

**С. Бобров**

**Архимедово лето или История содружества  
юных математиков**

**Книга вторая**

**Москва  
«Книга по Требованию»**

УДК 82-053.2  
ББК 74.27  
С11

С11 **С. Бобров**  
Архимедово лето или История содружества юных математиков: Книга вторая / С. Бобров – М.: Книга по Требованию, 2023. – 328 с.

**ISBN 978-5-458-25567-7**

В популярной форме в книге рассказывается о законах физики, геометрии, алгебры. Истории о знаменитых математиках. Логические задачи, лабиринты, пятнашки. Теорема Пифагора, лист Мебиуса и многое другое. Оформление Ю. Киселева.

**ISBN 978-5-458-25567-7**

© Издание на русском языке, оформление  
«YOYO Media», 2023  
© Издание на русском языке, оцифровка,  
«Книга по Требованию», 2023

Эта книга является репринтом оригинала, который мы создали специально для Вас, используя запатентованные технологии производства репринтных книг и печати по требованию.

Сначала мы отсканировали каждую страницу оригинала этой редкой книги на профессиональном оборудовании. Затем с помощью специально разработанных программ мы произвели очистку изображения от пятен, клякс, перегибов и попытались отбелить и выровнять каждую страницу книги. К сожалению, некоторые страницы нельзя вернуть в изначальное состояние, и если их было трудно читать в оригинале, то даже при цифровой реставрации их невозможно улучшить.

Разумеется, автоматизированная программная обработка репринтных книг – не самое лучшее решение для восстановления текста в его первоизданном виде, однако, наша цель – вернуть читателю точную копию книги, которой может быть несколько веков.

Поэтому мы предупреждаем о возможных погрешностях восстановленного репринтного издания. В издании могут отсутствовать одна или несколько страниц текста, могут встретиться невыводимые пятна и кляксы, надписи на полях или подчеркивания в тексте, нечитаемые фрагменты текста или загибы страниц. Покупать или не покупать подобные издания – решать Вам, мы же делаем все возможное, чтобы редкие и ценные книги, еще недавно утраченные и несправедливо забытые, вновь стали доступными для всех читателей.





## *Часть третья*

*Корень из двух*

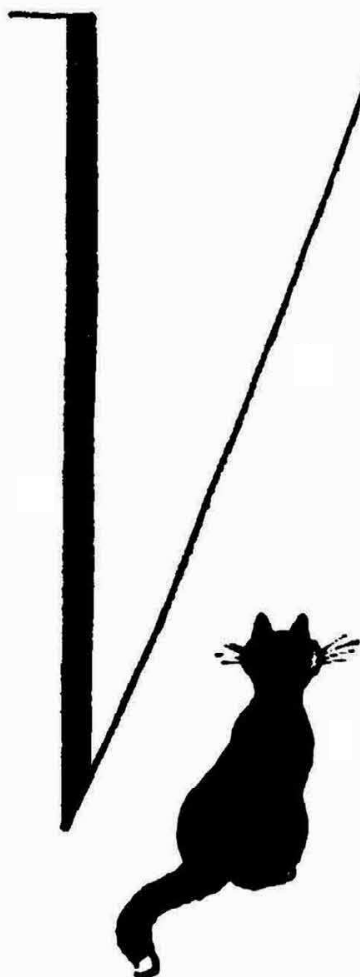
*Первое квадратное уравнение*

*Три знаменитые задачи древности*

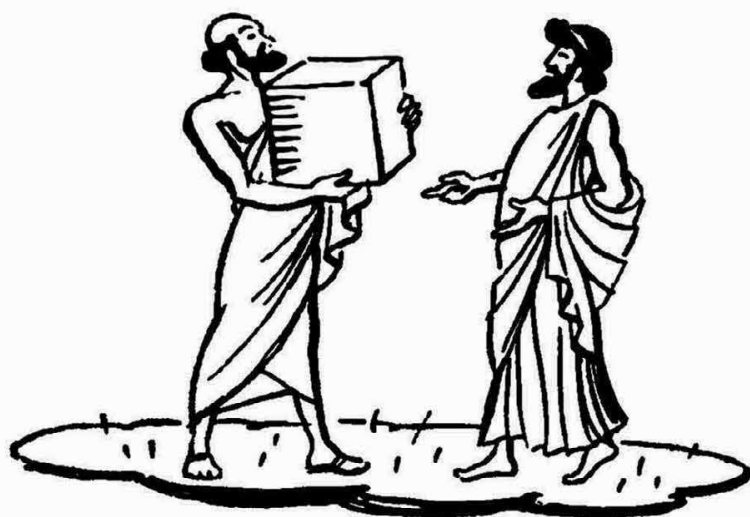
*Удвоение угла*

*Трисекция угла*

*Квадратура круга*







## Г л а в а п я т н а д ц а т а я

*Любезный Теренций встречает гостей. — Три знаменитые задачи древности. — Как удвоить площадь? — Как сказать «два» на языке площадей? — Два треугольника, а потом четыре. — Корень квадратный из двух. — Есть ли такой квадрат, который равнялся бы удвоенному квадрату другого числа? — Как египтяне вычисляли корень из двух. — А как это делали вавилоняне и индусы. — Наши удобные знаки. — Геометрическая пропорция. — Вовка добывает шесть верных знаков, действуя по-вавилонски. — Надо еще сказать слово «два» на языке объемов. — «Музыка» древней Греции. — Разделить октаву пополам. — Как древние артиллеристы учились музыке и как нашли следы этой учебы на стенах хорезмийских замков. — Первая знаменитая задача древности: удвоение куба. — Пропорция Гиппократы Хиосского. — Вавилонское решение квадратного уравнения. — Вовка предлагает задачу на самое обыкновенное умножение.*

### 1

Был ясный теплый день. На узкой скамеечке около самой калитки в сад тускаревской дачи, кругло подвернув бархатные лапки, посиживал огромный серый кот Теренций, с неослабевающим вниманием поглядывая узенькими щелочками зрачков на воробьев, у которых шло

очередное собрание в кустах желтой акации. Внезапно кот насторожил уши, глянул направо и расправил свои богатырские усы.

Затем котовья рожица приняла благодушное и ленивое выражение, кот не спеша поднялся, очень ловко выгнул спину, потянулся вправо передними лапами и застыл в лукавом ожидании.

И тотчас же из-за поворота показались Наташа и Вета, оживленно разговаривавшие и весело посмеивавшиеся. Кот изобразил на своей усатой физиономии искреннее изумление, будто он и не слышал их шагов. Он спрыгнул им навстречу со скамейки и важно прошелся около Наташиной ноги.

— А-а, приятель Теренций Котофеич! — сказала ему Веточка. — Сизая шкурка, усы, как у турка.

Теренций мурлыкнул, прижался к Веточкиной ноге и даже старательно обогнул ее своим пушистым хвостом.

— Наши идут! — крикнул Вовка с террасы.

Кот Теренций мурлыкнул очень важно, давая понять Вовке, что он-то заметил это гораздо раньше его, и направился первым в сад.

— Наши! — повторил Вовка, прикрывая глаза ладошкой от солнца.

— Добрый день, великолепный герцог Тускарини! — церемонно раскланиваясь и приседая, промолвила Наташа. — А мы к вашей милости по делу. Именно к вам.

— Пора уж доклад назначать, товарищ секретарь, — сказала Веточка мальчику.

Герцог Тускарини немедленно принял очень важный вид, сделал некий неопределенный жест и спросил:

— Ваш доклад? Следующая ассамблея?

— Наш, конечно, — отвечали девочки.

Тут герцог внезапно забыл о том, что ему надо еще поважничать, и живо воскликнул:

— А что тут думать? Айда сейчас в лес. Там вчера сено косили. Как сеном пахнет вкусно. И поваляться можно, сено-то мягкое!.. Там сегодня и устроим заседание... Диду, ты что скажешь, а?

— Так что ж, — отвечал дедушка, — коли не торопясь, так пойти можно.

Через полчаса пошли. По дороге их догнал Ника, а затем появились откуда-то и Вася слевой.

— Вот о чем еще нужно было бы поговорить, — сказал Лева, когда уже вышли за деревню. — Меня интересует такой вопрос: можно считать науку всемогущей или нет?

— Хм... — промычал дед. — А в каком это смысле «всемогущей»? Что-то я не совсем себе представляю. Это немножко похоже: по щучьему веленью, по моему хотенью!

— Вот еще! — сказал Лева. — Я спрашиваю: можно ли сказать, что нет такой задачи, которую нельзя было бы разрешить?



— Добрый день, великолепный герцог Тускарини! — церемонно раскланиваясь и приседая, промолвила Наташа.

— Существует немало задач, еще не решенных. А что будет дальше, сказать очень трудно. Мы ведь не знаем, какие задачи будут поставлены в будущем. Но, с другой стороны, нет сомнений в том, что общий круг задач, которые мы можем решить и исследовать, все расширяется, возможности науки увеличиваются. Из этого, конечно, не следует, что любая задача может быть в наше время решена. На протяжении многих тысячелетий были примеры того, как некоторые решения, считавшиеся окончательными, по мере роста науки признавались неудовлетворительными. Вопрос изучался глубже, чем ранее. А бывали случаи, когда весь анализ проблемы в целом затягивался на века. Ведь наука растет не только в ширь, то есть не просто накапливает все больше и больше решений, она еще растет ввысь, то есть приводит в систему все, что она накопила, связывает все свое имущество воедино, заимствует от иных наук новые взгляды. И то, что казалось вполне удовлетворительным век или два назад, сегодня может показаться решением недостаточно обоснованным. Хватит тебе этого или нет?

Левка неопределенно посмотрел прямо перед собой, сощурился, пожал плечами.

— Да, пожалуй, и хватит, — сказал он. — Но ты бы, дедушка, привел хоть пример какой-нибудь пояснее, чтобы стало понятно, как это получается.

— Что ж, отчего бы и нет! — сказал Тимофей Иринархович. — Не помню, рассказывал ли я вам когда-нибудь о трех знаменитых задачах древности. Эти задачи сперва решались довольно грубо, приблизительно, затем их стали решать более точно, и самые вопросы и способы решения были подвергнуты глубокому обсуждению и изучению. Потом пришло время, когда все наследство древней науки стало жадно изучаться и пересматриваться; этими задачами занялись снова, начали вспоминать, что о них говорили сами древние, какие трудности вставали перед ними. Это было время возрождения наук в Европе. Ученые того времени положили немало сил, чтобы понять и разъяснить затруднения древних ученых. В конце концов все древние задачи были изучены во всех подробностях. Мы теперь понимаем, чем вызывались затруднения древних ученых и над чем задумывались ученые эпохи Возрождения. Но на все это пошло много времени и труда. В общем, окончательно разрешить все основные вопросы, поднятые этими тремя знаменитыми задачами древности, удалось только лет на... тысячу позже после того, как их изучали древние.

— Ого, — воскликнул Вовка, — вот так задачка, над которой надо тысячу лет корпеть! Нет, дедушка, послушать я, конечно, послушаю, но чтоб я сам стал сидеть над задачей тысячу лет... Никогда!

— Молодчина! — ответил Ника под общий смех. — Люблю нашего секретаря за откровенность. У него что на уме, то и на языке.

— А какие же это задачи? — спросила Наташа.

— Задачи эти, — ответил медленно дед, — могут теперь на первый взгляд показаться даже и не такими трудными. Но только... Вот еще, что я должен вам сказать. Для того чтобы все это хорошенько усвоить, нам придется на некоторое время отойти от тех научных приемов, к которым мы привыкли, и вспомнить, как думали, рассуждали и делали свои подсчеты люди на заре людской цивилизации. Не знаю, не трудно ли это будет?

— Попробуем, — отвечал Ника. — Все-таки очень хочется узнать, как и из чего выросла современная наука.

— Хорошо, — отвечал дед. — Давайте. Это будет экскурсия в очень отдаленные времена, за много тысячелетий до нас с вами. Когда думаешь об этих древних задачах, начинаешь понимать, что они неизбежно должны были возникнуть на заре человеческой культуры. Как только человек стал жить сравнительно большими обществами, лишь только ему пришлось думать о том, как по справедливости распределить работу среди своих соплеменников, как разрешать разные споры, как делить поля, как строить жилища, чтобы они были удобные и чтобы их не так трудно было строить, и прочее, так они перед ним и возникли — эти три задачи. Так, например, как удвоить площадь, люди довольно скоро догадались...

— А как? — спросил Вовка.

— Постой, — сказал ему дедушка, — ты не торопись, а слушай хорошенько. Все скажу в свое время.





*Колоннада Карнакского храма.*

Вовка тяжело вздохнул, но покорился.  
— Ну, рассудим, как это получилось. Сперва был придуман счет отдельных предметов. А когда люди начали заниматься оседлым сельским хозяйством — это случилось примерно около пятого тысячелетия до нашей эры, — им приходилось целой толпой охотиться на диких травоядных зверей, и это навело на мысль, что животных можно приручать. Когда же образовались большие селения, пришлось уже думать, как удерживать полые воды рек. Это требовало участия больших масс людей, которые должны были действовать сообща.

— А ведь верно! — заметил Вася.

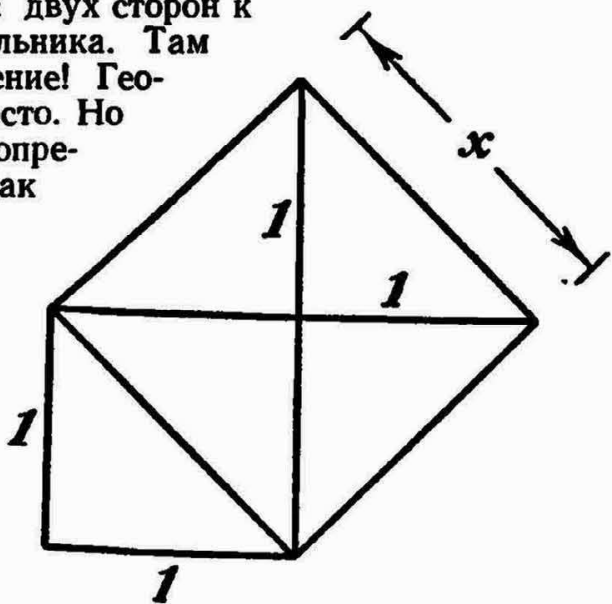
— По археологическим данным, — продолжал президент Тускарийский, — можно с известной достоверностью установить, что систематическая обработка поймы Нила начата была примерно между годами 4400 и 3900 до нашей эры. Люди, жившие в то время по берегам Нила, добывали кремень, им была известна ковая медь, а осел уже стал домашним животным. У них, по-видимому, была какая-то примитивная письменность. Это было накануне того периода, когда началось настоящее земледелие и скотоводство. К концу четвертого тысячелетия относятся первые глиняные таблички со знаками. Это самые древние из известных в наше время письменных знаков. Это — начало человеческой цивилизации. И вот тогда-то появилась неотложная потребность считать площади, то есть определять их величину. Как же это сделать? Раньше всего, разумеется, начали мерить по обходу, то есть по периметру, по общей длине границ этой площади. Но очень скоро выяснилось, что этот способ не очень хорош, ибо если обход прямоугольной площади равен 20 линейным единицам, а, значит, полупериметр — 10, то площадь может быть равна и 9 и 25 квадратным единицам. Разница, как видите, получается больше чем вдвое.

— Верно! — сказал удивленный Вовка. — Единожды девять будет девять, а пятью пять — двадцать пять. Совершенно верно!

— Про что тебе и говорят, — спокойно промолвила Наташа, улыбувшись и кивнув Вовке. Потом нагнулась к нему и добавила: — Мы уж об этом говорили <sup>1</sup>.

— Дедушка, — вдруг закричал Вовка, — а когда же египтяне начали свои чудные постройки строить?

— Это уже много позже было, — ответил ему дед. — Чтобы представить себе, как все это развивалось в течение долгих веков, я тебе вот что скажу: основание календаря в Египте относится примерно к времени между XXXII и XXIX веками до нашей эры. При этом заметьте, что первые памятники письменности относятся к концу четвертого тысячелетия, так что понадобилось немало времени — может быть, триста — четыреста лет, чтобы от письма добраться до календаря. Постройка величественных египетских пирамид относится к XXX веку, а более поздняя замечательно красивая архитектура Египта относится к следующим датам: известный Карнакский храм был выстроен в XX веке, Луксорский храм с колоннами по четырнадцать метров вышины — в XV—XIII веках до нашей эры <sup>2</sup>. Вот когда... Ну, продолжаем: значит, надо было научиться измерять площади. Первый шаг в этом деле — удвоить площадь. Это будет число 2 по отношению к площадям, не так ли? Если мы решили, что будем считать единицей площади такой квадрат, у которого обе стороны равны линейной единице, то первый вопрос, который встает в таком случае перед нами, это — чему будет равна сторона квадрата, у которого площадь вдвое больше, чем у единичного квадрата? Если просто удвоить сторону квадрата, площадь получится не в два, а в четыре раза больше; если взять среднее арифметическое между единицей и двумя, опять получается больше, чем надо, потому что  $1,5 \cdot 1,5 = 2,25$ , но не двум. Как же быть? Наверное, из затруднений вывел очень простой чертеж: нарисовал человек палочкой на песке квадрат, разделил его диагональю на два треугольника, а потом и приложил с двух сторон к квадрату еще три таких же треугольника. Там четыре, а тут два, вот тебе и удвоение! Геометрически задача решилась очень просто. Но как же вычислить? Для этого надо определить длину диагонали квадрата. Как это сделать? Вероятнее всего, после



<sup>1</sup> Архимедово лето, глава XIV, раздел 6.

<sup>2</sup> Если читатель достанет книгу М. Э. Матье «Искусство древнего Египта» М., «Искусство», 1958, то он сможет прочесть немало интересного об этих замечательных храмах и полюбоваться фотографиями древних памятников.

многократных попыток и прикидок, нашли подходящее и удовлетворительное для практики отношение стороны квадрата к его диагонали.

— Разве это уж так трудно? — недоверчиво спросила Веточка.

2

— Сейчас, милая Веточка, конечно, это совсем не трудно, — сказал дед, улыбаясь и покачивая головой. — Но тогда было очень трудно. Сейчас мы просто составим уравнение:

$$x^2 = 2$$

и мигом решим его:

$$x = \sqrt{2}.$$

Но в те незапамятные времена никто еще не слышал ни об уравнениях, ни об алгебре, ни о знаке корня. А задачу нужно было решать. С нашей современной точки зрения всю эту историю и завел квадратный корень из двух, который всегда людям был очень нужен именно для удвоения площади. Если, повторяю, сторона квадрата равна единице, то диагональ его равна  $\sqrt{2}$ , и квадрат, построенный на этой диагонали, будет в точности в два раза больше первого квадрата. Так или нет?

— По теореме Пифагора как раз так, — отвечал Ника. — Возражений не имеется.

— Но как же можно было одолеть квадратный корень в древности, когда люди не представляли себе, что это может значить. А в жизни, на практике, этот корень необходим. Надо, например, отмерить поле вдвое больше данного, надо окно, скажем, сделать вдвое больше, и прочее в этом роде. Как быть? И вот египтяне в эпоху пирамид придумали такой окольный путь для этого. Так как они убедились, что нельзя найти два таких целых числа, чтобы квадрат одного в точности равнялся удвоенному квадрату другого, то они попробовали найти пару таких чисел, которая довольно близко подходит для решения нашей задачи. Самые простые числа в этом роде — это 5 и 7, ибо удвоенный квадрат пяти равен  $5^2 \cdot 2 = 50$ , а  $7^2 = 49$ , разница на единицу. Египтяне и воспользовались этим. Для этого у них в качестве меры длины была заведена не одна, а целых три: был локоть большой, или царский, в семь пядей, был локоть малый, в шесть пядей, и была еще «рука» в пять пядей. Зачем нужны были меры по семь пядей и по пять? А вот как раз для того, чтобы удваивать площадь. Как же это удавалось? На основании приближенного<sup>1</sup> равенства:

$$2 \cdot 5^2 \approx 7^2,$$

---

<sup>1</sup> Знак  $\approx$  означает приближенное равенство.