмов заключаются в исследовании вопросов структуры и классификации кинематических цепей и в изучении законов их движения. С самого зарождения науки о механизмах вопросам структуры и классификации механизмов уделялось весьма много внимания. Еще в конце XVIII столетия Монж пытается создать классификацию механизмов, основанную на видах передаваемого движения. В 1841 г. Виллис в своей работе, посвященной теории механизмов, дает их классификацию по принципу отношения передаваемых скоростей [14]. В 1875 г. появляется замечательная книга Рело [15], в которой он дает учение о кинематических парах и кинематических цепях. В этой работе Рело указывает на структурное единство существующих механизмов. Несколько раньше, в 1869 г., русским ученым Чебышевым [16] была впервые дана структурная формула для кинематических цепей, основанная на подсчете числа степеней свободы и условий связи. Совершенно независимо и, по-видимому, самостоятельно подобные же уравнения даются немецким ученым О. Мором [17] и французским ученым Леви [18]. В 1883 и 1885 гг. появляются работы Грюблера [2], в которых даются структурные формулы для плоских кинематических цепей. Независимо от Грюблера этому же вопросу посвящена работа русского ученого Сомова [19]. Наконец, в период с 1914 по 1918 г. появляется исключительная по глубине своего анализа работа по классификации плоских механизмов, принадлежащая русскому ученому Ассурову [1]. Эта работа дает классификацию механизмов, тесно увязанную с методами их кинематического и кинетостатического анализа. Классификация, предложенная Ассуром, позволяет дать решение почти всех существующих в технике механизмов. Эта работа должна быть расценена как работа исключительного значения, давшая богатейший материал для ряда последующих исследований. Только малым знакомством с работой

Ассура можно объяснить то обстоятельство, что за границей, а иногда и у нас в СССР, до сих пор пользуются классификацией Линена, которая может быть целиком уложена в классификацию, данную Ассуром. Далее, необходимо отметить работу Малышева [13], посвященную вопросам анализа структурных механизмов, как плоских, так и пространственных. В своей работе Малышев применил совершенно отличный от ранее изложенных методов оригинальный метод структурного анализа. Наконец, в самое последнее время появилась работа Добровольского [11], дающая классификацию плоских механизмов с поступательными парами, и работа Артоболевского [20], посвященная вопросам структуры и классификации пространственных механизмов.

Переходя к вопросу об определении положений механизма, необходимо отметить, что этому вопросу уделялось весьма мало внимания, хотя задача о положениях относится к числу наиболее сложных. Здесь надо упомянуть работы Кирпичева [21], Рериха [22] и, наконец, Добровольского [10], в которой этот вопрос разработан на базе классификации Ассура.

Задачи об определении скоростей и ускорений были исследованы рядом ученых, и мы не будем здесь останавливаться подробно на обзоре всех предложенных ими методов решения этих задач. Укажем только на основные сочинения, посвященные этим вопросам. Здесь, в первую очередь, надо упомянуть работы Бурместера [3] и работы Мора [20, 68]. Первый дал методы построения скоростей и ускорений на самом механизме с использованием центров мгновенного вращения, а второй дал построение при помощи так называемых планов скоростей и ускорений. Метод Мора получил самое широкое распространение в технике вследствие своей большой простоты и универсальности. Мору принадлежит еще ряд приемов определения скоростей и ускорений для сложных кинематических цепей. Сюда надо отнести метод обращения движения, метод преобразования кинематической цепи и др. Далее, необходимо особо отметить вышеуказанную работу Ассура [1], в которой он дает оригинальный метод синтетического решения сложных кинематических цепей использованием так называемых особых точек и ложных планов.

Все методы определения скоростей, данные Ассуром, тесно увязаны с его идеей классификации, что и является их громадным преимуществом перед всеми прежними методами, не дающими такой строгой и научной системы. В 1935 г. появилась работа Бруевича, посвященная применению векторных уравнений к исследованию плоских механизмов [9]. В этой работе дается оригинальный общий прием решения задач об определении скоростей и ускорений механизмов любого класса и порядка. Эта работа также построена на базе классификации, данной Ассуром, и может быть с успехом использована при

исследовании сложных кинематических цепей. В 1936/1937 г. Добровольским были развиты некоторые методы кинематического анализа плоских механизмов с несколькими степенями свободы.

Кинетостатический анализ плоских механизмов состоит в основном в решении двух задач: задачи об учете сил инерции отдельных звеньев и задачи об определении давлений в кинематических парах.

Вопрос о значении учета сил инерции в механизмах, повидимому, впервые находит себе отражение в работах Кориолиса, Понселе и Навье [67], [58], [59], [62], относящихся к 30-м годам XIX столетия и посвященных вопросам регулирования движения машины.

Несколько позже Морен [60] дает также некоторые указания на значение сил инерции для расчета механизмов, но практически, например при решении задачи о подборе махового колеса, ими пренебрегает. В 1849 г. Лешателье [61] в своей работе по устойчивости паровых машин дает в элементарном изложении учение о силах инерции. В 1852 г. в мемуарах, опубликованных Вилларсо [68], мы имеем исследование сил инерции звеньев кривошипно-шатунного механизма. Далее, необходимо отметить работу Портера [64], относящуюся к 1868 г., и работу Дженкина [65], относящуюся к 1876 г. В этих работах ими применены графические методы изучения влияния сил инерции поступательно движущихся масс в кривошипно-шатунном механизме на равномерность вращения кривошипа.

Точному учету сил инерции отдельных звеньев механизма посвящены работы ряда ученых, опубликованные в период с 1880 по 1936 г.

В работах Шелла [28], Мора [29], Альта [80] и Толле [9] даются методы определения точек приложения результирующих сил инерции или их линий действия с помощью плана ускорений. Та же задача решается в работах Маркса [26] и Прегера [27] с помощью введения дополнительных пар. Наконец, в работах Пешля [33, 34] и Федергофера [81, 35, 36] дано решение этой задачи с помощью поворотного круга.

Точный и приближенный учет сил инерции звеньев с помощью замещающих точек был разработан Виттенбауэром [5] и Федергофером [25]. Определение суммарной силы инерции всего механизма методом исследования движения общего центра тяжести механизма было сделано Фишером [44] в 1902 г. Метод заменяющих точек в применении к пространственно движущимся звеньям был разработан Рейо и Рефельдом [39, 40, 41, 42].

Вопрос о кинетостатическом расчете механизмов и определении усилий в кинематических парах разрабатывался рядом ученых. Первые работы в этой области принадлежат Мору [29, 68], который дал метод определения давлений в кинематических парах, используя методы графической статики.

Виттенбауэр [5] ввел некоторые добавления в метод Мора, используя метод замещающих точек. Далее, необходимо отметить работы Прегера и Толле [27, 69], в которых используется принцип независимости действия сил. Применение этого принципа позволяет решать большое количество схем механизмов, но практическое значение этого метода не велико, вследствие его громоздкости. Отметим еще работу Федергофера [36], в которой он дает решение статики группы I класса 3-го порядка построением так называемых ложных планов сил.

Из работ русских ученых надо в первую очередь отметить работу Ассур [1], опубликованную им в 1915 г. В своей работе Ассур устанавливает общий порядок решения задач статики механизмов, причем при рассмотрении этого вопроса он базируется на данной им классификации. Для механизмов I класса 3-го порядка Ассур пользуется методом планов сил и построением шарнирных фермочек на звене при разложении сил, действующих вне шарниров. Для механизмов высших порядков Ассур предлагает использовать дополнительно к этому приему принцип возможных перемещений.

В 1911 г. появилась замечательная работа Жуковского [46], в которой он указывает новый путь к решению задач динамики механизмов с помощью картин скоростей.

В 1935 г. появились работы Баранова [70] и Бруевича [71]. В своей работе Баранов решает задачу статики плоских механизмов, отыскивая особую точку, с помощью которой он определяет линию действия реакции в паре. Бруевич дает решение задач статики с помощью систем векторных уравнений. Как Баранов, так и Бруевич дают изложение статики, используя классификацию Ассур.

В области кинетостатических расчетов пространственных механизмов можно отметить работы Федергофера и работу Бруевича, доложенную им в Военно-воздушной академии им. Жуковского, в которой автор применяет векторный метод к решению этой задачи.

ГЛАВА I

СТРУКТУРА И КЛАССИФИКАЦИЯ ПЛОСКИХ МЕХАНИЗМОВ

§ 1. Плоская кинематическая цепь и ее подвижность

Как известно из общей теории механизмов, кинематической цепью называется система тел, соединенных в кинематические пары. Плоской кинематической цепью называется такая кинематическая цепь, отдельные звенья которой двигаются параллельно одной общей плоскости.

Если на звено, имеющее движение в плоскости, не наложено никаких условий связи, то это звено будет обладать

тремя степенями свободы. Таким образом, если плоская кинематическая цепь обладает k звеньями, то число степеней свободы этой цепи будет равно $3k$.

Соединение звеньев цепи в кинематические пары будет накладывать на эту цепь определенные условия связи. Плоские кинематические цепи могут состоять из пар, накладывающих или два или одно условие связи, так как при наложении трех связей исчезает взаимная подвижность элементов кинематической пары. Пары, накладывающие два условия связи, носят название плоских пар II класса. Пары, накладывающие одно условие связи, носят название плоских пар I класса. Если обозначим число пар первого класса через p_1 , а число пар второго класса через p_2 , то общее число H степеней свободы кинематической цепи будет равно:

$$H = 3k - 2p_2 - p_1. \quad (1)$$

Число степеней свободы кинематической цепи относительно одного из звеньев, принятого за неподвижное, носит название степени подвижности. Если сделать одно из звеньев цепи неподвижным, то очевидно, что степень подвижности W этой цепи будет равна:

$$W = H - 3, \quad (2)$$

так как в этом случае общее число степеней свободы кинематической цепи уменьшится на три.

Подставляя величину H из уравнения (1) в уравнение (2), получаем:

$$W = 3(k - 1) - 2p_2 - p_1. \quad (3)$$

Формула (3) дает связь между числом звеньев, числом пар и числом степеней подвижности кинематической цепи.

В практическом машиностроении мы рассматриваем, преимущественно, кинематические цепи, у которых одно из звеньев будет неподвижным. Для таких цепей, очевидно, можно применить уравнение (3), где через k обозначено число всех звеньев цепи, считая и неподвижное.

Так как $k - 1$ в уравнении (3) представляет собой число подвижных звеньев кинематической цепи, то удобно это число подвижных звеньев обозначить буквой n ; тогда уравнение (3) переписется так:

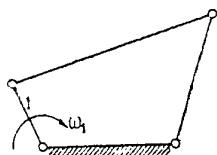
$$W = 3n - 2p_2 - p_1. \quad (4)$$

В зависимости от числа W , стоящего в левой части уравнения (4), мы можем получить кинематические цепи однократной, двукратной, трехкратной и т. д. подвижности. Так, например, на фиг. 1 дана кинематическая цепь однократной

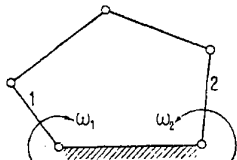
изменяемости, на фиг. 2—цепь двукратной изменяемости и, наконец, на фиг. 3—цепь трехкратной степени изменяемости.

При нулевой степени изменяемости кинематической цепи ни одно из звеньев не имеет никакой подвижности относительно неподвижного звена, т. е. кинематическая цепь превращается в ферму. Нашему дальнейшему рассмотрению будут подлежать только те кинематические цепи, которые имеют степень изменяемости или равную, или большую единицы. При этом из этих цепей мы будем рассматривать только те цепи, которые образуют механизмы.

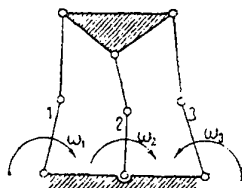
Как известно, механизмом называется такая кинематическая цепь, в которой при заданном движении одного или не-



Фиг. 1.



Фиг. 2.



Фиг. 3.

скольких звеньев все остальные имеют вполне определенное движение.

Нетрудно видеть, что для определенности движения всех звеньев однократно изменяемой кинематической цепи относительно одного из звеньев необходимо иметь заданным закон движения одного из звеньев. Для определенности движения всех звеньев двукратно изменяемой цепи достаточно задаться законами движения двух каких-либо звеньев, для трехкратно изменяемой цепи—законом трех звеньев и т. д. Таким образом число степеней подвижности кинематической цепи одновременно является и числом независимых параметров, которым мы должны задаться для того, чтобы данная кинематическая цепь была механизмом. Так, например, для того чтобы кинематическая цепь, данная на фиг. 2, была механизмом, достаточно иметь заданными угловые скорости звеньев 1 и 2, для кинематической цепи, данной на фиг. 3, достаточно задаться угловыми скоростями звеньев 1, 2 и 3 и т. д.

Условимся называть уравнения в форме, (3) или (4), структурной формулой механизма. Пользуясь данной формулой, легко всегда проанализировать структуру данной кинематической цепи и ее степень подвижности.

При структурном анализе сложных цепей надо обратить внимание на некоторые особые случаи их структуры. Так, например, в механизме кулачковой передачи фиг. 4 число звеньев равно трем; число вращательных пар II класса равно

двум (в точках A и B); число поступательных пар II класса равно единице (в точке D); число пар I класса также равно единице (в точке C). Таким образом, составив формулу механизма, мы будем иметь:

$$3 \cdot 3 - 2 \cdot 3 - 1 = 2,$$

т. е. данная кинематическая цепь является двукратно изменяемой. Таким образом для того чтобы данная цепь была механизмом, необходимо задать движение двух каких-либо ее звеньев. Фактически эта цепь будет однократно подвижной, так как полученная лишняя степень свободы заключается в возможности свободного проворачивания ролика около своей оси. Очевидно, что это проворачивание ролика не изменяет кинематики всего механизма, так как ролик имеет постоянный радиус. Схема механизма, указанная на фиг. 4, должна быть изменена так, чтобы при подстановке в формулу механизма всех условий связи схема удовлетворяла уравнению (4). Для этого увеличим профиль кулачка на величину радиуса ролика, т. е. выкинем из схемы ролик. Нетрудно видеть, что полученный увеличенный профиль будет воздействовать на звено 3 так же, как профиль, данный на фиг. 4. Число звеньев теперь равно двум; число пар II класса равно двум и число пар I класса равно единице, т. е. мы имеем следующее уравнение:

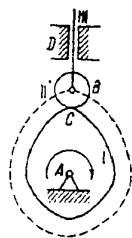
$$3 \cdot 2 - 2 \cdot 2 - 1 = 1.$$

Таким образом данный механизм должен иметь только одно ведущее звено.

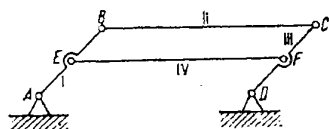
В качестве второго примера возьмем механизм четырехшарнирника с равными и параллельными противоположными сторонами (фиг. 5) и с промежуточным звеном EF , параллельным и равным звену BC . Имеем четыре звена и шесть вращательных пар II класса. Формула (4) для этого механизма примет следующий вид:

$$3 \cdot 4 - 2 \cdot 6 = 0,$$

т. е. можно считать, что данная кинематическая цепь обладает нулевой степенью изменяемости, если бы не условие, что звено EF параллельно и равно звену BC . При этом условии вся система обладает одной степенью свободы и может свободно вращаться. Таким образом введение в механизм $ABCD$ (фиг. 5) любого количества звеньев, равных и параллельных звену BC , не окажет никакого влияния на число степеней изменяемости этого механизма, т. к. звено EF с па-



Фиг. 4.



Фиг. 5.

рами в точках E и F не накладывает никаких дополнительных связей на нашу систему. Подобные связи носят название пассивных связей.

При составлении схемы механизма необходимо это обстоятельство учитывать и такие звенья и пары не вводить в кинематическую схему механизма. На практике, в большинстве случаев, введение пассивных связей имеет своей целью увеличение жесткости конструкции, вывод механизма из мертвых положений и т. п., т. е. преследует решение не кинематической задачи.

§ 2. Классификация плоских механизмов с парами III класса

В предыдущем параграфе мы установили, что в каждом механизме мы имеем одно неподвижное звено, которое в дальнейшем будем называть стойкой. Далее, в состав механизма входят звенья, законы движения которых заданы; эти звенья в дальнейшем будем называть ведущими. Наконец, в состав механизма входят звенья, законы движения которых зависят от законов движения ведущих звеньев; эти звенья в дальнейшем будем называть ведомыми. Если ведущими являются звенья или звено, соединенное в кинематическую пару со стойкой, то такое звено будем называть кривошипом. В подавляющем большинстве существующих механизмов ведущими являются звенья, соединенные в кинематические пары со стойкой. В тех же редких случаях, когда ведущими являются звенья, не соединенные в кинематические пары со стойкой, всегда можно, пользуясь методом обращения движения, перейти к общему случаю задания в качестве ведущих звеньев только кривошипов.

Классификация, предложенная Ассуром, основана на предположении, что ведущими звеньями являются кривошипы, т. е. звенья, соединенные в кинематические пары со стойкой. В этом случае образование новых механизмов может быть представлено как последовательное присоединение друг к другу ряда кинематических цепей, обладающих определенной степенью подвижности. Первая присоединенная цепь присоединяется к кривошипам и стойке или к одним кривошипам. Последующие цепи могут быть присоединены или к звеньям уже присоединенной цепи, или же к звеньям присоединенной цепи и к стойке, или, наконец, к кривошипам и стойке и т. д. Как это будет показано далее, при этом присоединении необходимо соблюдение определенных правил.

Перейдем теперь к рассмотрению вопроса о том, какие же кинематические цепи могут путем присоединения образовывать сложные механизмы.

Назовем группой всякую кинематическую цепь, которая после присоединения ее крайними парами к стойке будет обладать нулевой степенью подвижности. Очевидно, что вся-