

Л.Ф. Черниев

Сборник задач по мореходной астрономии

**Москва
«Книга по Требованию»**

УДК 52
ББК 22.6
Л11

Л11 **Л.Ф. Черниев**
Сборник задач по мореходной астрономии / Л.Ф. Черниев – М.: Книга по Требованию, 2023. – 352 с.

ISBN 978-5-458-28185-0

Настоящий задачник составлен в соответствии с действующей программой по курсу «Мореходная астрономия» судоводительских факультетов высших инженерных морских училищ ММФ. Задачник включает задачи на все разделы курса «Мореходная астрономия», решенные по современным пособиям и Морскому Астрономическому Ежегоднику на 1969 г. В начале каждого параграфа приведены образцы решения типовых задач с пояснениями. Для нечетных номеров задач даны промежуточные и окончательные ответы. В приложении помещены выдержки из МАЕ, необходимые для решения всех задач данного пособия. Это позволит использовать задачник на протяжении многих лет, а также облегчит работу заочникам, которые не имеют соответствующего Ежегодника.

ISBN 978-5-458-28185-0

© Издание на русском языке, оформление
«YOYO Media», 2023
© Издание на русском языке, оцифровка,
«Книга по Требованию», 2023

Эта книга является репринтом оригинала, который мы создали специально для Вас, используя запатентованные технологии производства репринтных книг и печати по требованию.

Сначала мы отсканировали каждую страницу оригинала этой редкой книги на профессиональном оборудовании. Затем с помощью специально разработанных программ мы произвели очистку изображения от пятен, клякс, перегибов и попытались отбелить и выровнять каждую страницу книги. К сожалению, некоторые страницы нельзя вернуть в изначальное состояние, и если их было трудно читать в оригинале, то даже при цифровой реставрации их невозможно улучшить.

Разумеется, автоматизированная программная обработка репринтных книг – не самое лучшее решение для восстановления текста в его первоизданном виде, однако, наша цель – вернуть читателю точную копию книги, которой может быть несколько веков.

Поэтому мы предупреждаем о возможных погрешностях восстановленного репринтного издания. В издании могут отсутствовать одна или несколько страниц текста, могут встретиться невыводимые пятна и кляксы, надписи на полях или подчеркивания в тексте, нечитаемые фрагменты текста или загибы страниц. Покупать или не покупать подобные издания – решать Вам, мы же делаем все возможное, чтобы редкие и ценные книги, еще недавно утраченные и несправедливо забытые, вновь стали доступными для всех читателей.

РЕШЕНИЕ СФЕРИЧЕСКИХ ТРЕУГОЛЬНИКОВ

§ 1. Решение прямоугольных сферических треугольников

Решение прямоугольного сферического треугольника ABC (рис. 1) может быть выполнено с помощью десяти формул сферической тригонометрии, указанных в табл. 1. Они получены из основных тригонометрических формул. Их можно также получить, применяя правило Модюи-Непера для случая прямоугольных сферических треугольников.

Если элемент сферического треугольника вычисляют по формулам (7)—(10), то получают два ответа, так как $\sin a = \sin (180^\circ - a)$. В большинстве случаев эта двойственность сводится к однозначному решению на основании следующих рассуждений:

если катеты b и c однородны (оба больше или меньше 90°), то гипотенуза $a < 90^\circ$; если же катеты b и c разнородны (один больше, другой меньше 90°), то гипотенуза $a > 90^\circ$; если однородны углы B и C , то $a < 90^\circ$; если углы B и C разнородны, то $a > 90^\circ$;

если катет меньше 90° , то противолежащий ему угол также меньше 90° ; если катет больше 90° , то противолежащий ему угол больше 90° .

При решении прямоугольных сферических треугольников возможны шесть случаев.

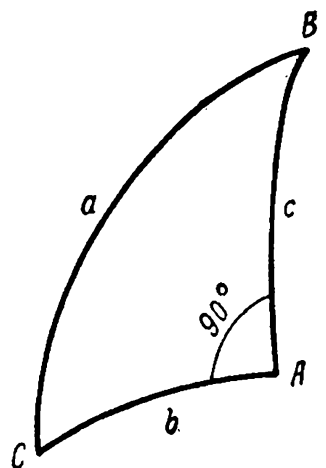


Рис. 1

Таблица 1

| № | Формулы | № | Формулы |
|---|--|----|---|
| 1 | $\cos a = \cos b \cos c$ | 6 | $\cos C = \cos c \sin B$ |
| 2 | $\cos a = \operatorname{ctg} B \operatorname{ctg} C$ | 7 | $\sin b = \sin a \sin B$ |
| 3 | $\cos B = \operatorname{ctg} a \operatorname{tg} c$ | 8 | $\sin c = \sin a \sin C$ |
| 4 | $\cos C = \operatorname{ctg} a \operatorname{tg} b$ | 9 | $\sin c = \operatorname{tg} b \operatorname{ctg} B$ |
| 5 | $\cos B = \cos b \sin C$ | 10 | $\sin b = \operatorname{tg} c \operatorname{ctg} C$ |

Первый случай

Пример 1. В прямоугольном сферическом треугольнике ABC ($A = 90^\circ$) известны катеты $b = 154^\circ 37',5$ и $c = 7^\circ 13',9$. Вычислить a , B и C .

Решение. 1. Выписываем формулы, связывающие каждый из искомых элементов с двумя данными:

$$\cos a = \cos b \cos c;$$

$$\sin c = \operatorname{tg} b \operatorname{ctg} B;$$

$$\sin b = \operatorname{tg} c \operatorname{ctg} C.$$

2. Неизвестные элементы переносим в левую часть. Исследуем формулы на знаки:

$$\overset{-}{\cos} a = \overset{-}{\cos} b \overset{+}{\cos} c \dots a > 90^\circ;$$

$$\overset{-}{\operatorname{tg}} B = \overset{-}{\operatorname{tg}} b \overset{+}{\operatorname{cosec}} c \dots B > 90^\circ;$$

$$\overset{+}{\operatorname{tg}} C = \overset{+}{\operatorname{cosec}} b \overset{+}{\operatorname{tg}} c \dots C < 90^\circ.$$

3. Выполняем вычисления по схеме

| | | a | | B | | C | |
|-----|---|-----------------------------------|-------------------|--|-------------------|------------------------|------------------|
| b | $154^\circ 37',5$ ($25^\circ 22',5$) | \cos | 9.95 594 | tg | 9.67 605 | cosec | 0.36 800 |
| c | $7^\circ 13',9$ | \cos | 9.99 653 | cosec | 0.90 003 | tg | 9.10 343 |
| | | $\overset{\cos}{(180^\circ - a)}$ | 9.95 247 | $\overset{\operatorname{tg}}{(180^\circ - B)}$ | 0. 57 608 | $\operatorname{tg} C$ | 9.47 143 |
| | | $(180^\circ - a)$ | $26^\circ 19',1$ | $(180^\circ - B)$ | $75^\circ 08',1$ | | |
| | | a | $153^\circ 40',9$ | B | $104^\circ 51',9$ | C | $16^\circ 29',6$ |

В задачах № 1—20 приведены данные прямоугольного сферического треугольника ABC ($A = 90^\circ$). Вычислить a , B и C .

| № задачи | b | c | № задачи | b | c |
|----------|-------------------|-------------------|----------|-------------------|-------------------|
| 1 | $35^\circ 14',2$ | $122^\circ 07',7$ | 11 | $145^\circ 32',0$ | $58^\circ 54',0$ |
| 2 | $49^\circ 59',4$ | $13^\circ 17',6$ | 12 | $46^\circ 17',6$ | $55^\circ 17',7$ |
| 3 | $134^\circ 45',0$ | $123^\circ 25',0$ | 13 | $139^\circ 09',0$ | $128^\circ 13',3$ |
| 4 | $38^\circ 05',6$ | $107^\circ 14',5$ | 14 | $149^\circ 57',2$ | $113^\circ 17',6$ |
| 5 | $150^\circ 52',7$ | $114^\circ 15',9$ | 15 | $145^\circ 36',7$ | $141^\circ 32',3$ |
| 6 | $144^\circ 31',0$ | $57^\circ 45',0$ | 16 | $135^\circ 14',7$ | $74^\circ 31',2$ |
| 7 | $136^\circ 12',2$ | $75^\circ 29',8$ | 17 | $39^\circ 03',1$ | $108^\circ 07',0$ |
| 8 | $138^\circ 12',0$ | $127^\circ 22',3$ | 18 | $133^\circ 47',3$ | $122^\circ 15',0$ |
| 9 | $47^\circ 15',0$ | $56^\circ 25',0$ | 19 | $48^\circ 54',9$ | $12^\circ 16',7$ |
| 10 | $153^\circ 41',4$ | $8^\circ 23',2$ | 20 | $137^\circ 14',4$ | $74^\circ 00',3$ |

Примечание. Ответы, помещенные в конце книги, даны на задачи с нечетными номерами.

Второй случай

Пример 2. В прямоугольном сферическом треугольнике ABC ($A = 90^\circ$) известны катет $b = 81^\circ 06', 8$ и прилежащий к нему угол $C = 167^\circ 16', 2$. Вычислить a , c и B .

Решение. Из табл. 1 подбираем для решения нужные формулы:

$$\begin{aligned} \overset{-}{\text{tg}} c &= \overset{+}{\sin} b \overset{-}{\text{tg}} C \dots c > 90^\circ; \\ \overset{-}{\text{tg}} a &= \overset{+}{\text{tg}} b \overset{-}{\sec} C \dots a > 90^\circ; \\ \overset{+}{\cos} B &= \overset{+}{\cos} b \overset{+}{\sin} C \dots B < 90^\circ. \end{aligned}$$

| | | c | | a | | B | |
|-----|---|--|---------------------------------------|--|--|----------|-------------------|
| b | $81^\circ 06', 8$ | \sin | 9.99 476 | tg | 0.80 588 | \cos | 9.18 887 |
| C | $167^\circ 16', 2$ ($12^\circ 43', 8$) | tg | 9.35 393 | \sec | 0.01 081 | \sin | 9.34 313 |
| | | $\overset{\text{tg}}{(180^\circ - c)}$ | 9.34 869 | $\overset{\text{tg}}{(180^\circ - a)}$ | 0.81 669 | $\cos B$ | 8.53 200 |
| | | $\overset{(180^\circ - c)}{c}$ | $12^\circ 34, 9$ $167^\circ 25, 1$ | $\overset{(180^\circ - a)}{a}$ | $81^\circ 19', 7$ $98^\circ 40', 3$ | B | $88^\circ 03', 0$ |

В задачах № 21—40 приведены данные прямоугольного сферического треугольника ABC ($A = 90^\circ$). Вычислить a , c , и B .

| № задачи | b | C | № задачи | b | C |
|----------|--------------------|--------------------|----------|--------------------|--------------------|
| 21 | $39^\circ 50', 5$ | $123^\circ 09', 5$ | 31 | $142^\circ 25', 2$ | $32^\circ 14', 0$ |
| 22 | $98^\circ 48', 7$ | $39^\circ 04', 3$ | 32 | $165^\circ 43', 2$ | $38^\circ 41', 6$ |
| 23 | $166^\circ 45', 5$ | $37^\circ 20', 0$ | 33 | $75^\circ 04', 5$ | $131^\circ 22', 8$ |
| 24 | $14^\circ 48', 8$ | $36^\circ 55', 4$ | 34 | $30^\circ 58', 8$ | $51^\circ 49', 8$ |
| 25 | $31^\circ 19', 8$ | $52^\circ 05', 9$ | 35 | $16^\circ 36', 9$ | $21^\circ 08', 3$ |
| 26 | $74^\circ 56', 2$ | $130^\circ 50', 6$ | 36 | $50^\circ 03', 2$ | $118^\circ 55', 3$ |
| 27 | $49^\circ 54', 3$ | $119^\circ 23', 3$ | 37 | $13^\circ 14', 5$ | $37^\circ 20', 0$ |
| 28 | $17^\circ 00', 2$ | $20^\circ 58', 8$ | 38 | $18^\circ 00', 3$ | $80^\circ 32', 8$ |
| 29 | $17^\circ 19', 5$ | $81^\circ 31', 5$ | 39 | $99^\circ 23', 8$ | $38^\circ 54', 3$ |
| 30 | $80^\circ 55', 4$ | $166^\circ 10', 6$ | 40 | $68^\circ 13', 2$ | $38^\circ 51', 8$ |

Третий случай

Пример 3. В прямоугольном сферическом треугольнике ABC ($A = 90^\circ$) известны гипотенуза $a = 48^\circ 58', 8$ и прилежащий угол $B = 55^\circ 34', 0$. Вычислить b , c и C .

Решение.

$$\begin{aligned} \overset{+}{\sin} b &= \overset{+}{\sin} a \overset{+}{\sin} B \dots \text{так как } B < 90^\circ, \text{ то и } b < 90^\circ; \\ \overset{+}{\text{tg}} c &= \overset{+}{\text{tg}} a \overset{+}{\cos} B \dots c < 90^\circ; \\ \overset{+}{\text{tg}} C &= \overset{+}{\sec} a \overset{+}{\text{ctg}} B \dots C < 90^\circ. \end{aligned}$$

| | | | <i>b</i> | | <i>c</i> | | <i>C</i> |
|----------|----------|--------------|----------|-------------|----------|-------------|----------|
| <i>a</i> | 48°58',8 | sin | 9.87 765 | tg | 0.06 053 | sec | 0.18 288 |
| <i>B</i> | 55°34',0 | sin | 9.91 634 | cos | 9.75 239 | ctg | 9.83 605 |
| | | sin <i>b</i> | 9.79 399 | tg <i>c</i> | 9.81 292 | tg <i>C</i> | 0.01 893 |
| | | <i>b</i> | 38°29',0 | <i>c</i> | 33°01',5 | <i>C</i> | 46°14',9 |

В задачах № 41—60 приведены данные прямоугольного сферического треугольника ABC ($A = 90^\circ$). Вычислить b , c и C .

| № задачи | <i>a</i> | <i>B</i> | № задачи | <i>a</i> | <i>B</i> |
|----------|-----------|-----------|----------|----------|----------|
| 41 | 103°55',7 | 137°08',0 | 51 | 83°04',3 | 61°08',5 |
| 42 | 82 50,9 | 60 44,6 | 52 | 49 00,7 | 54 55,6 |
| 43 | 16 30,6 | 126 11,0 | 53 | 109 30,8 | 73 29,4 |
| 44 | 108 00,2 | 72 40,6 | 54 | 15 17,3 | 125 58,7 |
| 45 | 139 26,2 | 65 58,8 | 55 | 21 00,9 | 75 48,2 |
| 46 | 20 50,3 | 76 08,3 | 56 | 138 51,2 | 66 01,6 |
| 47 | 56 45,3 | 50 00,0 | 57 | 116 27,6 | 102 06,7 |
| 48 | 115 56,2 | 101 55,8 | 58 | 57 06,2 | 49 57,3 |
| 49 | 56 15,7 | 41 05,1 | 59 | 72 43,3 | 76 32,4 |
| 50 | 73 11,4 | 77 33,1 | 60 | 55 55,5 | 40 40,6 |

Четвертый случай

Пример 4. В прямоугольном сферическом треугольнике ABC ($A = 90^\circ$) известны углы $B = 87^\circ 16',0$ и $C = 166^\circ 41',0$. Вычислить a , b и c .

Решение.

$$\begin{aligned} \cos a &= \overset{+}{\text{ctg}} B \overset{-}{\text{ctg}} C \dots a > 90^\circ; \\ \cos b &= \overset{+}{\cos} B \overset{+}{\text{cosec}} C \dots b < 90^\circ; \\ \cos c &= \overset{-}{\text{cosec}} B \overset{+}{\cos} C \dots c > 90^\circ. \end{aligned}$$

| | | <i>a</i> | | <i>b</i> | | <i>c</i> | |
|----------|------------|------------------------|-----------|----------|----------|------------------------|-----------|
| <i>B</i> | 87°16′,0 | ctg | 8.67 890 | cos | 8.67 841 | cosec | 0.00 049 |
| <i>C</i> | 163°41′,0 | ctg | 0.62 581 | cosec | 0.63 764 | cos | 9.98 816 |
| | (13°19′,0) | | | | | | |
| | | $\cos (180^\circ - a)$ | 9.30 471 | $\cos b$ | 9.31 605 | $\cos (180^\circ - c)$ | 9.98 865 |
| | | $(180^\circ - a)$ | 78°21′,8 | | | $(180^\circ - c)$ | 13°02′,7 |
| | | <i>a</i> | 101°38′,2 | <i>b</i> | 78°03′,1 | <i>c</i> | 166°57′,3 |

В задачах № 61—80 приведены данные прямоугольного сферического треугольника ABC ($A = 90^\circ$). Вычислить a , b и c .

| № задачи | B | C | № задачи | B | C |
|----------|-----------|----------|----------|-----------|----------|
| 61 | 139°31',0 | 78°21',2 | 71 | 126°11',0 | 37°20',0 |
| 62 | 125 48,4 | 37 33,4 | 72 | 86 56,8 | 167 11,4 |
| 63 | 103 02,3 | 101 38,2 | 73 | 77 43,3 | 52 05,9 |
| 64 | 78 14,7 | 51 51,1 | 74 | 104 57,7 | 100 59,7 |
| 65 | 66 20,0 | 105 30,0 | 75 | 102 01,8 | 15 49,5 |
| 66 | 101 56,4 | 16 06,0 | 76 | 65 57,7 | 104 52,4 |
| 67 | 39 49,1 | 109 55,1 | 77 | 79 37,9 | 55 14,2 |
| 68 | 78 55,8 | 56 00,4 | 78 | 40 08,3 | 110 11,6 |
| 69 | 80 10,6 | 154 58,5 | 79 | 53 05,0 | 49 07,0 |
| 70 | 134 24,6 | 64 02,3 | 80 | 79 53,7 | 155 14,2 |

Пятый случай

Пример 5. В прямоугольном сферическом треугольнике ABC ($A = 90^\circ$) известны гипотенуза $a = 18^\circ 46',9$ и катет $b = 10^\circ 57',8$. Вычислить B , C и c .

Решение.

$$\overset{+}{\sin} B = \overset{+}{\operatorname{cosec}} a \overset{+}{\sin} b \dots \text{ так как } b < 90^\circ, \text{ то и } B < 90^\circ;$$

$$\overset{+}{\cos} C = \overset{+}{\operatorname{ctg}} a \overset{+}{\operatorname{tg}} b \dots \quad C < 90^\circ;$$

$$\overset{+}{\cos} c = \overset{+}{\cos} a \overset{+}{\sec} b \dots \quad c < 90^\circ.$$

| | | B | | C | | c | |
|-----|----------|------------------------|----------|----------------------|----------|----------|----------|
| a | 18°46',9 | cosec | 0.49 220 | ctg | 0.46 843 | \cos | 9.97 624 |
| b | 10°57',8 | \sin | 9.27 917 | tg | 9.28 716 | \sec | 0.00 800 |
| | | $\sin B$ | 9.77 137 | $\cos C$ | 9.75 559 | $\cos c$ | 9.98 424 |
| | | B | 36°12',4 | C | 55°16',6 | c | 15°20',5 |

В задачах № 81—100 приведены данные прямоугольного сферического треугольника ABC ($A = 90^\circ$). Вычислить B , C и c .

| № задачи | a | b | № задачи | a | b |
|----------|----------|-----------|----------|----------|----------|
| 81 | 32°08',0 | 157°48',0 | 91 | 95°26',2 | 98°37',9 |
| 82 | 87 10,2 | 76 02,0 | 92 | 80 56,6 | 80 58,2 |
| 83 | 81 19,7 | 81 06,8 | 93 | 86 42,7 | 75 43,3 |
| 84 | 117 56,2 | 140 48,8 | 94 | 68 48,3 | 23 55,5 |
| 85 | 69 13,7 | 24 13,1 | 95 | 80 00,4 | 47 38,6 |
| 86 | 119 59,0 | 38 02,2 | 96 | 104 11,3 | 140 48,6 |
| 87 | 103 58,8 | 140 56,8 | 97 | 118 32,9 | 141 09,5 |
| 88 | 18 08,8 | 11 10,2 | 98 | 59 59,7 | 32 53,4 |
| 89 | 60 22,4 | 33 07,6 | 99 | 120 38,7 | 37 24,2 |
| 90 | 80 44,7 | 80 51,3 | 100 | 95 16,3 | 99 00,7 |

Шестой случай

Пример 6. В прямоугольном сферическом треугольнике ABC ($A = 90^\circ$) известны катет $b = 41^\circ 19',5$ и противолежащий ему угол $B = 42^\circ 52',1$. Вычислить a , c и C .

Решение (задача имеет два решения):

$$\overset{+}{\sin} a = \overset{+}{\sin} b \overset{+}{\operatorname{cosec}} B;$$

$$\overset{+}{\sin} c = \overset{+}{\operatorname{tg}} b \overset{+}{\operatorname{ctg}} B;$$

$$\overset{+}{\sin} C = \overset{+}{\sec} b \overset{+}{\cos} B.$$

| | | | a | | c | | C | |
|-----|------------------|--------|----------|----------------------|----------|-------------------|----------|-------------------|
| b | $41^\circ 19',5$ | \sin | 9.81 976 | tg | 9.94 414 | \sec | 0,12 438 | |
| B | $41^\circ 52',1$ | \cos | 0.16 729 | ctg | 9.97 649 | \cos | 9.98 944 | |
| | | | $\sin a$ | 9.98 705 | $\sin c$ | 9.92 063 | $\sin C$ | 0.11 382 |
| | | | a_1 | $76^\circ 04',7$ | c_1 | $71^\circ 19',0$ | C_1 | $77^\circ 25',0$ |
| | | | a_2 | $103^\circ 55',3$ | c_2 | $108^\circ 41',0$ | C_2 | $102^\circ 35',0$ |

В задачах № 101—120 приведены данные прямоугольного сферического треугольника ABC ($A = 90^\circ$). Вычислить a , c и C .

| № задачи | b | B | № задачи | b | B |
|----------|------------------|------------------|----------|------------------|------------------|
| 101 | $73^\circ 34',5$ | $76^\circ 19',0$ | 111 | $27^\circ 38',0$ | $27^\circ 43',0$ |
| 102 | 26 53,7 | 28 01,5 | 112 | 40 06,6 | 43 11,2 |
| 103 | 37 23,7 | 53 05,0 | 113 | 38 27,8 | 56 00,6 |
| 104 | 38 48,7 | 55 53,4 | 114 | 36 56,3 | 52 52,4 |
| 105 | 63 25,0 | 81 31,5 | 115 | 139 48,4 | 105 55,2 |
| 106 | 140 03,4 | 106 11,7 | 116 | 62 44,8 | 82 00,3 |
| 107 | 157 48,0 | 134 44,1 | 117 | 64 13,3 | 79 54,4 |
| 108 | 63 54,2 | 80 08,8 | 118 | 158 00,0 | 134 41,4 |
| 109 | 51 02,8 | 80 14,7 | 119 | 50 05,1 | 63 03,7 |
| 110 | 49 48,3 | 62 56,7 | 120 | 51 16,3 | 80 32,6 |

§ 2. Решение четвертных сферических треугольников

Вычисление неизвестных элементов (рис. 2) четвертного сферического треугольника ABC ($a = 90^\circ$) сводится к решению полярного ему прямоугольного сферического треугольника $A_1B_1C_1$ ($A_1 = 90^\circ$). Полярными сферические треугольники будут в том случае, если справедливы следующие соотношения их элементов:

$$A = 180^\circ - a_1; \quad a = 180^\circ - A_1;$$

$$B = 180^\circ - b_1; \quad b = 180^\circ - B_1;$$

$$C = 180^\circ - c_1; \quad c = 180^\circ - C_1.$$

Четвертные сферические треугольники можно также решать, применяя основные формулы сферической тригонометрии. При решении четвертных сферических треугольников возможны также шесть случаев.

Первый случай

Пример 1. В четвертном сферическом треугольнике ABC ($a = 90^\circ$) известны углы $B = 104^\circ 00', 0$ и $C = 74^\circ 33', 4$. Вычислить A , b и c .

Решение. 1. Данному четвертному сферическому треугольнику ABC ($a = 90^\circ$) полярным будет прямоугольный сферический треугольник $A_1B_1C_1$ ($A_1 = 90^\circ$), в котором известны стороны $b_1 = 180^\circ - B = 76^\circ 00', 0$ и $c_1 = 180^\circ - C = 105^\circ 26', 6$.

2. Выписываем формулы для полярного прямоугольного сферического треугольника $A_1B_1C_1$ и анализируем их на знаки:

$$\begin{aligned} \overset{-}{\cos} a_1 &= \overset{+}{\cos} b_1 \overset{-}{\cos} c_1 \dots a_1 > 90^\circ; \\ \overset{+}{\operatorname{tg}} B_1 &= \overset{+}{\operatorname{tg}} b_1 \overset{+}{\operatorname{cosec}} c_1 \dots B_1 < 90^\circ; \\ \overset{-}{\operatorname{tg}} C_1 &= \overset{+}{\operatorname{cosec}} b_1 \overset{-}{\operatorname{tg}} c_1 \dots C_1 > 90^\circ. \end{aligned}$$

3. Выполняем вычисления по схеме

| | | a_1 | | B_1 | | C_1 | |
|-------|---|-------------------------|-------------------|-------------------------|-------------------|--------------------------------------|--------------------|
| b_1 | $76^\circ 00', 0$ | \cos | 9.38 368 | tg | 0.60 323 | cosec | 0.01 310 |
| c_1 | $105^\circ 26', 6$ ($74^\circ 33', 4$) | \cos | 9.42 535 | cosec | 0.01 597 | tg | 0.55 869 |
| | | $\cos(180^\circ - a_1)$ | 8.80 903 | $\operatorname{tg} B_1$ | 0.61 920 | $\operatorname{tg}(180^\circ - C_1)$ | 0.57 179 |
| | | $(180^\circ - a_1)$ | $86^\circ 18', 4$ | | | $(180^\circ - C_1)$ | $74^\circ 59', 7$ |
| | | a_1 | $93^\circ 41', 6$ | B_1 | $76^\circ 29', 2$ | C_1 | $105^\circ 00', 3$ |

По определенным элементам полярного прямоугольного сферического треугольника $A_1B_1C_1$ вычисляем искомые элементы A , b и c четвертного сферического треугольника:

$$A = 180^\circ - a_1 = 180^\circ - 93^\circ 41', 6 = 86^\circ 18', 4;$$

$$b = 180^\circ - B_1 = 180^\circ - 76^\circ 29', 2 = 103^\circ 30', 8;$$

$$c = 180^\circ - C_1 = 180^\circ - 105^\circ 00', 3 = 74^\circ 59', 7.$$

В задачах № 121—130 приведены данные четвертного сферического треугольника ABC ($a = 90^\circ$). Вычислить A , b и c .

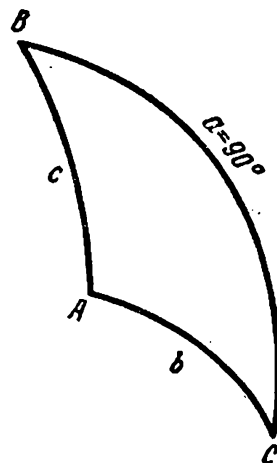


Рис. 2

| № задачи | B | C | № задачи | B | C |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 121 | 45°15',0 | 56°35',0 | 126 | 40°51',0 | 51°46',7 |
| 122 | 132 45,0 | 123 35,0 | 127 | 25 22,5 | 172 46,1 |
| 123 | 43 47,8 | 104 30,2 | 128 | 32 23,3 | 38 27,3 |
| 124 | 34 28,0 | 121 06,0 | 129 | 131 05,1 | 167 43,3 |
| 125 | 29 07,3 | 65 44,1 | 130 | 140 56,9 | 71 53,0 |

Второй случай

Пример 2. В четвертном сферическом треугольнике ABC ($a = 90^\circ$) известны угол $B = 157^\circ 40',2$ и прилежащая сторона $c = 147^\circ 52',7$. Вычислить A , C и b .

Решение. 1. Решаем полярный прямоугольный сферический треугольник $A_1B_1C_1$:

$$\begin{aligned} \overset{+}{\operatorname{tg}} c_1 &= \overset{+}{\sin} b_1 \overset{+}{\operatorname{tg}} C_1 \dots c_1 < 90^\circ; \\ \overset{+}{\operatorname{tg}} a_1 &= \overset{+}{\operatorname{tg}} b_1 \overset{+}{\sec} C_1 \dots a_1 < 90^\circ; \\ \overset{+}{\cos} B_1 &= \overset{+}{\cos} b_1 \overset{+}{\sin} C_1 \dots B_1 < 90^\circ. \end{aligned}$$

| | | c_1 | | a_1 | | B_1 | |
|-------|----------|-------------------------|----------|-------------------------|----------|------------|----------|
| B_1 | 22°19',8 | \sin | 9.57 972 | tg | 9.61 357 | \cos | 9.96 615 |
| C_1 | 32°07',3 | tg | 9.79 784 | \sec | 0.06 215 | \sin | 9.72 568 |
| | | $\operatorname{tg} c_1$ | 9.37 756 | $\operatorname{tg} a_1$ | 9.68 572 | $\cos B_1$ | 9.69 183 |
| | | c_1 | 13°25',0 | a_1 | 25°52',3 | B_1 | 60°32',3 |

2. Вычисляем элементы четвертного сферического треугольника ABC :

$$C = 180^\circ - c_1 = 166^\circ 35',0;$$

$$A = 180^\circ - a_1 = 154^\circ 07',7;$$

$$b = 180^\circ - B_1 = 119^\circ 27',7.$$

В задачах № 131—140 приведены данные четвертного сферического треугольника ABC ($a = 90^\circ$). Вычислить A , C и b .

| № задачи | B | c | № задачи | B | c |
|----------|-----------|----------|----------|-----------|----------|
| 131 | 130°05',7 | 60°36',7 | 136 | 104°55',5 | 48°37',2 |
| 132 | 166 45,5 | 142 40,0 | 137 | 80 36,2 | 141 05,7 |
| 133 | 148 40,2 | 127 54,1 | 138 | 37 34,8 | 147 46,0 |
| 134 | 163 23,1 | 158 51,7 | 139 | 98 53,2 | 12 43,8 |
| 135 | 13 14,5 | 142 40,0 | 140 | 162 40,5 | 98 28,5 |

Третий случай

Пример 3. В четвертном сферическом треугольнике ABC ($a = 90^\circ$) известны угол $A = 60^\circ 51',5$ и прилежащая к нему сторона $b = 63^\circ 08',6$. Вычислить B , C и c .

Решение.

$$\overset{+}{\sin} b_1 = \overset{+}{\sin} a_1 \overset{+}{\sin} B_1 \dots \text{ так как } B_1 > 90^\circ, \text{ то и } b_1 > 90^\circ;$$

$$\overset{+}{\operatorname{tg}} c_1 = \overset{-}{\operatorname{tg}} a_1 \overset{-}{\cos} B_1 \dots \quad c_1 < 90^\circ;$$

$$\overset{+}{\operatorname{tg}} C_1 = \overset{-}{\sec} a_1 \overset{-}{\operatorname{ctg}} B_1 \dots \quad C_1 < 90^\circ.$$

| | | b_1 | | c_1 | | C_1 | |
|-------|---|-------------------------------------|---------------------------------------|-------------------------|-------------------|-------------------------|-------------------|
| a_1 | $119^\circ 08',5$ $(60^\circ 51',5)$ | \sin | 9.94 123 | tg | 0.25 372 | \sec | 0.31 250 |
| B_1 | $116^\circ 51',4$ $(63^\circ 08',6)$ | \sin | 9.95 043 | \cos | 9.65 491 | ctg | 9.70 447 |
| | | $\overset{\sin}{(180^\circ - b_1)}$ | 9.89 166 | $\operatorname{tg} c_1$ | 9.90 863 | $\operatorname{tg} C_1$ | 0.01 697 |
| | | $\overset{(180^\circ - b_1)}{b_1}$ | $51^\circ 11',4$ $128^\circ 48',6$ | c_1 | $39^\circ 01',0$ | C_1 | $48^\circ 07',2$ |
| | | B | $51^\circ 11',4$ | C | $140^\circ 59',0$ | c | $133^\circ 52',8$ |

В задачах № 141—150 приведены данные четвертного сферического треугольника ABC ($a = 90^\circ$). Вычислить B , C и c .

| № задачи | A | b | № задачи | A | b |
|----------|-------------------|-------------------|----------|-------------------|-------------------|
| 141 | $63^\circ 32',4$ | $77^\circ 53',3$ | 146 | $107^\circ 17',0$ | $103^\circ 27',6$ |
| 142 | $40^\circ 33',8$ | $114^\circ 01',2$ | 147 | $70^\circ 29',2$ | $106^\circ 30',6$ |
| 143 | $123^\circ 44',3$ | $138^\circ 54',9$ | 148 | $131^\circ 01',2$ | $124^\circ 26',0$ |
| 144 | $123^\circ 14',7$ | $130^\circ 00',0$ | 149 | $158^\circ 59',1$ | $104^\circ 11',8$ |
| 145 | $96^\circ 55',7$ | $118^\circ 51',5$ | 150 | $163^\circ 29',4$ | $53^\circ 49',0$ |

Четвертый случай

Пример 4. В четвертном сферическом треугольнике ABC ($a = 90^\circ$) известны стороны $b = 65^\circ 02',0$ и $c = 118^\circ 43',5$. Вычислить A , B и C .

Решение.

$$\overset{-}{\cos} a_1 = \overset{-}{\operatorname{ctg}} B_1 \overset{+}{\operatorname{ctg}} C_1 \dots a_1 > 90^\circ;$$

$$\overset{-}{\cos} b_1 = \overset{-}{\cos} B_1 \overset{+}{\operatorname{cosec}} C_1 \dots b_1 > 90^\circ;$$

$$\overset{+}{\cos} c_1 = \overset{+}{\operatorname{cosec}} B_1 \overset{+}{\cos} C_1 \dots c_1 < 90^\circ.$$

| | | a_1 | | b_1 | | c_1 | |
|-------|---|---------------------------------------|----------|------------------------------|---------------------------------------|------------|-------------------|
| B_1 | $114^\circ 58',0$ ($65^\circ 02',0$) | ctg | 9.66 801 | cos | 9.62 541 | cosec | 0.04 261 |
| C_1 | $61^\circ 16',5$ | ctg | 9.73 882 | cosec | 0,05 704 | cos | 9.68 178 |
| | | $\cos(180^\circ - a_1)$ | 9.40 683 | $\cos(180^\circ - b_1)$ | 9.68 245 | $\cos c_1$ | 9.72 439 |
| | $(180^\circ - a_1)$ a_1 | $75^\circ 13',0$ $104^\circ 47',0$ | | $(180^\circ - b_1)$ b_1 | $61^\circ 13',7$ $118^\circ 46',3$ | c_1 | $57^\circ 59',1$ |
| | A | $75^\circ 13',0$ | | B | $61^\circ 13',7$ | C | $122^\circ 00',9$ |

В задачах № 151—160 приведены данные четвертного сферического треугольника ABC ($a = 90^\circ$). Вычислить A , B и C .

| № задачи | b | c | № задачи | b | c |
|----------|-------------------|-------------------|----------|-------------------|------------------|
| 151 | $100^\circ 22',1$ | $124^\circ 45',8$ | 156 | $140^\circ 10',9$ | $70^\circ 04',9$ |
| 152 | 76 57,7 | 78 21,8 | 157 | 77 58,2 | 164 10,5 |
| 153 | 53 49,0 | 142 40,0 | 158 | 126 55,0 | 130 53,0 |
| 154 | 113 40,0 | 74 30,0 | 159 | 99 49,4 | 25 01,5 |
| 155 | 102 16,7 | 127 54,1 | 160 | 102 44,0 | 13 19,0 |

Пятый случай

Пример 5. В четвертном сферическом треугольнике ABC ($a = 90^\circ$) известны углы $A = 86^\circ 18',4$ и $B = 104^\circ 00',0$. Вычислить b , c и C .

Решение.

$$\overset{+}{\sin} B_1 = \overset{+}{\operatorname{cosec}} a_1 \overset{+}{\sin} b_1 \dots \text{ так как } b_1 < 90^\circ, \text{ то и } B_1 < 90^\circ;$$

$$\overset{-}{\cos} C_1 = \overset{-}{\operatorname{ctg}} a_1 \overset{+}{\operatorname{tg}} b_1 \dots \quad C_1 > 90^\circ;$$

$$\overset{-}{\cos} c_1 = \overset{-}{\cos} a_1 \overset{+}{\sec} b_1 \dots \quad c_1 > 90^\circ.$$

| | | B_1 | | C_1 | | c_1 | |
|-------|--|------------|-------------------|-------------------------------------|---------------------------------------|-------------------------------------|---------------------------------------|
| a_1 | $93^\circ 41',6$ ($86^\circ 18',4$) | cosec | 0.00 091 | ctg | 8.80 990 | cos | 8.80 900 |
| b_1 | $76^\circ 00',0$ | sin | 9.98 690 | tg | 0.60 323 | sec | 0.61 632 |
| | | $\sin B_1$ | 9.98 781 | $\overset{\cos}{(180^\circ - C_1)}$ | 9.41 313 | $\overset{\cos}{(180^\circ - c_1)}$ | 9.42 532 |
| | | B_1 | $76^\circ 29',3$ | $\overset{(180^\circ - C_1)}{C_1}$ | $74^\circ 59',7$ $105^\circ 00',3$ | $\overset{(180^\circ - c_1)}{c_1}$ | $74^\circ 33',5$ $105^\circ 26',5$ |
| | | b | $103^\circ 30',7$ | c | $74^\circ 59',7$ | C | $74^\circ 33',5$ |