

Л.Ф. Черниев

Сборник задач по мореходной астрономии

**Москва
«Книга по Требованию»**

УДК 52
ББК 22.6
Л11

Л11 **Л.Ф. Черниев**
Сборник задач по мореходной астрономии / Л.Ф. Черниев – М.: Книга по Требованию, 2023. – 352 с.

ISBN 978-5-458-28185-0

Настоящий задачник составлен в соответствии с действующей программой по курсу «Мореходная астрономия» судоводительских факультетов высших инженерных морских училищ ММФ. Задачник включает задачи на все разделы курса «Мореходная астрономия», решенные по современным пособиям и Морскому Астрономическому Ежегоднику на 1969 г. В начале каждого параграфа приведены образцы решения типовых задач с пояснениями. Для нечетных номеров задач даны промежуточные и окончательные ответы. В приложении помещены выдержки из МАЕ, необходимые для решения всех задач данного пособия. Это позволит использовать задачник на протяжении многих лет, а также облегчит работу заочникам, которые не имеют соответствующего Ежегодника.

ISBN 978-5-458-28185-0

© Издание на русском языке, оформление
«YOYO Media», 2023
© Издание на русском языке, оцифровка,
«Книга по Требованию», 2023

Эта книга является репринтом оригинала, который мы создали специально для Вас, используя запатентованные технологии производства репринтных книг и печати по требованию.

Сначала мы отсканировали каждую страницу оригинала этой редкой книги на профессиональном оборудовании. Затем с помощью специально разработанных программ мы произвели очистку изображения от пятен, клякс, перегибов и попытались отбелить и выровнять каждую страницу книги. К сожалению, некоторые страницы нельзя вернуть в изначальное состояние, и если их было трудно читать в оригиналe, то даже при цифровой реставрации их невозможно улучшить.

Разумеется, автоматизированная программная обработка репринтных книг – не самое лучшее решение для восстановления текста в его первозданном виде, однако, наша цель – вернуть читателю точную копию книги, которой может быть несколько веков.

Поэтому мы предупреждаем о возможных погрешностях восстановленного репринтного издания. В издании могут отсутствовать одна или несколько страниц текста, могут встретиться невыводимые пятна и кляксы, надписи на полях или подчеркивания в тексте, нечитаемые фрагменты текста или загибы страниц. Покупать или не покупать подобные издания – решать Вам, мы же делаем все возможное, чтобы редкие и ценные книги, еще недавно утраченные и несправедливо забытые, вновь стали доступными для всех читателей.

Глава 1

РЕШЕНИЕ СФЕРИЧЕСКИХ ТРЕУГОЛЬНИКОВ

§ 1. Решение прямоугольных сферических треугольников

Решение прямоугольного сферического треугольника ABC (рис. 1) может быть выполнено с помощью десяти формул сферической тригонометрии, указанных в табл. 1. Они получены из основных тригонометрических формул. Их можно также получить, применяя правило Модюи-Непера для случая прямоугольных сферических треугольников.

Если элемент сферического треугольника вычисляют по формулам (7)–(10), то получают два ответа, так как $\sin a = \sin (180^\circ - a)$. В большинстве случаев эта двойственность сводится к однозначному решению на основании следующих рассуждений:

если катеты b и c однородны (оба больше или меньше 90°), то гипотенуза $a < 90^\circ$; если же катеты b и c разнородны (один больше, другой меньше 90°), то гипотенуза $a > 90^\circ$;

если однородны углы B и C , то $a < 90^\circ$;

если углы B и C разнородны, то $a > 90^\circ$;

если катет меньше 90° , то противолежащий ему угол также меньше 90° ; если катет больше 90° , то противолежащий ему угол больше 90° .

При решении прямоугольных сферических треугольников возможны шесть случаев.

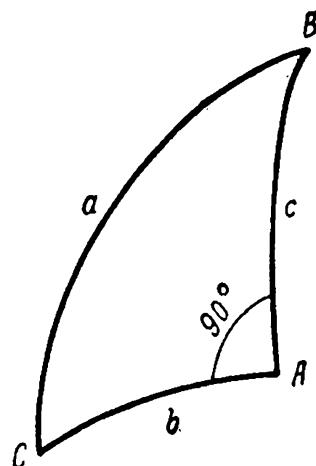


Рис. 1

Таблица 1

№	Формулы	№	Формулы
1	$\cos a = \cos b \cos c$	6	$\cos C = \cos c \sin B$
2	$\cos a = \operatorname{ctg} B \operatorname{ctg} C$	7	$\sin b = \sin a \sin B$
3	$\cos B = \operatorname{ctg} a \operatorname{tg} c$	8	$\sin c = \sin a \sin C$
4	$\cos C = \operatorname{ctg} a \operatorname{tg} b$	9	$\sin c = \operatorname{tg} b \operatorname{ctg} B$
5	$\cos B = \cos b \sin C$	10	$\sin b = \operatorname{tg} c \operatorname{ctg} C$

П е р в ы й с л у ч а й

Пример 1. В прямоугольном сферическом треугольнике ABC ($A = 90^\circ$) известны катеты $b = 154^\circ 37', 5$ и $c = 7^\circ 13', 9$. Вычислить a , B и C .

Решение. 1. Выписываем формулы, связывающие каждый из искомых элементов с двумя данными:

$$\cos a = \cos b \cos c;$$

$$\sin c = \operatorname{tg} b \operatorname{ctg} B;$$

$$\sin b = \operatorname{tg} c \operatorname{ctg} C.$$

2. Неизвестные элементы переносим в левую часть. Исследуем формулы на знаки:

$$\overline{\cos} a = \overline{\cos} b \overset{+}{\cos} c \dots a > 90^\circ;$$

$$\overline{\operatorname{tg}} B = \overline{\operatorname{tg}} b \overset{+}{\operatorname{cosec}} c \dots B > 90^\circ;$$

$$\overset{+}{\operatorname{tg}} C = \overset{+}{\operatorname{cosec}} b \overset{+}{\operatorname{tg}} c \dots C < 90^\circ.$$

3. Выполняем вычисления по схеме

	a	B	C
b	$154^\circ 37', 5$ ($25^\circ 22', 5$)	\cos	$9.95\ 594$
c	$7^\circ 13', 9$	\cos	$9.99\ 653$
	$\cos(180^\circ - a)$	$\operatorname{tg}(180^\circ - B)$	$\operatorname{tg} C$
	$26^\circ 19', 1$	$(180^\circ - B)$	$75^\circ 08', 1$
	a	B	C
	$153^\circ 40', 9$	$104^\circ 51', 9$	$16^\circ 29', 6$

В задачах № 1—20 приведены данные прямоугольного сферического треугольника ABC ($A = 90^\circ$). Вычислить a , B и C .

№ задачи	b	c	№ задачи	b	c
1	$35^\circ 14', 2$	$122^\circ 07', 7$	11	$145^\circ 32', 0$	$58^\circ 54', 0$
2	$49^\circ 59, 4$	$13^\circ 17, 6$	12	$46^\circ 17, 6$	$55^\circ 17, 7$
3	$134^\circ 45, 0$	$123^\circ 25, 0$	13	$139^\circ 09, 0$	$128^\circ 13, 3$
4	$38^\circ 05, 6$	$107^\circ 14, 5$	14	$149^\circ 57, 2$	$113^\circ 17, 6$
5	$150^\circ 52, 7$	$114^\circ 15, 9$	15	$145^\circ 36, 7$	$141^\circ 32, 3$
6	$144^\circ 31, 0$	$57^\circ 45, 0$	16	$135^\circ 14, 7$	$74^\circ 31, 2$
7	$136^\circ 12, 2$	$75^\circ 29, 8$	17	$39^\circ 03, 1$	$108^\circ 07, 0$
8	$138^\circ 12, 0$	$127^\circ 22, 3$	18	$133^\circ 47, 3$	$122^\circ 15, 0$
9	$47^\circ 15, 0$	$56^\circ 25, 0$	19	$48^\circ 54, 9$	$12^\circ 16, 7$
10	$153^\circ 41, 4$	$8^\circ 23, 2$	20	$137^\circ 14, 4$	$74^\circ 00, 3$

П р и м е ч а н и е. Ответы, помещенные в конце книги, даны на задачи с нечетными номерами.

Второй случай

Пример 2. В прямоугольном сферическом треугольнике ABC ($A = 90^\circ$) известны катет $b = 81^\circ 06', 8$ и прилежащий к нему угол $C = 167^\circ 16', 2$. Вычислить a , c и B .

Решение. Из табл. 1 подбираем для решения нужные формулы:

$$\bar{\tg} c = \sin^+ b \bar{\tg} C \dots c > 90^\circ;$$

$$\bar{\tg} a = \bar{\tg}^+ b \sec C \dots a > 90^\circ;$$

$$\cos^+ B = \cos^+ b \sin^+ C \dots B < 90^\circ.$$

	c		a		B	
b	81°06', 8	\sin	9.99 476	\tg	0.80 588	\cos
C	167°16', 2	\tg	9.35 393	\sec	0.01 081	\sin
	(12°43', 8)					9.18 887
						9.34 313
	$\bar{\tg}$			$\bar{\tg}$		
	(180°— c)		9.34 869	(180°— a)	0.81 669	$\cos B$
						8.53 200
	(180°— c)		12°34, 9	(180°— a)	81°19', 7	
	c		167°25, 1	a	98°40', 3	
					B	88°03', 0

В задачах № 21—40 приведены данные прямоугольного сферического треугольника ABC ($A = 90^\circ$). Вычислить a , c , и B .

№ задачи	b	c	№ задачи	b	c
21	39°50', 5	123°09', 5	31	142°25', 2	32°14', 0
22	98 48, 7	39 04, 3	32	165 43, 2	38 41, 6
23	166 45, 5	37 20, 0	33	75 04, 5	131 22, 8
24	14 48, 8	36 55, 4	34	30 58, 8	51 49, 8
25	31 19, 8	52 05, 9	35	16 36, 9	21 08, 3
26	74 56, 2	130 50, 6	36	50 03, 2	118 55, 3
27	49 54, 3	119 23, 3	37	13 14, 5	37 20, 0
28	17 00, 2	20 58, 8	38	18 00, 3	80 32, 8
29	17 19, 5	81 31, 5	39	99 23, 8	38 54, 3
30	80 55, 4	166 10, 6	40	68 13, 2	38 51, 8

Третий случай

Пример 3. В прямоугольном сферическом треугольнике ABC ($A = 90^\circ$) известны гипотенуза $a = 48^\circ 58', 8$ и прилежащий угол $B = 55^\circ 34', 0$. Вычислить b , c и C .

Решение.

$$\sin^+ b = \sin^+ a \sin^+ B \dots \text{так как } B < 90^\circ, \text{ то и } b < 90^\circ;$$

$$\bar{\tg}^+ c = \bar{\tg}^+ a \cos^+ B \dots \quad c < 90^\circ;$$

$$\bar{\tg}^+ C = \sec^+ a \bar{\tg}^+ B \dots \quad C < 90^\circ.$$

		<i>b</i>		<i>c</i>			<i>C</i>
<i>a</i>	$48^{\circ}58', 8$	\sin	9.87 765	tg	0.06 053	\sec	0.18 288
<i>B</i>	$55^{\circ}34', 0$	\sin	9.91 634	\cos	9.75 239	ctg	9.83 605
		$\sin b$	9.79 399	$\operatorname{tg} c$	9.81 292	$\operatorname{tg} C$	0.01 893
		b	$38^{\circ}29', 0$	c	$33^{\circ}01', 5$	C	$46^{\circ}14', 9$

В задачах № 41—60 приведены данные прямоугольного сферического треугольника ABC ($A = 90^\circ$). Вычислить b , c и C .

№ задачи	<i>a</i>	<i>B</i>	№ задачи	<i>a</i>	<i>B</i>
41	$103^{\circ}55', 7$	$137^{\circ}08', 0$	51	$83^{\circ}04', 3$	$61^{\circ}08', 5$
42	$82^{\circ}50', 9$	$60^{\circ}44', 6$	52	$49^{\circ}00', 7$	$54^{\circ}55', 6$
43	$16^{\circ}30', 6$	$126^{\circ}11', 0$	53	$109^{\circ}30', 8$	$73^{\circ}29', 4$
44	$108^{\circ}00', 2$	$72^{\circ}40', 6$	54	$15^{\circ}17', 3$	$125^{\circ}58', 7$
45	$139^{\circ}26', 2$	$65^{\circ}58', 8$	55	$21^{\circ}00', 9$	$75^{\circ}48', 2$
46	$20^{\circ}50', 3$	$76^{\circ}08', 3$	56	$138^{\circ}51', 2$	$66^{\circ}01', 6$
47	$56^{\circ}45', 3$	$50^{\circ}00', 0$	57	$116^{\circ}27', 6$	$102^{\circ}06', 7$
48	$115^{\circ}56', 2$	$101^{\circ}55', 8$	58	$57^{\circ}06', 2$	$49^{\circ}57', 3$
49	$56^{\circ}15', 7$	$41^{\circ}05', 1$	59	$72^{\circ}43', 3$	$76^{\circ}32', 4$
50	$73^{\circ}11', 4$	$77^{\circ}33', 1$	60	$55^{\circ}55', 5$	$40^{\circ}40', 6$

Четвертый случай

Пример 4. В прямоугольном сферическом треугольнике ABC ($A = 90^\circ$) известны углы $B = 87^{\circ}16', 0$ и $C = 166^{\circ}41', 0$. Вычислить a , b и c .

Решение.

$$\cos a = \operatorname{ctg} B \operatorname{ctg} C \dots a > 90^\circ;$$

$$\cos b = \cos B \operatorname{cosec} C \dots b < 90^\circ;$$

$$\cos c = \operatorname{cosec} B \cos C \dots c > 90^\circ.$$

	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
<i>B</i>	$87^{\circ}16', 0$	ctg	8.67 890
<i>C</i>	$163^{\circ}41', 0$	ctg	0.62 581
	$(13^{\circ}19', 0)$		
	$\cos(180^\circ - a)$	9.30 471	$\cos b$
	$(180^\circ - a)$	78°21', 8	$\cos(180^\circ - c)$
	a	$101^{\circ}38', 2$	b
			$78^{\circ}03', 1$
			c
			$166^{\circ}57', 3$

В задачах № 61—80 приведены данные прямоугольного сферического треугольника ABC ($A = 90^\circ$). Вычислить a , b и c .

№ задачи	B	C	№ задачи	B	C
61	139°31',0	78°21',2	71	126°11',0	37°20',0
62	125 48,4	37 33,4	72	86 56,8	167 11,4
63	103 02,3	101 38,2	73	77 43,3	52 05,9
64	78 14,7	51 51,1	74	104 57,7	100 59,7
65	66 20,0	105 30,0	75	102 01,8	15 49,5
66	101 56,4	16 06,0	76	65 57,7	104 52,4
67	39 49,1	109 55,1	77	79 37,9	55 14,2
68	78 55,8	56 00,4	78	40 08,3	110 11,6
69	80 10,6	154 58,5	79	53 05,0	49 07,0
70	134 24,6	64 02,3	80	79 53,7	155 14,2

Пятый случай

Пример 5. В прямоугольном сферическом треугольнике ABC ($A = 90^\circ$) известны гипотенуза $a = 18^\circ 46',9$ и катет $b = 10^\circ 57',8$. Вычислить B , C и c .

Решение.

$$\sin B = \operatorname{cosec} a \sin b \dots \text{так как } b < 90^\circ, \text{ то и } B < 90^\circ;$$

$$\cos C = \operatorname{ctg} a \operatorname{tg} b \dots \quad C < 90^\circ;$$

$$\cos c = \cos a \sec b \dots \quad c < 90^\circ.$$

	B	C	c
a	18°46',9	$\operatorname{cosec} \sin$	9.97 624
b	10°57',8	9.27 917	cos sec 0.00 800
	$\sin B$	9.77 137	$\cos C$
	B	36°12',4	C
			55°16',6
			c
			15°20',5

В задачах № 81—100 приведены данные прямоугольного сферического треугольника ABC ($A = 90^\circ$). Вычислить B , C и c .

№ задачи	a	b	№ задачи	a	b
81	32°08',0	157°48',0	91	95°26',2	98°37',9
82	87 10,2	76 02,0	92	80 56,6	80 58,2
83	81 19,7	81 06,8	93	86 42,7	75 43,3
84	117 56,2	140 48,8	94	68 48,3	23 55,5
85	69 13,7	24 13,1	95	80 00,4	47 38,6
86	119 59,0	38 02,2	96	104 11,3	140 48,6
87	103 58,8	140 56,8	97	118 32,9	141 09,5
88	18 08,8	11 10,2	98	59 59,7	32 53,4
89	60 22,4	33 07,6	99	120 38,7	37 24,2
90	80 44,7	80 51,3	100	95 16,3	99 00,7

Шестой случай

Пример 6. В прямоугольном сферическом треугольнике ABC ($A = 90^\circ$) известны катет $b = 41^\circ 19', 5$ и противолежащий ему угол $B = 42^\circ 52', 1$. Вычислить a , c и C .

Решение (задача имеет два решения):

$$\begin{aligned}\sin a &= \sin b \operatorname{cosec} B; \\ \sin c &= \operatorname{tg} b \operatorname{ctg} B; \\ \sin C &= \sec b \cos B.\end{aligned}$$

	a		c		C	
b	$41^\circ 19', 5$	\sin	$9.81\ 976$	tg	$9.94\ 414$	\sec
B	$41^\circ 52', 1$	\cos	$0.16\ 729$	ctg	$9.97\ 649$	\cos
	$\sin a$		$9.98\ 705$	$\sin c$	$9.92\ 063$	$\sin C$
	a_1	$76^\circ 04', 7$		c_1	$71^\circ 19', 0$	C_1
	a_2	$103^\circ 55', 3$		c_2	$108^\circ 41', 0$	C_2

В задачах № 101—120 приведены данные прямоугольного сферического треугольника ABC ($A = 90^\circ$). Вычислить a , c и C .

№ задачи	b	B	№ задачи	b	B
101	$73^\circ 34', 5$	$76^\circ 19', 0$	111	$27^\circ 38', 0$	$27^\circ 43', 0$
102	$26\ 53, 7$	$28\ 01, 5$	112	$40\ 06, 6$	$43\ 11, 2$
103	$37\ 23, 7$	$53\ 05, 0$	113	$38\ 27, 8$	$56\ 00, 6$
104	$38\ 48, 7$	$55\ 53, 4$	114	$36\ 56, 3$	$52\ 52, 4$
105	$63\ 25, 0$	$81\ 31, 5$	115	$139\ 48, 4$	$105\ 55, 2$
106	$140\ 03, 4$	$106\ 11, 7$	116	$62\ 44, 8$	$82\ 00, 3$
107	$157\ 48, 0$	$134\ 44, 1$	117	$64\ 13, 3$	$79\ 54, 4$
108	$63\ 54, 2$	$80\ 08, 8$	118	$158\ 00, 0$	$134\ 41, 4$
109	$51\ 02, 8$	$80\ 14, 7$	119	$50\ 05, 1$	$63\ 03, 7$
110	$49\ 48, 3$	$62\ 56, 7$	120	$51\ 16, 3$	$80\ 32, 6$

§ 2. Решение четвертных сферических треугольников

Вычисление неизвестных элементов (рис. 2) четвертного сферического треугольника ABC ($a = 90^\circ$) сводится к решению полярного ему прямоугольного сферического треугольника $A_1B_1C_1$ ($A_1 = 90^\circ$). Полярными сферическими треугольниками будут в том случае, если справедливы следующие соотношения их элементов:

$$A = 180^\circ - a_1; \quad a = 180^\circ - A_1;$$

$$B = 180^\circ - b_1; \quad b = 180^\circ - B_1;$$

$$C = 180^\circ - c_1; \quad c = 180^\circ - C_1.$$

Четвертные сферические треугольники можно также решать, применяя основные формулы сферической тригонометрии. При решении четвертных сферических треугольников возможны также следующие случаи.

Первый случай

Пример 1. В четвертом сферическом треугольнике ABC ($a = 90^\circ$) известны углы $B = 104^\circ 00', 0$ и $C = 74^\circ 33', 4$. Вычислить A , b и c .

Решение. 1. Данному четвертному сферическому треугольнику ABC ($a = 90^\circ$) полярным будет прямоугольный сферический треугольник $A_1B_1C_1$ ($A_1 = 90^\circ$), в котором известны стороны $b_1 = 180^\circ - B = 76^\circ 00', 0$ и $c_1 = 180^\circ - C = 105^\circ 26', 6$.

2. Выписываем формулы для полярного прямоугольного сферического треугольника $A_1B_1C_1$ и анализируем их на знаки:

$$\begin{aligned}\bar{\cos} a_1 &= \cos b_1 \cos c_1 \dots a_1 > 90^\circ; \\ \bar{\tg} B_1 &= \bar{\tg} b_1 \operatorname{cosec} c_1 \dots B_1 < 90^\circ; \\ \bar{\tg} C_1 &= \operatorname{cosec} b_1 \bar{\tg} c_1 \dots C_1 > 90^\circ.\end{aligned}$$

3. Выполняем вычисления по схеме

	a_1		B_1		C_1
b_1	$76^\circ 00', 0$	\cos	$9.38\ 368$	$\bar{\tg}$	$0.60\ 323$
c_1	$105^\circ 26', 6$ ($74^\circ 33', 4$)	\cos	$9.42\ 535$	cosec	$0.01\ 597$
	$\cos(180^\circ - a_1)$ $(180^\circ - a_1)$	$8.80\ 903$ $86^\circ 18', 4$	$\bar{\tg} B_1$	$0.61\ 920$	$\bar{\tg}(180^\circ - C_1)$ $(180^\circ - C_1)$
	a_1	$93^\circ 41', 6$	B_1	$76^\circ 29', 2$	C_1
					$74^\circ 59', 7$ $105^\circ 00', 3$

По определенным элементам полярного прямоугольного сферического треугольника $A_1B_1C_1$ вычисляем искомые элементы A , b и c четвертного сферического треугольника:

$$A = 180^\circ - a_1 = 180^\circ - 93^\circ 41', 6 = 86^\circ 18', 4;$$

$$b = 180^\circ - B_1 = 180^\circ - 76^\circ 29', 2 = 103^\circ 30', 8;$$

$$c = 180^\circ - C_1 = 180^\circ - 105^\circ 00', 3 = 74^\circ 59', 7.$$

В задачах № 121—130 приведены данные четвертного сферического треугольника ABC ($a = 90^\circ$). Вычислить A , b и c .

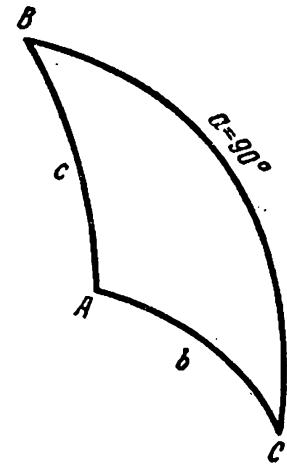


Рис. 2

№ задачи	B	C	№ задачи	B	C
121	45°15',0	56°35',0	126	40°51',0	51°46',7
122	132 45,0	123 35,0	127	25 22,5	172 46,1
123	43 47,8	104 30,2	128	32 23,3	38 27,3
124	34 28,0	121 06,0	129	131 05,1	167 43,3
125	29 07,3	65 44,1	130	140 56,9	71 53,0

Второй случай

Пример 2. В четвертном сферическом треугольнике ABC ($a = 90^\circ$) известны угол $B = 157^\circ 40', 2$ и прилежащая сторона $c = 147^\circ 52', 7$. Вычислить A , C и b .

Решение. 1. Решаем полярный прямоугольный сферический треугольник $A_1B_1C_1$:

$$\begin{aligned} \text{tg } c_1 &= \sin b_1 \text{tg } C_1 \dots c_1 < 90^\circ; \\ \text{tg } a_1 &= \text{tg } b_1 \sec C_1 \dots a_1 < 90^\circ; \\ \cos B_1 &= \cos b_1 \sin C_1 \dots B_1 < 90^\circ. \end{aligned}$$

	c_1		a_1		B_1	
B_1	22°19',8	\sin	9.57 972	tg	9.61 357	\cos
C_1	32°07',3	tg	9.79 784	\sec	0.06 215	\sin
	$\text{tg } c_1$	9.37 756	$\text{tg } a_1$	9.68 572	$\cos B_1$	9.69 183
	c_1	13°25',0	a_1	25°52',3	B_1	60°32',3

2. Вычисляем элементы четвертного сферического треугольника ABC :

$$C = 180^\circ - c_1 = 166^\circ 35',0;$$

$$A = 180^\circ - a_1 = 154^\circ 07',7;$$

$$b = 180^\circ - B_1 = 119^\circ 27',7.$$

В задачах № 131—140 приведены данные четвертного сферического треугольника ABC ($a = 90^\circ$). Вычислить A , C и b .

№ задачи	B	c	№ задачи	B	c
131	130°05',7	60°36',7	136	104°55',5	48°37',2
132	166 45,5	142 40,0	137	80 36,2	141 05,7
133	148 40,2	127 54,1	138	37 34,8	147 46,0
134	163 23,1	158 51,7	139	98 53,2	12 43,8
135	13 14,5	142 40,0	140	162 40,5	98 28,5

Третий случай

Пример 3. В четвертом сферическом треугольнике ABC ($a = 90^\circ$) известны угол $A = 60^\circ 51', 5$ и прилежащая к нему сторона $b = 63^\circ 08', 6$. Вычислить B , C и c .

Решение.

$$\begin{aligned}\sin b_1 &= \sin a_1 \sin B_1 \dots \text{так как } B_1 > 90^\circ, \text{ то и } b_1 > 90^\circ; \\ \operatorname{tg} c_1 &= \operatorname{tg} a_1 \cos B_1 \dots \quad c_1 < 90^\circ; \\ \operatorname{tg} C_1 &= \sec a_1 \operatorname{ctg} B_1 \dots \quad C_1 < 90^\circ.\end{aligned}$$

	b_1		c_1		C_1	
a_1 $(60^\circ 51', 5)$	sin	9.94 123	tg	0.25 372	sec	0.31 250
B_1 $(63^\circ 08', 6)$	sin	9.95 043	cos	9.65 491	ctg	9.70 447
	$\sin(180^\circ - b_1)$	9.89 166	$\operatorname{tg} c_1$	9.90 863	$\operatorname{tg} C_1$	0.01 697
	$(180^\circ - b_1)$ b_1	$51^\circ 11', 4$ $128^\circ 48', 6$	c_1	$39^\circ 01', 0$	C_1	$48^\circ 07', 2$
	B	$51^\circ 11', 4$	C	$140^\circ 59', 0$	c	$133^\circ 52', 8$

В задачах № 141—150 приведены данные четвертного сферического треугольника ABC ($a = 90^\circ$). Вычислить B , C и c .

№ задачи	A	b	№ задачи	A	b
141	$63^\circ 32', 4$	$77^\circ 53', 3$	146	$107^\circ 17', 0$	$103^\circ 27', 6$
142	$40^\circ 33,8$	$114^\circ 01,2$	147	$70^\circ 29,2$	$106^\circ 30,6$
143	$123^\circ 44,3$	$138^\circ 54,9$	148	$131^\circ 01,2$	$124^\circ 26,0$
144	$123^\circ 14,7$	$130^\circ 00,0$	149	$158^\circ 59,1$	$104^\circ 11,8$
145	$96^\circ 55,7$	$118^\circ 51,5$	150	$163^\circ 29,4$	$53^\circ 49,0$

Четвертый случай

Пример 4. В четвертом сферическом треугольнике ABC ($a = 90^\circ$) известны стороны $b = 65^\circ 02', 0$ и $c = 118^\circ 43', 5$. Вычислить A , B и C .

Решение.

$$\begin{aligned}\cos a_1 &= \operatorname{ctg} B_1 \operatorname{ctg} C_1 \dots a_1 > 90^\circ; \\ \cos b_1 &= \cos B_1 \operatorname{cosec} C_1 \dots b_1 > 90^\circ; \\ \cos c_1 &= \operatorname{cosec} B_1 \cos C_1 \dots c_1 < 90^\circ.\end{aligned}$$

	a_1		b_1		c_1	
B_1	$114^\circ 58', 0$ $(65^\circ 02', 0)$	ctg	$9.66\ 801$	\cos	$9.62\ 541$	cosec
C_1	$61^\circ 16', 5$	ctg	$9.73\ 882$	cosec	$0.05\ 704$	\cos
	$\cos(180^\circ - a_1)$	$9.40\ 683$	$\cos(180^\circ - b_1)$	$9.68\ 245$	$\cos c_1$	$9.72\ 439$
	$(180^\circ - a_1)$ a_1	$75^\circ 13', 0$ $104^\circ 47', 0$	$(180^\circ - b_1)$ b_1	$61^\circ 13', 7$ $118^\circ 46', 3$	c_1	$57^\circ 59', 1$
	A	$75^\circ 13', 0$	B	$61^\circ 13', 7$	C	$122^\circ 00', 9$

В задачах № 151—160 приведены данные четвертного сферического треугольника ABC ($a = 90^\circ$). Вычислить A , B и C .

№ задачи	b	c	№ задачи	b	c
151	$100^\circ 22', 1$	$124^\circ 45', 8$	156	$140^\circ 10', 9$	$70^\circ 04', 9$
152	$76^\circ 57, 7$	$78^\circ 21, 8$	157	$77^\circ 58, 2$	$164^\circ 10, 5$
153	$53^\circ 49, 0$	$142^\circ 40, 0$	158	$126^\circ 55, 0$	$130^\circ 53, 0$
154	$113^\circ 40, 0$	$74^\circ 30, 0$	159	$99^\circ 49, 4$	$25^\circ 01, 5$
155	$102^\circ 16, 7$	$127^\circ 54, 1$	160	$102^\circ 44, 0$	$13^\circ 19, 0$

Пятый случай

Пример 5. В четвертном сферическом треугольнике ABC ($a = 90^\circ$) известны углы $A = 86^\circ 18', 4$ и $B = 104^\circ 00', 0$. Вычислить b , c и C .

Решение.

$$\begin{aligned} \sin B_1 &= \operatorname{cosec} a_1 \sin b_1 \dots \text{так как } b_1 < 90^\circ, \text{ то и } B_1 < 90^\circ; \\ \cos C_1 &= \operatorname{ctg} a_1 \operatorname{tg} b_1 \dots & C_1 > 90^\circ; \\ \cos c_1 &= \cos a_1 \sec b_1 \dots & c_1 > 90^\circ. \end{aligned}$$

	B_1		C_1		c_1	
a_1	$93^\circ 41', 6$ $(86^\circ 18', 4)$	cosec	$0.00\ 091$	ctg	$8.80\ 990$	\cos
b_1	$76^\circ 00', 0$	\sin	$9.98\ 690$	tg	$0.60\ 323$	\sec
	$\sin B_1$	$9.98\ 781$	$\cos(180^\circ - C_1)$	$9.41\ 313$	$\cos(180^\circ - c_1)$	$9.42\ 532$
	B_1	$76^\circ 29', 3$	$(180^\circ - C_1)$ C_1	$74^\circ 59', 7$ $105^\circ 00', 3$	$(180^\circ - c_1)$ c_1	$74^\circ 33', 5$ $105^\circ 26', 5$
	b	$103^\circ 30', 7$	c	$74^\circ 59', 7$	C	$74^\circ 33', 5$