

**Г.К. Брун**

# **Руководство к политической арифметике**

**Москва  
«Книга по Требованию»**

УДК 51  
ББК 22.1  
Г11

Г11 **Г.К. Брун**  
Руководство к политической арифметике / Г.К. Брун – М.: Книга по Требова-  
нию, 2023. – 168 с.

**ISBN 978-5-458-07434-6**

Допущено к печати цензором Ф. Кнорре.

**ISBN 978-5-458-07434-6**

© Издание на русском языке, оформление  
«YOYO Media», 2023

© Издание на русском языке, оцифровка,  
«Книга по Требованию», 2023

Эта книга является репринтом оригинала, который мы создали специально для Вас, используя запатентованные технологии производства репринтных книг и печати по требованию.

Сначала мы отсканировали каждую страницу оригинала этой редкой книги на профессиональном оборудовании. Затем с помощью специально разработанных программ мы произвели очистку изображения от пятен, клякс, перегибов и попытались отбелить и выровнять каждую страницу книги. К сожалению, некоторые страницы нельзя вернуть в изначальное состояние, и если их было трудно читать в оригинале, то даже при цифровой реставрации их невозможно улучшить.

Разумеется, автоматизированная программная обработка репринтных книг – не самое лучшее решение для восстановления текста в его первозданном виде, однако, наша цель – вернуть читателю точную копию книги, которой может быть несколько веков.

Поэтому мы предупреждаем о возможных погрешностях восстановленного репринтного издания. В издании могут отсутствовать одна или несколько страниц текста, могут встретиться невыводимые пятна и кляксы, надписи на полях или подчеркивания в тексте, нечитаемые фрагменты текста или загибы страниц. Покупать или не покупать подобные издания – решать Вам, мы же делаем все возможное, чтобы редкие и ценные книги, еще недавно утраченные и несправедливо забытые, вновь стали доступными для всех читателей.



Серия Книжный Ренессанс

[www.samizday.ru/reprint](http://www.samizday.ru/reprint)



# ОГЛАВЛЕНІЕ.

---

| ГЛАВА I.                                                    |      | <i>Стр.</i> |
|-------------------------------------------------------------|------|-------------|
| Правило сложных процентов . . . . .                         | 1.   |             |
| ГЛАВА II.                                                   |      |             |
| Правило учета . . . . .                                     | 18.  |             |
| ГЛАВА III.                                                  |      |             |
| О доходах вообще и о временных доходах въ особенности       | 25.  |             |
| ГЛАВА IV.                                                   |      |             |
| О смертности и продолжительности жизни . . . . .            | 45.  |             |
| ГЛАВА V.                                                    |      |             |
| О народонаселеніи . . . . .                                 | 61.  |             |
| ГЛАВА VI.                                                   |      |             |
| Пожизненные доходы . . . . .                                | 75.  |             |
| ГЛАВА VII.                                                  |      |             |
| Страхованіе жизни . . . . .                                 | 86.  |             |
| ГЛАВА VIII.                                                 |      |             |
| О погашеніи долговъ . . . . .                               | 102. |             |
| ГЛАВА IX.                                                   |      |             |
| О лоттерейхъ . . . . .                                      | 116. |             |
| ГЛАВА X.                                                    |      |             |
| О выборахъ и рѣшеніи дѣлъ по большинству голосовъ . . . . . | 128. |             |

---

## П Р И Б А В Л Е Н І Е .

Стр.

Рѣшеніе нѣкоторыхъ задачъ, относящихся къ лѣтосчисленію, помощью первыхъ четырехъ дѣйствій Ариметики . . . . 134.

### Т А Б Л И Ц Ы :

- Таблица I. Будущая цѣна капит. 1<sup>руб</sup>, по истеч. 1, 2, 3... 50 лѣтъ при нормѣ процентовъ 1,04, 1,05, 1,06 . . . . . 147.
- Таблица II. Настоящая цѣна капитала 1<sup>руб</sup>, который слѣдовало-бы получать по простствіи 1, 2, 3... 50 лѣтъ при нормѣ процентовъ 1,04, 1,05, 1,06 . . . . . 149.
- Таблица III. Настоящая цѣна годовичнаго дохода 1<sup>руб</sup> первого рода, простирающагося на 1, 2, 3... 50 лѣтъ, полагая норму процентовъ = 1,04, 1,05, 1,06. . . . . 151.
- Таблица IV. Будущая цѣна годовичнаго дохода 1<sup>руб</sup> первого рода, простирающагося на 1, 2, 3... 50 лѣтъ, полагая норму процентовъ = 1,04, 1,05, 1,06. . . . . 153.
- Таблица V. Таблица смертности Зюсмильха, исправленная Бауманомъ. . . . . 155.
- Таблица VI. Обзорѣніе главнѣйшихъ таблицъ. . . . . 159.
- Таблица VII. Таблица смертности мужескаго пола въ Россіи. 162.

## О П Е Ч А Т К И .

| Стран. | Строк.      | напечатано:  | должно читать. |
|--------|-------------|--------------|----------------|
| 19     | 8           | (+ q)        | (1 + q)        |
| 83     | 4 (съ низу) | W            | w              |
| 112    | 9           | капитала его | капитала       |
| 120    | 16          | до s         | до r           |
| 120    | 17          | до r         | до s           |

# ГЛАВА I.

## *Правило сложных процентов.*

---

### § 1.

Всякій, отдавая свой капиталъ (извѣстную сумму денегъ) другому въ займы на определенное время, имѣетъ право требовать за это вознагражденія.

Мѣрою такого вознагражденія обыкновенно принимаютъ определенное количество денегъ, уплачиваемое въ единицу времени на 100 рублей, и называемое процентомъ. Для изображенія процентовъ употребляютъ знакъ,  $\%$ .

Проценты могутъ быть двухъ родовъ: а) *неизмѣняемые*, если капиталъ отданъ въ займы съ условіемъ, чтобы по прошествіи каждой единицы времени были уплачиваемы одни только условленные проценты и б) *возрастающіе*, если капиталъ отдается съ условіемъ, чтобы по прошествіи каждой единицы времени, причитающіеся проценты были присоединяемы къ капиталу, и въ-слѣдствіе того проценты получались не только съ отданнаго капитала, но и съ присоединяемыхъ процентовъ. — Отдачу капитала въ займы на такомъ условіи, можно называть отдачею *въ ростъ* въ собственномъ смыслѣ.

Проценты первого рода называются *простыми*, и вычисляются посредствомъ тройнаго правила, а потому не подлежатъ нашему разсмотрѣнію.

Проценты второго рода именуются *сложными*, и ихъ-то изслѣдованіемъ мы намѣрены заняться въ настоящей главѣ.

Уже сказано было выше, что обыкновенно разумѣютъ подѣ словомъ процентъ, но чтобы сколько возможно упростить математическія изслѣдованія, мы будемъ употреблять въ нашихъ вычисленіяхъ, вмѣсто обыкновеннаго процента, — приращеніе получаемое на единицу капитала въ единицу времени. Это приращеніе изобразимъ чрезъ  $q$ , а сумму  $1 + q$  назовемъ *нормою* процентовъ (*Zinßfuß*).

Такъ напр для 3% (проц.)  $q = 0,03$ , а норма проц. = 1,03.  
 для 4%   »     $q = 0,04$        »       »   = 1,04.

## § 2.

1. Если капиталъ  $K$  отданъ въ ростъ по нормѣ процентовъ  $1 + q$  въ годъ, и по истеченіи  $n$  лѣтъ, считая проценты на проценты, возрастетъ до капитала  $K_n$ , то

$$K_n = K (1 + q)^n \dots \dots \dots (1).$$

2. Если капиталъ  $K$ , отданный въ ростъ по нормѣ процентовъ  $1 + q$  въ годъ, по прошествіи  $n + \mu$  лѣтъ, гдѣ  $n$  есть число цѣлое, а  $\mu$  есть правильная дробь, — возрастетъ до капитала  $K_{n+\mu}$ , то

$$K_{n+\mu} = K (1 + q)^n (1 + \mu q) \dots \dots \dots (2).$$

### Доказательства:

1. Означивъ величину капитала  $K$  по истеченіи перваго года чрезъ  $K_1$ , по истеченіи 2-хъ лѣтъ чрезъ  $K_2$ , по истеченіи 3-хъ лѣтъ чрезъ  $K_3$  и т. д., получимъ:

$$1 : 1 + q = K : K_1$$

$$1 : 1 + q = K_1 : K_2$$

$$1 : 1 + q = K_2 : K_3$$

$$\vdots$$

$$1 : 1 + q = K_{n-1} : K_n$$



Перемноживъ почленно эти пропорціи между собою, получимъ :

$$1 : (1 + q)^n = K : K_n \quad \text{откуда}$$

$$K_n = K (1 + q)^n$$

2. Вычисленіе процентовъ за  $\mu$ -ю часть года совершается слѣдующимъ образомъ: ростъ капитала единицы въ одинъ годъ есть  $q$ , въ  $\mu$ -ю часть года будетъ  $\mu q$ . — И такъ капиталъ 1 превращается въ  $1 + \mu q$ , капиталъ  $K_n$  въ  $K_n (1 + \mu q)$  откуда

$$K_{n+\mu} = K (1 + q)^n (1 + \mu q)$$

*Примѣчаніе.* Точнѣе было-бы, какъ увидимъ ниже, положить  $K_{n+\mu} = K (1 + q)^{n+\mu}$ , но мы будемъ придерживаться выведенной вами формулы, потому что она болѣе употребительна.

### § 3.

Количества  $K_n$  и  $K_{n+\mu}$  вычисляются тройкимъ образомъ :

- А) Помощію Логарифмовъ,
- В) помощію Ньютонова бинома, и
- С) помощію особенныхъ таблицъ.

#### А. Исчисленіе помощію Логарифмовъ.

- а)  $K_n = K (1 + q)^n$   
 $\log K_n = \log K + n \log (1 + q)$
- б)  $K_{n+\mu} = K (1 + q)^n (1 + \mu q)$   
 $\log K_{n+\mu} = \log K + n \log (1 + q) + \log (1 + \mu q)$

*Примѣры:*

а) Требуется узнать, во что обратится капиталъ 20000 рублей, по нормѣ процентовъ 1,05, въ 10 лѣтъ, считая проценты на проценты?

Здѣсь  $K = 20000$  р.;  $1 + q = 1,05$ ;  $n = 10$ ; и такъ

$$\begin{array}{r} \log K = 4,3010300 \\ n \log (1 + q) = 0,2118930 \\ \hline \log K_n = 4,5129230 \end{array}$$

$K_n = 32577$  рублей 89 коп.

б) Требуется узнать, во что обратится капиталъ 40000 рублей, по нормѣ процентовъ 1,05, въ  $4\frac{1}{2}$  года, считая проценты на проценты?

Здѣсь  $K = 40000$  р.;  $1 + q = 1,05$ ;  $1 + \mu q = 1,025$ ;  $n = 4$ ; и такъ

$$\begin{array}{r} \log K = 4,6020600 \\ n \log (1 + q) = 0,0847572 \\ \lg (1 + \mu q) = 0,0107239 \\ \hline \log K_{n+\mu} = 4,6975411 \end{array}$$

$K_{n+\mu} = 49835$  руб. 76 коп.

#### § 4.

*В. Исчисленіе посредствомъ Ньютонова Бинома.*

$$K_n = K(1+q)^n = K + nqK + \frac{n(n-1)}{1 \cdot 2} q^2 K + \frac{n(n-1)(n-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3} q^3 K + \dots + q^n K.$$

Означивъ члены нашего многочлена: 1-й — чрезъ  $A$ , 2-й — чрезъ  $B$ , 3-й — чрезъ  $C$  и т. д. чрезъ  $D$ ,  $E$  . . . . , легко усмотрѣть законъ, по коему они послѣдовательно составляются одинъ изъ другаго; а именно:

$$A = K, \quad B = nqA, \quad C = \frac{n-1}{2} \cdot q B, \quad D = \frac{n-2}{3} q C$$

$$E = \frac{n-3}{4} q D \text{ и т. д.}$$

Сложивъ такимъ образомъ найденныя величины  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  . . . . . между собою получимъ  $K_n$ . Слѣдующіе примѣры покажутъ яснѣе способъ этого исчисленія.

*Примѣры :*

а) Пусть  $K = 20000$ ;  $1 + q = 1,05$ ,  $n = 10$   
(§ 3, примѣръ а) получимъ:

|                    |              |              |         |        |
|--------------------|--------------|--------------|---------|--------|
| 20000 . . . . : A  |              |              |         |        |
| $10/1 \cdot 5/100$ | $A = 1/2$    | $A = 10000$  | . . . . | B      |
| $9/2 \cdot 5/100$  | $B = 45/200$ | $B = 2250$   | . . . . | C      |
| $8/3 \cdot 5/100$  | $C = 4/30$   | $C = 300$    | . . . . | D      |
| $7/4 \cdot 5/100$  | $D = 7/80$   | $D = 26.25$  | . . . . | E      |
| $6/5 \cdot 5/100$  | $E = 6/100$  | $E = 1.57,5$ | . . . . | F      |
| $5/6 \cdot 5/100$  | $F = 1/24$   | $F =$        | »       | 6,55 G |
| $4/7 \cdot 5/100$  | »            | »            | »       | »      |
| $3/8 \cdot 5/100$  | »            | »            | »       | »      |
| $2/9 \cdot 5/100$  | »            | »            | »       | »      |
| $1/10 \cdot 5/100$ | »            | »            | »       | »      |

Члены слѣдующіе за  
G такъ малы, что ими  
можно пренебречь.

---


$$K_n = 32577 \text{ руб. } 89 \text{ коп.}$$

б) Пусть  $K = 40000$ ;  $1 + q = 1,05$ ;  $n = 4$ ;  $\mu = 1/2$  (Примѣръ б § 3)

|                   |          |           |      |         |
|-------------------|----------|-----------|------|---------|
| 40000             |          |           |      |         |
| $4/1 \cdot 5/100$ | $= 1/5$  | . . . . . | 8000 |         |
| $3/2 \cdot 5/100$ | $= 3/40$ | . . . . . | 600  |         |
| $2/3 \cdot 5/100$ | $= 1/30$ | . . . . . | 20   |         |
| $1/4 \cdot 5/100$ | $= 1/80$ | . . . . . | —    | 25 коп. |

---


$$K_n = 48620 \text{ р. } 25 \text{ коп.}$$

$$K_{n+\mu} = K_n(1 + \mu q) = 48620 \text{ р. } 25 \text{ к.} \times 1,025 = 49835 \text{ р. } 76 \text{ к.}$$

## § 5.

*С. Исчисленіе посредствомъ особенныхъ таблицъ.*

1) Составленіе таблицъ для величинъ  $K_n = K(1 + q)^n$  не представляетъ никакихъ затрудненій, если  $K$  и  $q$  принимаютъ определенное значеніе. Такъ какъ

$$K_n = K(1 + q)^n \text{ и } K_{n+1} = K(1 + q)^{n+1}, \text{ то очевидно}$$

$$K_{n+1} = K_n(1 + q) = K_n + K_n q, \text{ слѣдовательно}$$

$$\begin{aligned} K_1 &= K + Kq \\ K_2 &= K_1 + K_1q \\ K_3 &= K_2 + K_2q. \end{aligned}$$

Итакъ величины  $K_1, K_2, K_3, \dots$  легко опредѣляются послѣдовательно одна посредствомъ другой, и такимъ образомъ составляется таблица.

Въ приложенной здѣсь таблицѣ (Табл. I), заключающей въ себѣ число лѣтъ отъ  $n=1$  до  $n=50$ , величина  $K=1$ , а  $q$  по очереди  $= 0,03; 0,04; 0,05$ ; и т. д.

Для другаго капитала  $K'$ , если  $n$  и  $q$  остаются безъ перемѣны получимъ:

$$\begin{aligned} K'_n &= K' (1 + q)^n, \text{ откуда} \\ \frac{K'_n}{K_n} &= \frac{K'}{K}, \text{ или} \\ K'_n &= \frac{K'}{K} K_n. \end{aligned}$$

Изъ этого видно, какимъ образомъ таблица, вычисленная для опредѣленнаго капитала  $K$ , съ большою удобностью можетъ быть употреблена и для другаго капитала  $K'$ ; а именно, чтобы получить  $K'_n$ , нужно только найденную въ таблицѣ величину для  $K_n$  умножить на дробь  $\frac{K'}{K}$ .

2) Теперь покажемъ, какимъ образомъ вычисляется  $K_{n+\mu}$ . Для этого есть два способа:

1-й. Онъ совершается по формулѣ

$$K_{n+\mu} = K_n (1 + \mu q) = K_n + K_n \cdot \mu q,$$

изъ которой видно, что для опредѣленія величины  $K_{n+\mu}$ , надлежитъ найденную въ таблицѣ величину для  $K_n$  умножить на  $\mu q$ , и къ полученному такимъ образомъ произведенію прибавить  $K_n$ .

2-й. Такъ какъ  $K_{n+1} = K_n (1 + q)$ , то отсюда  $q = \frac{K_{n+1} - K_n}{K_n}$ , следовательно

$$K_{n+\mu} = K_n + K_n \cdot \mu q = K_n + \mu (K_{n+1} - K_n)$$

Итакъ, дабы по второму способу получить  $K_{n+\mu}$ ,

надобно вычесть  $K_n$  изъ  $K_{n+1}$ , потомъ разность эту помножить на  $\mu$ , и къ произведенію прибавить  $K_n$ .

Для другаго какого либо капитала  $K'$ , если  $n$  и  $q\mu$  опять остаются безъ переменны, находимъ:

$$K'_{n+\mu} = K' (1+q)^n (1+\mu q) \quad \text{в такъ}$$

$$K'_{n+\mu} : K_{n+\mu} = K' : K \quad \text{или}$$

$$K'_{n+\mu} = \frac{K'}{K} K_{n+\mu}.$$

Изъ этого видно, какимъ образомъ одна и та-же таблица можетъ быть употребляема для всякаго произвольнаго капитала.

*Примѣры:* а) Если  $K = 20000$ ,  $1+q = 1,05$ ,  $n = 10$  (§ 3 примѣръ а)

Таблица показываетъ, что капиталъ 1ца, при нормѣ процентовъ 1,05, въ 10 лѣтъ превращается въ 1,628895; слѣдовательно капиталъ 20000 во столько-же лѣтъ обратится въ  $1,628895 \times 20000 = 32577$  р. 90 к.

б) Если  $K = 40000$ ;  $1+q = 1,05$ ;  $n = 4$ ;  $\mu = \frac{1}{2}$  (§ 3 примѣръ б).

1 рубль въ 4 г. превращается въ 1,215506

1,215506 .  $\mu q$  = 0,030388

---

1 р. въ 4  $\frac{1}{2}$  года превращается въ 1,245894

40000 р. » » » 49835 р. 76 коп.

или по второму способу, гдѣ  $K_{n+\mu} = K_n + \mu (K_{n+1} - K_n)$

1 руб. въ 5 лѣтъ превращается въ 1,276282

1 » » 4 года превращается въ 1,215506

---

разность 0,060776

разность умноженная на  $\mu = 0,030388$

сложенная съ 1,215506 показываетъ

что капиталъ 1 р. въ 4  $\frac{1}{2}$  г. превращается въ 1,245894

40000 руб. въ 4  $\frac{1}{2}$  г. превращаются въ 49835 руб. 76 коп.

§ 6.

Хотя таблица I-я показываетъ возрастаніе капитала только на 50 лѣтъ, однакожъ она можетъ быть употреблена и для большаго числа лѣтъ, что легко усмотрѣть изъ слѣдующей формулы:

$$K_{n+\mu} = K(1+q)^{n+m} = K_n(1+q)^m,$$

гдѣ  $n$  и  $m$  числа цѣлыя.

*Примѣръ:*

Требуется узнать, во что обратится капиталъ 30000 р. по нормѣ процентовъ 1,05 въ 75 лѣтъ, считая проценты на проценты?

$$K = 30000; q = 0,05; n = 50; m = 25$$

1 рубль въ 50 лѣтъ превращается въ 11,4674

1 рубль въ 25 лѣтъ » 3,386355

---


$$1 \text{ руб. въ 75 лѣтъ превращается въ } 11,4674 \times 3,386355 \\ = 38,83268734$$

$$30000 \text{ руб. въ 75 лѣтъ} = 1164980 \text{ руб. 62 коп.}$$

§ 7.

Если ростъ, получаемый съ капитала  $K$ , прибавляется къ нему не по истеченіи года, но по прошествіи каждой  $m$ -ой части года къ капиталу присоединяется  $m$ -ая часть годоваго роста  $q$ , тогда:

1) Капиталъ  $K$  превращается въ  $n$  лѣтъ въ  $K_n = K(1 + \frac{q}{m})^{mn}$

2) Капиталъ  $K$  превращается въ  $m + \mu$  лѣтъ:

а) Если  $\mu < \frac{1}{m}$  въ  $K_{n+\mu} = K(1 + \frac{q}{m})^{mn}(1 + \frac{\mu q}{m})$

б) Если  $\mu > \frac{1}{m}$ , такъ что  $\mu = \frac{i}{m} + x$ , гдѣ  $i$  цѣлое число,

а  $x < \frac{1}{m}$ , тогда капиталъ  $K$  превращается въ

$$K_{n+\mu} = K(1 + \frac{q}{m})^{mn+i}(1 + \frac{xq}{m}).$$