

Д.В. Бычков, Клейн Г.К., Л.П. Портаев

**Руководство к практическим
занятиям по строительной
механике**

**Москва
«Книга по Требованию»**

УДК 528
ББК 38.2
Б95

Б95 **Бычков Д.В.**
Руководство к практическим занятиям по строительной механике / Д.В. Бычков, Клейн Г.К., Л.П. Портаев – М.: Книга по Требованию, 2012. – 328 с.

ISBN 978-5-458-32264-5

В руководстве приведены решения задач по всему курсу строительной механики. Книга может быть использована заочниками учебных заведений, а также преподавателями по курсу строительной механики.

ISBN 978-5-458-32264-5

© Издание на русском языке, оформление
«YOYO Media», 2012

© Издание на русском языке, оцифровка,
«Книга по Требованию», 2012

Эта книга является репринтом оригинала, который мы создали специально для Вас, используя запатентованные технологии производства репринтных книг и печати по требованию.

Сначала мы отсканировали каждую страницу оригинала этой редкой книги на профессиональном оборудовании. Затем с помощью специально разработанных программ мы произвели очистку изображения от пятен, клякс, перегибов и попытались отбелить и выровнять каждую страницу книги. К сожалению, некоторые страницы нельзя вернуть в изначальное состояние, и если их было трудно читать в оригинале, то даже при цифровой реставрации их невозможно улучшить.

Разумеется, автоматизированная программная обработка репринтных книг – не самое лучшее решение для восстановления текста в его первозданном виде, однако, наша цель – вернуть читателю точную копию книги, которой может быть несколько веков.

Поэтому мы предупреждаем о возможных погрешностях восстановленного репринтного издания. В издании могут отсутствовать одна или несколько страниц текста, могут встретиться невыводимые пятна и кляксы, надписи на полях или подчеркивания в тексте, нечитаемые фрагменты текста или загибы страниц. Покупать или не покупать подобные издания – решать Вам, мы же делаем все возможное, чтобы редкие и ценные книги, еще недавно утраченные и несправедливо забытые, вновь стали доступными для всех читателей.

1. КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ СООРУЖЕНИЙ

А. ОПРЕДЕЛЕНИЕ СТЕПЕНИ СВОБОДЫ И ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ НЕИЗМЕНЯЕМОСТИ ПЛОСКИХ СИСТЕМ

Сооружение, выполненное из отдельных элементов, может воспринимать любую нагрузку только в том случае, если оно сохраняет свою форму и положение. Другими словами, сооружение должно быть неподвижным и геометрически неизменяемым. Подвижность сооружения характеризуется его степенью свободы, т. е. числом геометрических параметров, которые могут (независимо друг от друга) изменяться во время движения. Геометрически неизменяемыми называются такие сооружения, форма которых не изменяется без деформации их отдельных элементов.

Отдельные геометрически неизменяемые плоские элементы сооружения называются дисками. Каждый брус или стержень можно рассматривать как диск.

Степень свободы диска равна числу 3, т. е. диск имеет на плоскости три степени свободы: он может перемещаться в двух независимых направлениях и поворачиваться вокруг любой точки. Для обеспечения неподвижности диска на него нужно наложить связи. Связи накладываются в виде опорных стержней и шарниров. Стержень лишает диск одной степени свободы, накладывает одну связь и препятствует перемещению диска в направлении стержня. Шарнир лишает диск двух степеней свободы, накладывает две связи, лишает диск возможности перемещаться в двух направлениях и оставляет ему возможность поворачиваться. Шарнир может быть простой и кратный. Простой шарнир соединяет два стержня или диска, кратный шарнир эквивалентен $n-1$ простым шарнирам, где n — число соединяемых дисков.

Обозначим степень свободы системы (степень подвижности) W , число дисков — D , число простых шарниров — Π , число опорных стержней — C_0 . Тогда степень свободы всей системы выразится

$$W = 3D - 2\Pi - C_0.$$

Исследование этой формулы дает следующее:

1) При $W > 0$ система подвижна, не имеет достаточного количества связей и поэтому явно геометрически изменяема.

2) При $W = 0$ система неподвижна, обладает достаточным количеством связей, чтобы быть геометрически неизменяемой.

3) При $W < 0$ система также неподвижна, но обладает лишними связями.

Во втором и третьем случаях систему можно считать пригодной для сооружения, если проверена ее геометрическая неизменяемость, т. е. произведен анализ геометрической структуры.

Если система не имеет ни одного опорного стержня, то ее степень свободы складывается из двух частей: из взаимной подвижности отдельных элементов и из степени свободы всей системы как

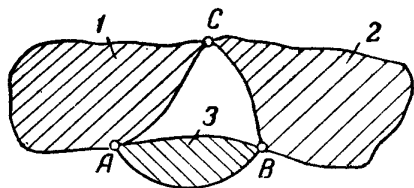


Рис. 1

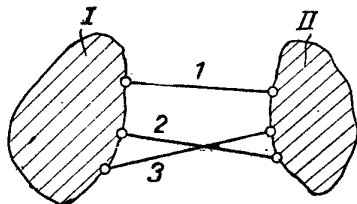


Рис. 2

одного целого. Первая часть называется степенью изменяемости; вторая часть — степень свободы — как известно, равна числу три. Следовательно

$$V = 3D - 2Ш - 3.$$

Для системы, имеющей опорные стержни, не делается различия между степенью свободы и степенью изменяемости.

Если рассматривается ферма, т. е. сооружение, состоящее из стержней, соединенных между собой шарнирами, то удобнее пользоваться другой формулой для определения ее степени свободы или степени подвижности.

Обозначим количество узлов в ферме — $У$, количество стержней — $С$, тогда степень свободы выразится:

$$W = 2У - С,$$

так как каждый узел или точка имеет на плоскости две степени свободы, а узлы соединены между собой стержнями, каждый из которых налагает одну связь.

Вычисление степени свободы сооружения совершенно необходимо, но недостаточно. Необходимо еще убедиться в том, что сооружение геометрически неизменяемо, т. е. что связи расставлены верно и что отдельные диски правильно соединены между собой. Для этого рассмотрим три случая образования простейших геометрически неизменяемых систем.

1) Два диска 1 и 2 соединены между собой шарниром $С$ и стержнем (диском) $АВ$, не проходящим через шарнир $С$ (рис. 1).

2) Два диска соединены между собой тремя стержнями, не пересекающимися в одной точке (рис. 2).

3) К диску при помощи двух стержней присоединен новый узел; шарниры A , B и C не должны лежать на одной прямой (рис. 3).

Основным видом неизменяемой системы является треугольник и почти все способы соединения сводятся к образованию жестких треугольников.

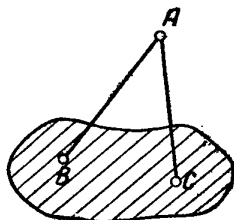


Рис. 3

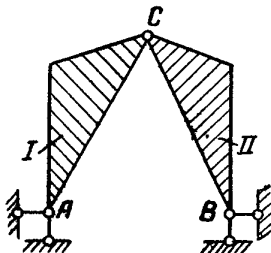


Рис. 4

Пример 1. Требуется произвести кинематический анализ системы, показанной на рис. 4. Для этого прежде всего определяем степень свободы системы. Количество дисков $D=2$, шарниров $III=1$, опорных стержней $C_0=4$; $W=3 \cdot 2 - 2 \cdot 1 - 4 = 0$.

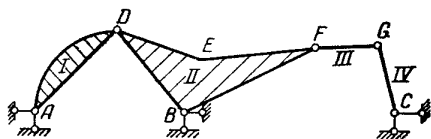


Рис. 5

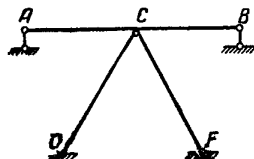


Рис. 6

Система имеет необходимое количество связей. Для анализа структуры системы можно применить первый способ образования геометрически неизменяемой системы: два диска I и II соединены между собой шарниром C и присоединены к третьему диску (к земле) при помощи двух шарниров A и B . Все три шарнира A , B и C не лежат на одной прямой.

Вывод: система неподвижна, геометрически неизменяема и статически определима, так как не имеет лишних связей.

Пример 2. Требуется исследовать систему, показанную на рис. 5. Число дисков $D=4$, число шарниров $III=3$, число опорных стержней $C_0=6$; $W=3 \cdot 4 - 2 \cdot 3 - 6 = 0$.

Рассмотрим геометрическую структуру системы. Диски I и II , соединенные между собой шарниром D и присоединенные к земле шарнирами A и B , образуют геометрически неизменяемую систему. Диски III и IV соединены между собой шарниром G и присоединены шарнирами F и C к неподвижной системе $ADEB$ и к земле.

Вывод: вся система неподвижна, геометрически неизменяема и статически определима, так как лишних связей нет ($W = 0$).

Пример 3. Требуется исследовать систему, показанную на рис. 6. Проще всего считать, что $D = 1$ (стержень ACB), $III = 0$ и $C_0 = 4$. Тогда $W = 3 \cdot 1 - 4 = -1$.

Система имеет одну лишнюю связь. Система представляет собой двухпролетную балку (стержень); следовательно, она несомненно геометрически неизменяема, неподвижна и однажды статически неопределима.

Пример 4. Требуется исследовать систему, показанную на рис. 7, а.

$$D = 2, III = 1, C_0 = 4; \\ W = 3 \cdot 2 - 2 \cdot 1 - 4 = 0.$$

Геометрическая структура исследуется следующим образом. Диск AB

присоединен тремя стержнями к неподвижному диску — земле, стержни эти не пересекаются в одной точке. Диск DC присоединен к неподвижному диску AB и к земле тремя связями: стержнем в точке C и шарниром в точке D .

Вывод: вся система неподвижна, геометрически неизменяема и статически определима.

Рассмотрим систему на рис. 7, б. Эта система отличается от

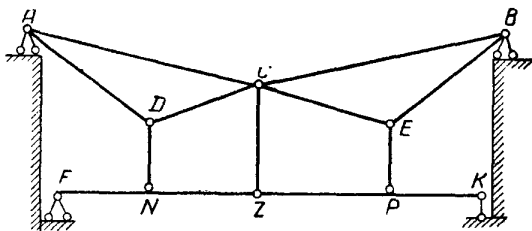


Рис. 8

системы рис. 7, а только расположением опор. При степени свободы, равной нулю, система эта геометрически изменяема, так как один диск ABC имеет четыре связи, а второй диск лишь две — шарнир D .

Пример 5. Требуется исследовать систему, показанную на рис. 8. Эта система состоит из 11 дисков. В точках A, B, N и P имеется по одному простому шарниру. В точке C шарнир — четырехкратный (соединяет пять стержней), в точках D, E и L — шарниры двухкратные. Следовательно, всего в системе шарниров — 14; Опорных стержней — 7. $W = 3 \cdot 11 - 2 \cdot 14 - 7 = -2$.

Систему эту можно исследовать по-другому. Треугольники ADC и CEB принять за диски. Тогда число дисков $D = 4$ (два треугольника и стержни FL и LK), $III = 2$ и $C_0 = 10$. $W = 3 \cdot 4 - 2 \times 10 - 10 = -2$.

Для исследования геометрической структуры системы представим себе, что два диска ADC и CEB соединены между собой шарниром C и присоединены к земле двумя шарнирами A и B . К этой неподвижной системе при помощи стержня CL прикреплена балка FK , которая также геометрически неизменяема; шарнир F в конце этой балки можно рассматривать как ее шарнирно неподвижную опору, другая опора балки в точке K — шарнирно подвижная. Стержень DN и EP — лишние.

Вывод: вся система геометрически неизменяема и имеет две лишние связи.

Пример 6. Требуется произвести кинематический анализ стержневой системы, показанной на рис. 9.

Применяем вторую формулу для определения числа степеней свободы системы: $У=12$; $С=24$; $W=2 \cdot 12 - 24 = 0$.

Для исследования структуры образования этой системы нужно помнить, что треугольник есть простейшая неизменяемая фигура. Вся ферма от узла 1 до узла 6 состоит из треугольников и образована по третьему способу образования простейших геометрических

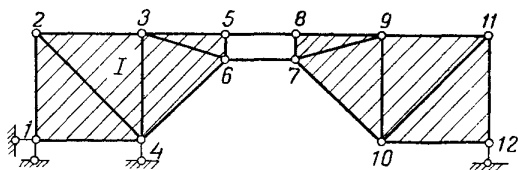


Рис. 9

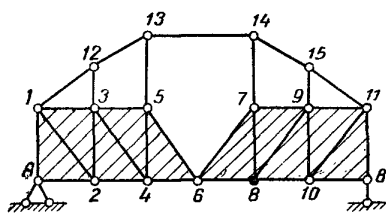


Рис. 10

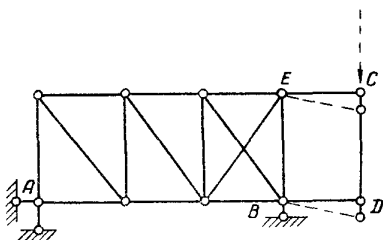


Рис. 11

ски неизменяемых систем. Таким образом, эта часть системы является диском. Диск прикреплен к земле тремя опорными стержнями, следовательно, он неподвижен. Правая часть системы от узла 7 до узла 12 также вся состоит из треугольника и представляет собой диск. Этот диск соединен с неподвижным диском 1 и землей тремя стержнями, не пересекающимися в одной точке: одним опорным стержнем и стержнями 5—8 и 6—7.

Вывод: система неподвижна, геометрически неизменяема и статически определима, так как не имеет лишних связей.

Пример 7. Требуется исследовать систему, изображенную на рис. 10. $У=17$, $С=34$; $W=2 \cdot 17 - 34 = 0$.

Часть фермы (заштрихованная) состоит из треугольников и представляет собой диск. К диску двумя стержнями присоединен новый узел 12 (третий способ образования простейших геометрических

ски неизменяемых систем). К этому диску еще двумя стержнями присоединен узел 13. Правая половина фермы также представляет собой аналогичный диск. Два диска соединены между собой шарниром 6 и стержнем 13—14, не проходящим через шарнир 6.

Вывод: вся ферма представляет собой диск, прикрепленный к земле тремя стержнями, а поэтому она геометрически неизменяема.

Так как $W = 0$, то система неподвижна и статически определена.

Пример 8. Требуется исследовать ферму, изображенную на рис. 11. $U = 10$, $C = 20$; $W = 2 \cdot 10 - 20 = 0$.

Система геометрически изменяема, так как ферма между опорами A и B имеет лишний стержень, а консоль представляет собой четырехугольник. Если приложить нагрузку в точке C , то часть фермы $CDEB$ изменит свою форму.

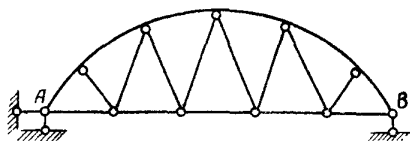


Рис. 12

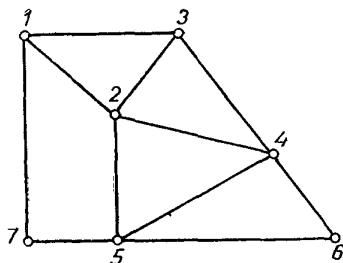


Рис. 13

Пример 9. Требуется исследовать систему, изображенную на рис. 12. $U = 6$, так как узлом называется точка, в которой сходятся все стержни данного узла. Верхний же пояс фермы не прерывается нигде, кроме точек A и B . Число стержней $C = 17$ (верхний пояс является одним стержнем), тогда $W = 2 \cdot 6 - 17 = -5$.

Ферма имеет пять лишних стержней. Она геометрически неизменяема, так как вся состоит из треугольников.

Вывод: ферма неподвижна, геометрически неизменяема и статически неопределима.

Пример 10. Требуется исследовать систему, изображенную на рис. 13. $U = 7$, $C = 11$; $W = 2 \cdot 7 - 11 - 3 = 0$.

В данном случае определяется степень изменяемости системы, так как опорные стержни отсутствуют. Исследуем структуру системы. От узла 1 и до узла 6 система состоит из треугольников и, следовательно, является диском. К диску двумя стержнями 5—7 и 1—7 присоединен новый узел 7.

Вывод: вся система неизменяема.

Б. МГНОВЕННО ИЗМЕНЯЕМЫЕ СИСТЕМЫ

Если к механизму с одной степенью свободы добавить надлежащим образом поставленную связь, то он превратится в геометрически неизменяемую систему. На рис. 14,а показан такой меха-

низм $ACDB$, который после добавления одной связи — стержня DE — превратился в геометрически неизменяемую систему. Стержень DE препятствует поступательному движению диска CD , а также вращательному движению дисков AC и BD вокруг центров вращения A и B . Однако может случиться, что добавленная связь будет допускать бесконечно малую подвижность. На рис. 14,б показан тот же механизм $ACDB$ с дополнительным стержнем DE , поставленным вертикально. В этом случае стержень DE не будет препятствовать возможному бесконечно малому смещению узла D по общей касательной к дугам nn_1 и mm_1 . Всякое другое положение стержня DE , отличное от вертикального, обеспечит системе геометрическую неизменяемость. Система, изображенная на рис. 14,б,

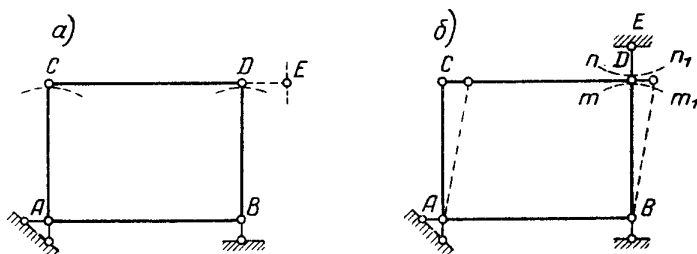


Рис. 14

называется мгновенно изменяемой. В мгновенно изменяемых системах могут возникнуть бесконечно большие или неопределенные усилия, поэтому необходимо всякий кинематический анализ дополнять проверкой отсутствия мгновенной изменяемости системы.

Если система не поддается простому анализу на мгновенную изменяемость, то можно воспользоваться методом замены стержней. Этот метод заключается в следующем. В заданной системе отбрасывается такой стержень, который упрощает заданную систему и заменяется другим стержнем. В узлах отброшенного стержня прикладываются две равные и противоположные силы $X = 1$ по направлению этого стержня. Усилие в любом стержне складывается из усилия от внешней нагрузки и усилия от сил X : $N_i = N_{ip} + \bar{N}_i \cdot X$. В заменяющем стержне усилие $N_3 = N_{3(p)} + \bar{N}_3 \cdot X = 0$, значит $X = -\frac{N_{3(p)}}{\bar{N}_3}$. Если усилие в заменяющем стержне от $X = 1$ равно нулю, то сила X стремится к бесконечности: $X = \frac{N_{3(p)}}{0}$ и система мгновенно изменяема.

Пример 11. Требуется исследовать систему, изображенную на рис. 15. $D = 2$, $Ш = 1$, $C_0 = 4$; $W = 3 \cdot 2 - 2 \cdot 1 - 4 = 0$.

Степень свободы системы равна нулю, но система мгновенно изменяемая, так как три шарнира A , B и E лежат на одной пря-

мой. Точка E может переместиться на бесконечно малую величину по вертикали.

Пример 12. Требуется исследовать систему, изображенную на рис. 16. $U = 12$, $C = 24$; $W = 2 \cdot 12 - 24 = 0$.

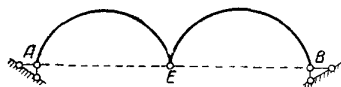


Рис. 15

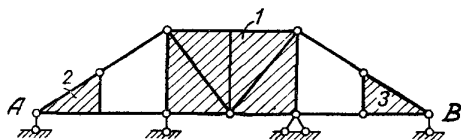


Рис. 16

Заштрихованные части фермы представляют собой диски. Средний диск 1 прикреплен к земле тремя стержнями, не пересекающимися в одной точке. Диски 2 и 3 прикреплены к неподвижному диску 1 и к земле тремя стержнями, пересекающимися в одной точке. Точки A и B являются мгновенными центрами вращения.

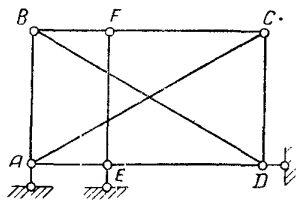


Рис. 17

Вывод: система, будучи неподвижной, является мгновенно изменяемой.

Пример 13. Требуется исследовать систему, изображенную на рис. 17. $U = 6$, $C = 12$; $W = 2 \cdot 6 - 12 = 0$.

Система эта мгновенно изменяема, так как в стержне EF при вырезании узла F усилие получается равным нулю, а при вырезании узла E — равным реакции в опорном стержне. Неопределенность усилия в стержне является признаком мгновенной изменяемости системы.

2. МНОГОПРОЛЕТНЫЕ ШАРНИРНО-КОНСОЛЬНЫЕ СТАТИЧЕСКИ ОПРЕДЕЛИМЫЕ БАЛКИ И БАЛКИ С ЛОМАНЫМИ ОСЯМИ

А. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

Многопролетные статически определимые шарнирно-консольные балки обладают следующими преимуществами по сравнению с балками разрезными и неразрезными: а) при наиболее часто встречающихся в практике загрузениях пролетные моменты в шарнирно-консольных балках значительно меньше, чем в разрезных балках, но при этом на опорах их появляются отрицательные моменты; б) шарнирно-консольные балки не реагируют на изменение температуры и на осадку опор, что является их преимуществом по сравнению с неразрезными балками.

Недостатками шарнирно-консольных балок являются: необходимость устройства шарниров и меньшая жесткость их по сравнению с неразрезными балками.

Расположение шарниров в шарнирно-консольных балках всегда можно подобрать так, чтобы эпюра моментов в них полностью совпадала с эпюрой моментов соответствующей неразрезной балки.



Рис. 18

У шарнирно-консольных балок следует различать основную и подвешенную части. Основной называется несущая часть балки, на которую опираются остальные подвешенные части балки.

Нагрузка, действующая на основную часть, не передается на подвешенную; нагрузка же, действующая на подвешенные части, передается на основную.

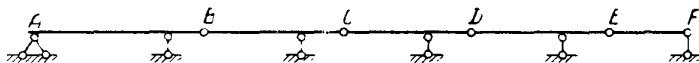


Рис. 19

Впервые теория расчета шарнирно-консольных балок была разработана в России инж. Гавриилом Семиколеновым в 1871 г.

В практике нашли применение два типа шарнирно-консольных балок: а) балки, представляющие чередование длинных двухконсольных основных балок с короткими подвешенными балками, т. е. балки, у которых шарниры поставлены через пролет (рис. 18),

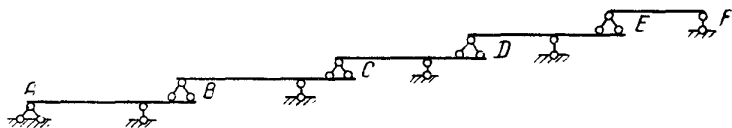


Рис. 20

и б) балки, представляющие систему одноконсольных балок, соединенных шарнирами; каждая последующая балка опирается на консоль предыдущей; у этих балок во всех пролетах, кроме одного, располагается по одному шарниру (рис. 19).

Для лучшего уяснения взаимоотношения основных и подвешенных частей шарнирно-консольная балка, представленная на рис. 19, изображена в виде «этажной схемы» (рис. 20).

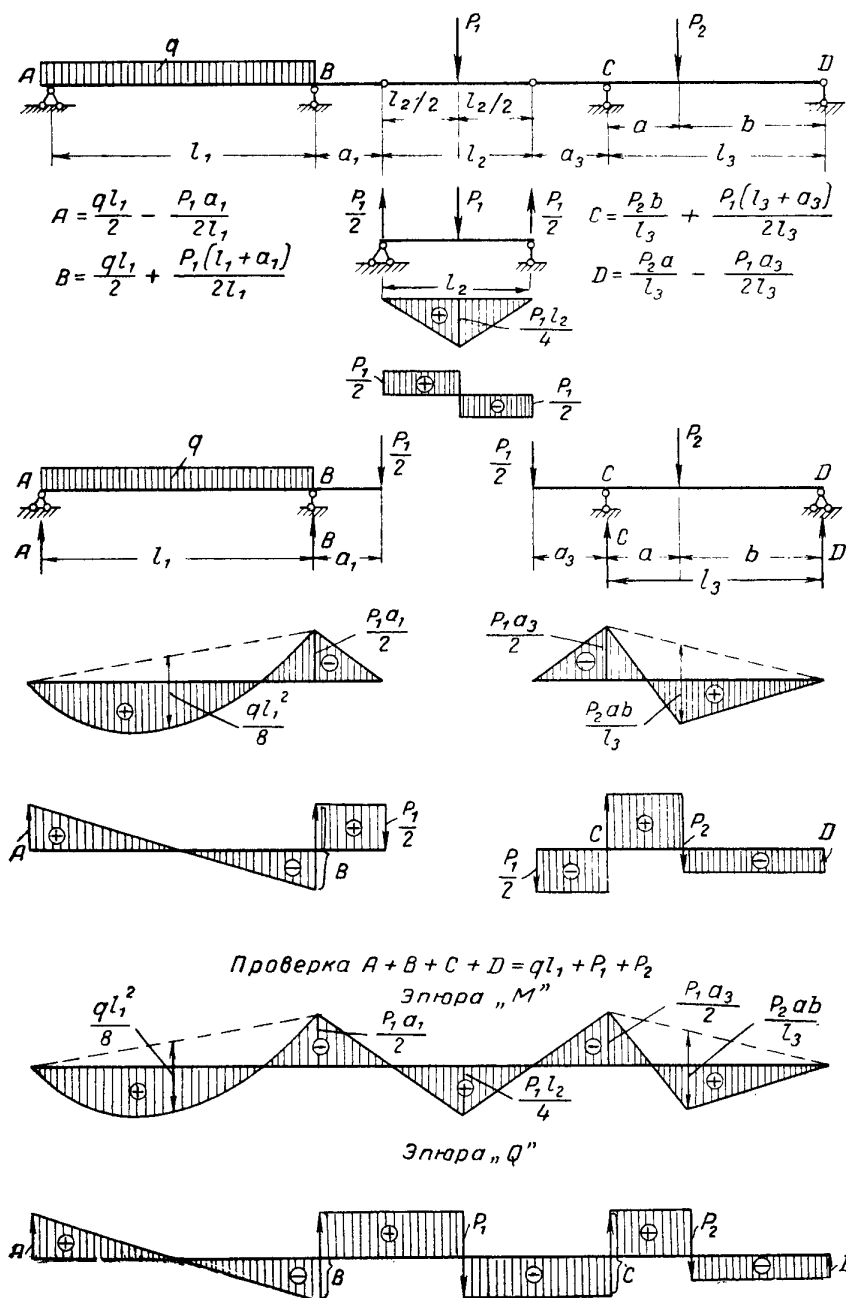


Рис. 21