

Шибель Адальберт

Зубчатые колеса

**Москва
«Книга по Требованию»**

УДК 82-3
ББК 84
А28

А28 **Адальберт Ш.**
Зубчатые колеса / Шибель Адальберт – М.: Книга по Требованию, 2023. – 148 с.

ISBN 978-5-521-31097-5

ISBN 978-5-521-31097-5

© Издание на русском языке, оформление
«YOYO Media», 2023
© Издание на русском языке, оцифровка,
«Книга по Требованию», 2023

Эта книга является репринтом оригинала, который мы создали специально для Вас, используя запатентованные технологии производства репринтных книг и печати по требованию.

Сначала мы отсканировали каждую страницу оригинала этой редкой книги на профессиональном оборудовании. Затем с помощью специально разработанных программ мы произвели очистку изображения от пятен, клякс, перегибов и попытались отбелить и выровнять каждую страницу книги. К сожалению, некоторые страницы нельзя вернуть в изначальное состояние, и если их было трудно читать в оригинале, то даже при цифровой реставрации их невозможно улучшить.

Разумеется, автоматизированная программная обработка репринтных книг — не самое лучшее решение для восстановления текста в его первоизданном виде, однако, наша цель — вернуть читателю точную копию книги, которой может быть несколько веков.

Поэтому мы предупреждаем о возможных погрешностях восстановленного репринтного издания. В издании могут отсутствовать одна или несколько страниц текста, могут встретиться невыводимые пятна и кляксы, надписи на полях или подчеркивания в тексте, нечитаемые фрагменты текста или загибы страниц. Покупать или не покупать подобные издания — решать Вам, мы же делаем все возможное, чтобы редкие и ценные книги, еще недавно утраченные и несправедливо забытые, вновь стали доступными для всех читателей.

ПРЕДИСЛОВИЕ ПЕРЕВОДЧИКА.

Предлагаемая в русском переводе книга Шибеля представляет большой интерес для всех, кому приходится иметь дело с зубчатыми колесами.

Особый интерес представляет теория эвольвентного зацепления и теория исправления этого зацепления, излагаемая проф. Шибелем совершенно оригинально. Он исходит не из отвлеченных теоретических соображений, а из чисто практической задачи нарезания шестерен методом обкатки и особенностей тех явлений, которые при этом наблюдаются. Изменяя размеры шестерни, меняя расположение инструмента относительно заготовки, удается получить у передачи совсем новые свойства, и вопрос сводится к тому, чтобы подобрать эти условия так, чтобы передача получилась наиболее выгодной. С этой точки зрения производства зубчатых колес и изложена проф. Шибелем их теория. Поэтому, несмотря на то, что глава, специально посвященная нарезанию шестерен, невелика по объему, книга Шибеля интересна и для производственников, так как дает прочный фундамент для оценки различных систем зуборезных станков. Это особенно важно в настоящее время, когда в связи с растущим в нашей стране автостроением, тракторостроением, станкостроением потребность в зубчатых колесах чрезвычайно возросла и развилась работа на зуборезных станках самых разнообразных систем и конструкций. Но и другим вопросам, вопросам расчета, конструирования передач, ошибкам при изготовлении и сборке и их влиянию на работу передач, также уделено достаточно внимания.

Вообще в кратком предисловии невозможно пересказать всего богатства содержания книги Шибеля. Она несомненно окажет большую пользу и студенту и технику, впервые приступающим к изучению зубчатых колес, и конструктору, проектирующему зубчатые передачи, и производственнику, имеющему дело с зуборезными станками, и, наконец, инструментальщику, проектирующему инструмент для нарезания шестерен.

Что же касается перевода книги Шибеля на русский язык, то он представил большие трудности. Дело в том, что Шибель предполагает у читателя знакомство с теорией зацепления; кроме того во многих случаях его интересуют лишь выводы, и потому промежуточные выкладки, порой весьма длинные и сложные, он опускает. Поэтому, чтобы облегчить неподготовленному читателю чтение настоящей книги, в переводе пришлось сделать много дополнений и вставок. Если при

переводе литературного произведения считается неправильным делать большие отступления от оригинала, то при переводе технических книг такие отступления вполне законны, если только при этом не искажается мысль автора.

Ленинград.
Август 1930 г.

А. Бажин.

ПРЕДИСЛОВИЕ К ПЕРВОМУ НЕМЕЦКОМУ ИЗДАНИЮ.

Автор поставил себе задачу — дать картину современного состояния производства зубчатых колес. Их конструкции, расчету и изготовлению уделено при этом одинаковое внимание.

В основу изложения положен материал, который обычно можно найти в учебниках по деталям машин. Он подвергся серьезной проработке с устранением всего устаревшего и с другой стороны значительно пополнен новыми конструкциями шестерен, результатами исследований и опытов, равно как и подробным критическим разбором способов нарезания шестерен. Данные для этого автор черпал не только из новейших литературных источников. Большинство сведений и чертежей были предоставлены ему различными фирмами, занимающимися изготовлением зубчатых колес, которым автор и приносит за это свою искреннюю благодарность.

Способы нарезания шестерен были включены в книгу потому, что только благодаря усовершенствованиям в этой области можно ожидать дальнейшего прогресса в деле изготовления зубчатых колес. Зубчатая передача является очень чувствительным механизмом: плавный ход можно получить только при теоретически точном изготовлении профилей у зубцов. Поэтому нарезать зубцы следует только на станках, работающих инструментами возможно простой конструкции; воспроизведение вычерченного профиля на металл слишком сложно и всегда связано с неточностями.

Поэтому теория зацепления изложена с точки зрения нарезания зубцов. В нее не только включено подробное геометрическое исследование поверхностей зубцов, но и разобраны процессы движения, необходимые для образования этих поверхностей. При выводе отдельных теорий мы всегда стремились исходить из самых простых положений и в целях большей простоты изложения и наглядности иногда пользовались вычислениями и формулами, а иногда прибегали к графическим построениям. В отдельных, правда немногочисленных, случаях приходилось прибегать к очень сложным геометрическим построениям, но избежать их было невозможно, так как трудности самих вопросов требовали и сложных построений. Это впрочем относится к некоторым тонким вопросам теории зацепления, имеющим значение лишь при более глубоком изучении предмета. Поэтому начинающие, при первом чтении книги, могут опустить их без всякого ущерба для понимания остального.

Общеизвестные способы построения профилей зубцов изложены очень кратко; исключения допущены лишь в отношении тех факторов, которые оказывают влияние на способы обработки. Поэтому в соот-

ответственных местах идет речь не столько о построении профилей, сколько об исследовании процесса зацепления.

Глава, посвященная ошибкам и неправильностям в выполнении зубчатых передач и последствиям этих ошибок, представляет собой естественное дополнение к главе, трактующей о способах обработки зубцов, тем более, что некоторые способы нарезания не вполне отвечают теоретическим требованиям. Новой является попытка точно установить, как происходит процесс зацепления у неправильно выполненной зубчатой передачи, и определить возникающее при этом мгновенное увеличение скорости ведомой шестерни. Величина δ , характеризующая такое изменение скорости, может быть вычислена, если известно, в чем состоит неправильность выполнения передачи, или найдена графически при помощи специального прибора.

Так как некоторые области теории зацепления не поддаются точному разграничению, то нам приходилось иногда отступать от систематичности изложения. Ради более наглядного деления содержания на части приходилось в отдельных местах вводить некоторые детали, которые могли стать понятными только из дальнейшего изложения. Так например правильное представление о червячных фрезах, о которых говорится в V главе, может быть получено лишь после знакомства с червячным зацеплением вообще.

Следующий том будет посвящен цилиндрическим и коническим зубчатым колесам со спиральными зубцами и шестерням с непараллельными и непересекающимися осями.

Прага.
Апрель 1911 г.

Д-р А. Шибель.

ПРЕДИСЛОВИЕ КО ВТОРОМУ НЕМЕЦКОМУ ИЗДАНИЮ.

Замечаемое в последнее время стремление провести нормализацию и в области зубчатых колес побудило автора заново переработать теорию эвольвентного зацепления и произвести критическую оценку новых предложений исправлять зацепление.

Некоторые недостатки, неизбежные при профилировании зубцов, были устранены при разработке теории рядового зацепления. К ним следует прежде всего отнести применяющееся укорочение высоты головки зуба на величину участка, выходящего за предельную точку линии зацепления, а также практикующееся укорочение бесполезного, нерабочего участка ножки при малом числе зубцов у шестерни. Радиальные же участки ножки могут быть при этом заменены удлиненными эпициклоидами, отчего прочность зуба значительно повышается. Однако подобные очертания переходных к ободу участков ножек зубцов возможно осуществить только либо при нарезании зубцов по копиру, либо при фрезеровании их фасонной фрезой. При нарезании же шестерен по методу обкатки, в случае если число зубцов меньше 32, происходит потеря рабочего участка ножки, что служит препятствием для осуществления рядового зацепления.

Всех указанных недостатков не имеет правильно сконструирован-

ное *исправленное* зацепление, у которого основой для построения профилей зубцов служит уже не начальная окружность, а некоторая другая, которую обычно называют модульной окружностью, а профили зубцов получаются в предположении, что шестерня сцепляется с рейкой, чем достигается возможность выполнять ее наипростейшим способом. При этом основной величиной, от которой зависит конструкция всей передачи, является величина смещения профиля. Если это смещение выбирать в зависимости только от числа зубцов у шестерни и совершенно не считаться с числами зубцов сцепляющихся с ней шестерен, то сконструированные таким образом зубчатые колеса могут образовывать рядовое зацепление, т. е. каждая шестерня будет давать правильное зацепление с любой другой, но наимыгоднейших условий зацепления при этом не получится. Так как, однако, выполнение рядового зацепления несколько не проще, чем выполнение исправленного зацепления, то следует рекомендовать принимать в расчет своеобразие каждого зацепления шестерен отдельно и наимыгоднейшие смещения профилей у них определять в зависимости от числа зубцов у каждой шестерни и величины передачи.

Вместо частью уже опубликованных, а частью сохраняемых в секрете способов нахождения величины смещения профиля, по большей части эмпирического характера, автор сделал попытку дать общую теорию исправления эвольвентного зацепления, положив в основу метод нарезания зубцов по способу обкатки. Получающееся же при этом неизбежное подрезание ножек у зубцов не оказывает никакого влияния на процесс зацепления потому, что такое подрезание задевает лишь участки профиля, не принимающие участия в работе. Одним из преимуществ выведенной теории является возможность применять ее не только к цилиндрическим зубчатым колесам, но и к коническим и даже к шестерням со спиральными зубцами.

В главе, посвященной коническим зубчатым колесам, сделана попытка доказать, что старый приближенный способ профилирования зубцов, данный еще Тредгольдом и основанный на разворачивании в плоскость дополнительной конической поверхности, вполне пригоден по своей точности для всех случаев практики. Этим опровергается основанное на ошибочном вычислении мнение, будто бы способ Тредгольда дает лишь грубо приближенные очертания профилей у зубцов.

Прага.
Ноябрь 1921 г.

Д-р А. Шибель.

I. ЦИЛИНДРИЧЕСКИЕ ЗУБЧАТЫЕ КОЛЕСА.

Передаточным числом i называется отношение угловой скорости ω_2 , или числа оборотов n_2 , ведомого вала к угловой скорости ω_1 , или соответственно числу оборотов n_1 , ведущего вала. У всех зубчатых передач отношение скоростей обратно пропорционально числам зубцов, так что:

$$i = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{z_1}{z_2}.$$

При параллельном расположении осей две соприкасающиеся цилиндрические поверхности, называемые *делительными* или *начальными*, катятся одна по другой без скольжения с некоторой окружной скоростью v . Поэтому, если мы обозначим радиусы окружностей, получающихся в пересечении цилиндрических поверхностей с плоскостью, перпендикулярной к их осям, через R_1 и R_2 , то можем написать следующее соотношение:

$$v = R_1 \omega_1 = R_2 \omega_2$$

или:

$$i = \frac{R_1}{R_2} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{z_1}{z_2}. \quad (1)$$

Расстояние между центрами делительных окружностей, очевидно, равно сумме радиусов (фиг. 1):

$$a = R_1 + R_2.$$

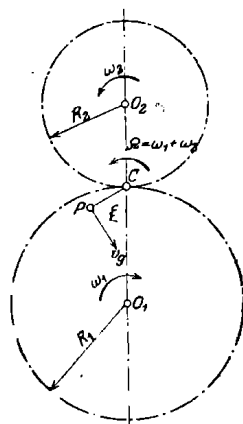
Решая это уравнение совместно с (1), получим:

$$R_1 = \frac{a}{1 + \frac{z_2}{z_1}}; \quad R_2 = \frac{a}{1 + \frac{z_1}{z_2}}.$$

Относительное движение делительных окружностей состоит в качении одной окружности по другой. В каждый момент времени это движение есть вращение вокруг мгновенного центра, которым является точка касания C обеих окружностей. Это вращение вокруг мгновенного центра происходит с угловой скоростью:

$$\Omega = \omega_1 + \omega_2.$$

В каждой точке касания P двух зубцов, находящейся в расстоянии ξ от мгновенного центра C , происходит скольжение одного профиля



Фиг. 1.

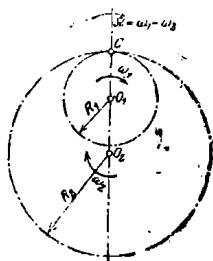
по другому. Направление и скорость скольжения $v_{ск}$ соответствуют относительному вращению вокруг точки C :

$$v_{ск} = \Omega \xi = (\omega_1 + \omega_2) \xi. \quad (2)$$

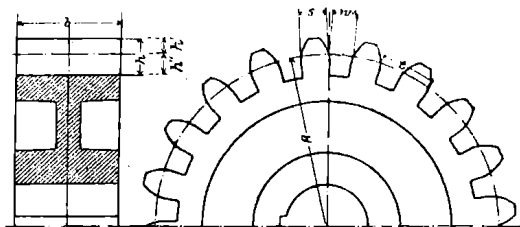
Если оба вала должны вращаться в одну сторону, то берутся зубчатые колеса с внутренним зацеплением (фиг. 2). В этом случае введенные выше соотношения несколько изменяются. Именно величины, относящиеся к шестерне с внутренними зубцами, принимают отрицательное значение, так что:

$$R_1 = \frac{a}{\frac{z_2}{z_1} - 1}; \quad R_2 = \frac{a}{1 - \frac{z_1}{z_2}}; \quad \Omega = \omega_1 - \omega_2.$$

При обыкновенном выполнении цилиндрических шестерен, зубцы их делаются прямыми, т. е. образующие поверхностей зубцов параллель-



Фиг. 2.



Фиг. 3.

ны оси шестерни (фиг. 3). Все размеры зубцов берутся в зависимости от шага t шестерни, которым называется расстояние между осями двух соседних зубцов, измеренное по дуге начальной окружности. Очевидно:

$$2\pi R = zt,$$

где z есть число зубцов. У двух сцепляющихся между собою шестерен шаги, конечно, должны быть равны. Точно так же должны быть равны и толщины зубцов s , измеренные по дугам соответственных начальных окружностей. Если сделать:

$$s = \frac{t}{2},$$

то между соприкасающимися зубцами не будет никакого зазора, что возможно только при очень точной обработке зубцов и тщательной сборке всей зубчатой передачи. При обыкновенном же качестве работы между зубцами оставляется зазор приблизительно в $\frac{t}{20}$, так что:

толщина зубца
$$s = \frac{19}{40} t,$$

а промежуток:

$$w = \frac{21}{40} t.$$

Высота зубца определяется следующими размерами:

$$\begin{array}{l} \text{высота головки} \dots h' = 0,3 t \\ \text{высота ножки} \dots h'' = 0,4 t, \end{array}$$

так что полная высота зубца $h = 0,7 t$. Таким образом радиальный зазор между вершиной зубца и дном впадины равняется $0,1 t$.

Из соотношения:

$$2 \pi R = z t$$

видно, что для того, чтобы получить диаметр делительной окружности $2R$ в круглых числах, нужно величину шага брать кратной π , т. е.:

$$t = m \pi.$$

Величину:

$$m = \frac{t}{\pi}$$

называют *модулем* или *диаметральным* шагом. В этом случае диаметр делительной окружности:

$$2R = z m.$$

Обычно, на практике до $m = 3$ значения модуля берут через каждые $\frac{1}{4}$ мм, до $m = 6$ мм через каждые $\frac{1}{2}$ мм, а свыше 6 мм через один миллиметр.¹

В настоящее время размеры зубцов выражаются в модуле, а именно:

$$\text{высота головки } h' = m;$$

$$\text{высота ножки } h'' = 1 \frac{1}{6} m,$$

так что полная высота зубца

$$h = h' + h'' = 2 \frac{1}{6} m.$$

Отсюда видно, что радиальный зазор получается немного меньше, а именно вместо $0,1 t$ только $\frac{1}{6} \cdot \frac{t}{\pi} = 0,053 t$.

Зазор между зубцами, т. е. разность между толщиной зубца и шириной промежутка, делается при малых модулях (до $m = 10$ мм) равным 0,4 мм. Если же зубцы после нарезания закаливаются и затем шлифуются, то этот зазор уменьшают до 0,2 мм.

От приведенных нормальных размеров зубцов иногда, при различных специальных зацеплениях, отступают, если только такими изменениями можно получить некоторые преимущества в отношении прочности,

См. 1-е дополнение в конце книги. *Прим. перев.*

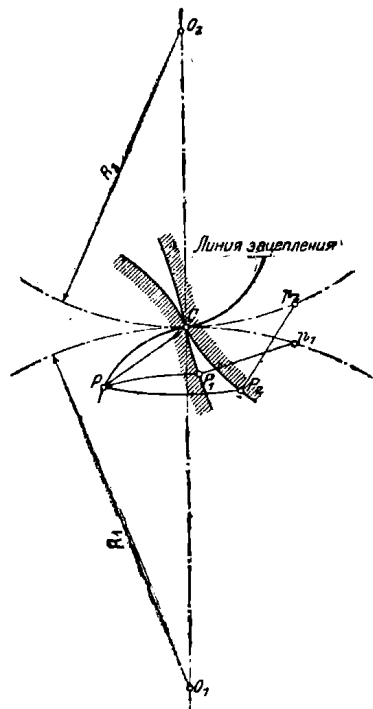
продолжительности зацепления или износа. Ниже мы увидим, что шестерни с очень малым числом зубцов невозможно выполнять нормальных размеров — у зубцов приходится изменять толщину, а также высоту головки и ножки, чтобы получить приемлемую для работы форму.

А. Законы зацепления.

В точке касания P (фиг. 1) профилей двух зубцов происходит, как это было указано выше, скольжение одного профиля по другому. Направление этого скольжения $v_{ск}$ перпендикулярно к PC и соответствует относительному вращению вокруг точки C . Для того чтобы такое скольжение было возможно, общая касательная обоих профилей, проведенная в точке их соприкосновения P , должна совпадать с направлением скорости скольжения $v_{ск}$. Тогда нормаль к профилям в той же точке P пойдет перпендикулярно к направлению скорости и совпадет с PC . Заметим, что по направлению нормали передается усилие с одного зубца на другой. Последнее условие можно выразить в виде следующего закона зацепления:

Общая нормаль в точке соприкосновения двух профилей проходит через точку касания C обеих делительных окружностей, называемую *полусом зацепления*.

Этот закон дает возможность построить *линию зацепления* для любого профиля зубца, т. е. геометрическое место точек соприкосновения двух сопряженных зубцов. Нормаль к произвольной точке P_1 профиля (фиг. 4) пересекает собственную делительную окружность в точке p_1 . В момент зацепления эта нормаль проходит



Фиг. 4.

через точку C . Чтобы найти положение точки P_1 в момент зацепления, нужно отрезок P_1p_1 повернуть вокруг центра O_1 шестерни так, чтобы точка p_1 совпала с точкой C . Тогда точка P и будет искомым положением точки P_1 . Подобным способом можно найти положение каждой точки профиля в момент зацепления, а следовательно и линию зацепления. Таким образом между профилем зубца и линией зацепления имеется вполне определенная геометрическая зависимость.

Зная профиль зубцов одной шестерни и линию зацепления, можно построить профиль зубцов другой шестерни, которые бы правильно сцеплялись с зубцами первой. Обыкновенно зубцы шестерен вычерчиваются в положении, когда они касаются друг друга в полюсе зацепления C (фиг. 4). Для того чтобы отрезок нормали P_1p_1 пришел в положение зацепления, нужно, чтобы делительная окружность повер-

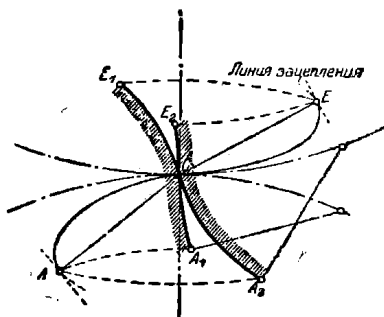
нулась на дугу p_1C . При этом другая делительная окружность повернется на равную дугу p_2C , потому что окружные скорости обеих делительных окружностей, как это было указано выше, равны, т. е.:

$$\text{дуга } Cp_1 = \text{дуге } Cp_2.$$

Отрезок нормали P_2p_2 второго профиля, проходящий через точку p_2 в момент зацепления, очевидно, совпадает с отрезком P_1p_1 . Поэтому, чтобы найти точку P_2 профиля второй шестерни, соответствующую точке P_1 , нужно отрезок PC повернуть вокруг центра шестерни O_2 в обратную сторону на дугу Cp_2 делительной окружности. Полученная точка P_2 принадлежит профилю зубца второй шестерни, которая в точке P коснется точки P_1 профиля первого зубца. Таким образом произвольно заданный профиль зубца одной шестерни вполне определяет профиль зубца другой шестерни.

Однако возможность выполнения накладывает известное ограничение на выбор профиля зубца. Выполнимы только такие профили, которые в местах соприкосновения представляют собой либо две выпуклые кривые, либо один профиль выпуклый, а другой вогнутый, причем в последнем случае вогнутый профиль должен иметь больший радиус кривизны, чем выпуклый.

Зная расположение линии зацепления относительно полюса зацепления C и центров делительных окружностей, можно найти границы участков профилей зубцов, участвующих в работе. Пусть на фиг. 5 ACE есть линия зацепления, точки A и E — ее



Фиг. 5.

крайние точки. Чтобы найти те точки профилей, которые совпадут в точке A , нужно очевидно из нижнего центра засечь дугой AA_1 левый профиль, а дугой AA_2 из верхнего центра правый профиль. Тогда точки A_1 и A_2 , двигаясь при вращении шестерен по вычерченному пунктиром дугам, придут в точку зацепления A . Точно так же находим крайние точки E_1E_2 профилей, соответствующие точке E . Участки профилей A_1E_1 и A_2E_2 будут принимать участие в работе, и мы будем называть их *рабочими кромками или рабочими участками профилей*; части же, расположенные за крайними точками A_1, A_2, E_1, E_2 , в работе участвовать не будут, и потому им можно давать произвольное очертание.

Мы показали, что линия зацепления определяет собой рабочие участки профилей; но сейчас мы увидим, что как не весь профиль, так и не вся линия зацепления могут быть использованы для работы. В самом деле, на фиг. 6 крайней точкой линии зацепления является точка A (этой точке соответствует точка A_1 левого профиля), потому что, если мы возьмем точку a , расположенную за точкой A , то ей будет соответствовать точка a_1 , но уже лежащая на второй ветви профиля. Последняя теоретически хотя и может существовать, но практически она невыполнима.

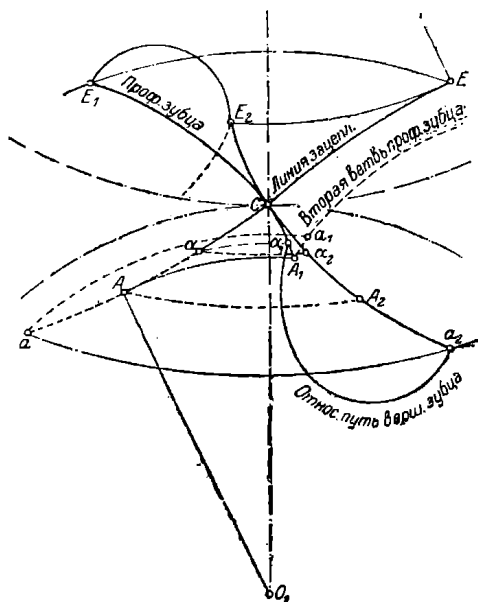
Ниже, в главе об эвольвентном зацеплении, будет подробно показано, какие участки линии зацепления не могут быть использованы, а сейчас заметим только, что крайней точкой A является точка, ближе всего расположенная к центру O_1 делительной окружности.

Следующим условием правильности зацепления является требование, чтобы концентрическая окружность, проведенная через вершину зубца, не выходила за крайнюю точку линии зацепления.

На фиг. 6 вершиной правого зубца должна быть точка A_2 . Но продолжим профиль и возьмем за вершину точку a_2 . Тогда, построив относительный путь точки a_2 , увидим, что он заходит за профиль левого зубца и пересекает его в точке a_1 . Поэтому, если подобные зубцы были бы выполнены, то они при работе врезались бы в сцепляющиеся с ними зубцы, что,

конечно, привело бы к поломке шестерен. Но если все же решено было бы выполнить подобные удлиненные зубцы, то тогда пришлось бы у сцепляющихся с ними зубцов отбросить участок профиля a_1A_1 , что повело бы к потере участка aa линии зацепления, а участок a_2a_2 правого профиля оказался бы нерабочим.

Таким образом увеличение высоты головки зубца совершенно бесполезно и ведет к укорочению длины линии зацепления, что, как это увидим ниже, крайне невыгодно. Кроме того при удлинении головки приходится подрезать основания у сцепляющихся с ними зубцов, что во-первых уменьшает их прочность, а во-вторых делает невозможной нарезку их фасонной



Фиг. 6.

фрезой. Ниже мы увидим, что иногда у некоторых шестерен из рядового эвольвентного зацепления окружности, проведенные через вершины зубцов, выходят за предельные точки линии зацепления. В этом случае приходится у всех шестерен в ряде менять соотношения между высотами головки и ножки, а именно уменьшать головку и увеличивать ножку.

Подрезанные зубцы можно нарезать на станках, работающих по принципу обкатки, но для этого необходимо, чтобы наружные режущие кромки инструмента заходили за крайнюю точку линии зацепления. Так как подрезание зубцов уменьшает длину линии зацепления и понижает их прочность, то подобная конструкция зубцов в настоящее время оставлена.

Но есть один случай, когда такое подрезание зубцов, если и не желательно, то во всяком случае допустимо, именно — когда относительный путь вершины зубца, врезаясь в сопряженный профиль, не