

А.М. Длин

**Математическая статистика
в технике**

**Москва
«Книга по Требованию»**

УДК 51
ББК 22.1
А11

A11 **А.М. Длин**
Математическая статистика в технике / А.М. Длин – М.: Книга по Требованию,
2013. – 468 с.

ISBN 978-5-458-50499-7

В последние годы значительно возросли роль и значение методов математической статистики в технике, что объясняется исключительной сложностью современных технологических процессов, многообразием и обилием различных внешних и внутренних факторов, влияющих на производственный процесс. Множественность связей и в ряде случаев невозможность их расчленения, заставляют исследователя в каждом отдельном случае наблюдать лишь суммарный эффект действия многих факторов, из которых только один (или некоторые) представляет для него самостоятельный интерес, остальные же являются побочными факторами, затемняющими конечный результат исследования...

ISBN 978-5-458-50499-7

© Издание на русском языке, оформление

«YOYO Media», 2013

© Издание на русском языке, оцифровка,

«Книга по Требованию», 2013

Эта книга является репринтом оригинала, который мы создали специально для Вас, используя запатентованные технологии производства репринтных книг и печати по требованию.

Сначала мы отсканировали каждую страницу оригинала этой редкой книги на профессиональном оборудовании. Затем с помощью специально разработанных программ мы произвели очистку изображения от пятен, кляксы, перегибов и попытались отбелить и выровнять каждую страницу книги. К сожалению, некоторые страницы нельзя вернуть в изначальное состояние, и если их было трудно читать в оригинале, то даже при цифровой реставрации их невозможно улучшить.

Разумеется, автоматизированная программная обработка репринтных книг – не самое лучшее решение для восстановления текста в его первозданном виде, однако, наша цель – вернуть читателю точную копию книги, которой может быть несколько веков.

Поэтому мы предупреждаем о возможных погрешностях восстановленного репринтного издания. В издании могут отсутствовать одна или несколько страниц текста, могут встретиться невыводимые пятна и кляксы, надписи на полях или подчеркивания в тексте, нечитаемые фрагменты текста или загибы страниц. Покупать или не покупать подобные издания – решать Вам, мы же делаем все возможное, чтобы редкие и ценные книги, еще недавно утраченные и несправедливо забытые, вновь стали доступными для всех читателей.

ПРЕДИСЛОВИЕ КО ВТОРОМУ ИЗДАНИЮ

Первая попытка применения математических методов при рассмотрении вопросов, связанных с промышленным производством, принадлежит выдающемуся русскому математику акад. М. В. Остроградскому, который еще в 1846 г. в трудах Академии наук опубликовал предложения по этому вопросу.

В своей работе М. В. Остроградский указал на возможность применения выборочного метода при контроле качества готовой продукции и отметил, что решение поставленного им вопроса «дает возможность поставщикам сократить до приблизительно одной двадцатой части чрезвычайно утомительную механическую работу по проверке, например, очень большого числа мешков с мукою или кусков сукна».

Основы выборочного метода, выдвинутого акад. М. В. Остроградским, были впоследствии развиты корифеями русской математической школы П. Л. Чебышевым, А. М. Ляпуновым и А. А. Марковым. Доказанные ими предельные теоремы сыграли большую роль в деле практического приложения математической статистики в технике и др. областях.

Наши современники, советские ученые А. Н. Колмогоров, С. Н. Бернштейн, А. Я. Хинчин, В. И. Романовский, Б. В. Гнеденко, Н. В. Смирнов, Б. С. Ястребский, Е. Е. Слуцкий и др., развивая теорию вероятностей и математическую статистику, тем самым оказывают большую помощь нашим инженерным кадрам и научным работникам в изучении закономерностей массового производства.

Статистика в применении к технике находит в настоящее время все большее распространение и приобретает право гражданства в качестве особой отрасли знания — математической статистики в технике. Она находит применение при изучении радиоактивного распада атомов, испускания электронов раскаленными металлами, испускания фотоэлектронов, пульсации тока в силовых системах,

в различных вопросах телефонии, радиопередач, химической термодинамики и т. п.

В последние годы значительно увеличился со стороны производственных работников интерес к статистическому методу как приему исследования, который широко применяется для расчета общей погрешности механизма, станка и прибора, для установления точности работы отдельных агрегатов и т. д. Большое значение приобретает математическая статистика при изучении вопросов, связанных с совершенствованием и конструированием машин, станков и приборов.

Методы математической статистики также необходимы в области технологии и организации производства и, в частности, для установления межоперационных припусков для оценки технологических режимов, при конструировании инструмента и приспособлений, при выборочном контроле и анализе производственного процесса и в борьбе с браком продукции.

Нельзя не отметить также и того, что в нашей стране огромное количество лабораторий, занятых научными исследованиями, не может обойтись без научной обработки результатов эксперимента, оценки погрешностей и выявления в ряде случаев взаимосвязей.

Отдельные опыты могут дать случайные результаты, обусловленные особенностями обстановки именно данного опыта. Чтобы правильно оценить его результаты, надо знать, в какой мере возможно воздействие таких случайностей, и уметь извлекать выводы из результатов массовых экспериментов.

Внедрение новой техники немыслимо без широкого развития эксперимента. Производственные предприятия накапливают огромные материалы, которые часто остаются неиспользованными надлежащим образом. Между тем, изучение этих материалов методами математической статистики могло бы дать ценные для производства выводы и во многих случаях дополнить дорогостоящие исследования.

При этом нельзя переоценивать статистические методы. Правильное применение статистического анализа к определенному материальному объекту (процессу) отнюдь не может быть сведено к одним математическим приемам. Оно прежде всего требует предварительного теоретического анализа конкретного своеобразия, раскрытия «своегообразной логики, своеобразного предмета»* (Маркс) и знания законов, лежащих в основе изучаемого предмета. Роль статистико-математических методов должна заключаться в измерении закономерностей, раскрытых специфическим анализом данной конкретной отрасли знаний.

Характерной чертой буржуазной статистики является математический формализм, стремление подменить изучение объективных закономерностей голыми математическими формулами, оторванными от реального объекта своего применения, и поэтому получается то, что Ленин называл «игрой в цифирки». Подлинно научная

математическая статистика должна базироваться на предварительном качественном анализе и не может быть использована в отрыве от реальной природы объекта своего применения.

Советский инженер, изучая математическую статистику, должен все время помнить об указаниях основоположников марксизма — ленинизма по вопросу о роли статистики и не превращать использование этого ценного научного орудия в самоцель.

В настоящей работе приведены основные сведения о применении математической статистики для обработки результатов наблюдений в производственных условиях. Инженеры, пользуясь этими методами, должны направлять свое внимание на тщательное изучение производственных закономерностей, на подчинение производственных погрешностей строгому контролю для систематического совершенствования технологии и организации производства.

Внедрение математической статистики в производственную практику помогает находить дополнительные пути к повышению культуры производства, повышению использования оборудования и производительности труда, снижению себестоимости и увеличению рентабельности.

* * *

В настоящей книге, по сравнению с I изданием, большинство разделов подвергнуто значительной переработке и сделан ряд дополнений на основе опыта преподавания этой дисциплины в высших учебных заведениях и непосредственного применения излагаемых методов в производстве.

Автор считает своим долгом выразить благодарность преподавателю Всесоюзного заочного политехнического института т. Монсеевой Р. С. и сотруднику того же института т. Мухиной Т. С., оказавшим ему помощь при подготовке к печати этой книги.

А. Длин

ГЛАВА I

ВВЕДЕНИЕ

1. Массовые процессы в производстве и роль статистики в их изучении

Статистика в производстве изучает массовые, повторяющиеся явления, в которых изменчивость обуславливается рядом причин. При этом в задачу статистики входит установление характера этой изменчивости.

Каждое явление, которое мы наблюдаем в производственном процессе, представляет собой единство общего и отдельного.

В. И. Ленин писал: «...отдельное не существует иначе как в той связи, которая ведет к общему. Общее существует лишь в отдельном, через отдельное. Всякое отдельное есть (так или иначе) общее.

Всякое общее есть (частичка или сторона или сущность) отдельного. Всякое общее лишь приблизительно охватывает все отдельные предметы. Всякое отдельное неполно входит в общее и т. д. и т. д. Всякое отдельное тысячами переходов связано с другого рода отдельными (вещами, явлениями, процессами). И т. д.»*.

С этим единством отдельного и общего мы всегда сталкиваемся в любом производстве.

Производство представляет собой массовый процесс, вернее сочетание ряда массовых процессов. Самый процесс производства состоит из ряда однородных операций, совершающихся в массовом количестве: отливка деталей, обточка, сборка и т. д.

В любом производственном предприятии мы различаем совокупности однородных единиц. Таковы, например, совокупности единиц орудий труда: группа станков определенного вида, множество инструментов определенного типа и др. То же следует сказать и о предметах труда, как например, совокупности обрабатываемых деталей, отливок, поковок и т. п. Но дело не меняется в тех случаях, когда предмет труда представляет собой многоделимую

* В. И. Ленин, Философские тетради. Партиздан, Москва, 1936, стр. 327.

массы, например, массу руды. В каждом отдельном случае статистической обработке подвергается определенная часть этой массы, которая вместе с другими такими же частями составляет совокупность. Аналогично и готовый продукт также представляет собой однородную совокупность, которая обладает рядом качественных и количественных признаков.

Возьмем для примера производство автомобилей.

Автомобиль состоит из множества отдельных деталей. В одном автомобиле это множество разных деталей не может рассматриваться как статистическая совокупность элементов, так как они не образуют качественно однородной группы. Но в пределах этого же автомобиля из общего множества деталей можно выделить качественно однородные детали, например, совокупность болтов одного стандарта и т. д., различающихся между собой по количественному признаку*.

Можно также рассматривать как статистическую совокупность множество однотипных моторов для большого количества автомобилей. Общим качественным признаком этой совокупности является тип (конструкция) мотора, а количественным признаком, различающим эти моторы, может быть максимальная мощность, срок службы моторов, расход горючего и т. п.

Следует отметить, что множество элементов совокупностей в массовом производстве возникает не всегда одновременно. Во многих случаях эти совокупности образуются как поток единиц, следующих друг за другом во времени. В этом — одна из важных особенностей применения статистики в производстве. Конечно, и здесь ряд совокупностей состоит из одновременно существующих и действующих единиц. Такова, например, совокупность токарных станков цеха. Но производство протекает во времени, следовательно, наряду с совокупностью станков токарного цеха мы имеем здесь дело и с совокупностями, возникающими в процессе работы даже отдельного станка: совокупность его рабочих дней, его рабочих часов, минут, его отдельных движений и т. д.

Если мы будем наблюдать за работой одного токарного станка на протяжении известного промежутка времени, то заметим, что вариация тех или иных признаков за одинаковые по величине отрезки времени, в зависимости от причин сопровождающих производственный процесс, может так же рассматриваться как некоторая совокупность. Такая совокупность, которая состоит из однородных единиц, обладающих качественной общностью, называется статистической совокупностью.

Изучаемые статистикой массовые процессы являются объективными процессами не только в силу объективного существования каждого составляющего элемента, но и в силу объективной связи этих элементов в едином массовом процессе.

* Например, размер детали, диаметр детали, длина шага, вес детали одного и того же стандарта и т. д.

Исследователь не соединяет элементы в изучаемую массу по своему произволу, а изучает совокупное движение или действие элементов, связанных объективно. Лежащие неподвижно в ящике детали, выработанные при одних и тех же производственных условиях, на одном станке и одним рабочим, объективно связаны совокупностью, общностью своего происхождения. Можно привести и много других аналогичных примеров.

Для правильного изучения массового явления крайне важно уметь правильно разглядеть и разграничить взаимодействующие в нем совокупности элементов. Это возможно только на основе тщательного качественного анализа их природы. Научное изучение явлений в конечном счете должно показать единство случайного и необходимого, следовательно, каждое единичное явление должно рассматриваться не как изолированный факт, а как одно из проявлений какого-то единого материального процесса.

Сама случайность — это лишь особая форма проявления закономерности. Любое случайное отклонение от средней величины следует рассматривать как частный результат всеобщего закона причинности в условиях, где одновременно действует целая совокупность причин в том или ином их сочетании или комбинации. Вероятность таких отклонений может быть изучена путем сочетания или комбинаций действующих причин.

Отдельные единицы, входящие в состав статистической совокупности, обладают рядом качественных и количественных признаков.

Изучаемые признаки в каждом отдельном случае принимают различные значения, т. е. обнаруживают некоторую вариацию. Так, например, детали, вырабатываемые на одном и том же станке, одним и тем же рабочим, а тем более на разных станках и разными рабочими, как правило, всегда обнаруживают некоторую вариацию по линейным, угловым и другим размерам, чистоте поверхности и т. п.

Анализ вариаций имеет исключительно важное значение для усовершенствования технологического процесса и улучшения качества выпускаемых изделий.

При помощи статистики массовые явления в производстве изучаются в процессе их развития, в их связи, взаимодействии и обусловленности другими явлениями. Особенное значение в производстве приобретает задача сокращения нежелательной вариации или поддержание вариации в допустимых пределах. Эта задача связана со статистическим исследованием различных факторов, вызывающих те или иные изменения в производственном процессе.

В результате углубленного теоретического анализа материальной природы явлений устанавливаются соответствующие законы распределения массовых явлений. При этом необходимо помнить, что конкретное явление богаче закона и от закона явлений должен быть обратный путь к конкретному явлению.

2. Содержание математической статистики

Статистическая наука дает возможность приобретать и накапливать знания о массовых, повторяющихся процессах и явлениях путем текущего их учета или специально организуемых наблюдений и обследований.

Наша познавательная деятельность в технике обычно ставит следующие задачи: теоретически определить, исследовать, описать и объяснить интересующие нас явления.

Это значит научно обобщить опыт практики и выявить присущие данному событию закономерности.

Обобщая опыт практики, мы сопоставляем неизвестное с известным, связываем известную группу фактов с ранее открытymi закономерностями и выявляем новые закономерности, если они имеют место.

По мере накопления знания новых фактов и закономерностей разрабатывается и новая теория.

Описывая же явление, мы перечисляем его основные свойства, признаки; так, например, наблюдая производственный процесс изготовления одного из режущих инструментов — плашек, мы интересуемся их толщиной, наружным и внутренним диаметрами, твердостью металла и другими признаками, могущими дать техническую характеристику этого инструмента.

Объясняя что-либо, мы стремимся, прежде всего, выяснить, в какой связи находится интересующее нас явление или одна из его сторон с другим явлением или другим элементом того же явления.

Это и составляет важнейшую задачу статистической науки, так как она способствует выявлению действия причин на следствия.

Математическая статистика дает возможность по одним величинам вычислять другие, недоступные или малодоступные непосредственному наблюдению.

Эта наука в сочетании с другими науками вооружает такими математическими приемами, которые позволяют предвидеть течение и развитие массового, повторяющегося процесса, установить его характер и формы.

Так, например, физик, химик, пользуясь математической статистикой, может оценивать ошибки своего эксперимента и предвидеть течение опыта; инженер с помощью математической статистики может предвидеть течение технологического процесса, рассчитывать и обосновывать технические допуски, контролировать качество продукции и т. д.

Статистическая теория в целом охватывает ряд вопросов, относящихся к характеру проявления закономерностей в массовых процессах и к способам их наблюдения и констатации. При этом статистическая теория всегда исходит из примата качества, из взаимообусловленности и связи качественной и количественной стороны явлений.

Главным орудием статистики являются обобщающие показатели, основанные на данных **массового наблюдения**. Из сказанного следует, что для успешного применения методов статистики надо правильно разграничить совокупности, подлежащие характеристике обобщающими показателями.

Такое разграничение совокупностей производится методом **группировки**.

Метод группировок — основа научной статистики. Группировка является одним из важнейших положений статистической теории. Другим весьма важным положением теории статистики при изучении массовых, повторяющихся процессов в производстве является закон больших чисел, который показывает, как именно в обобщающих показателях по совокупности и ее группам проявляется закономерность процесса.

Таким образом, весь ход статистического изучения заключается в следующем: производство наблюдения, группировка материала, сводка результатов наблюдения, вычисление обобщающих показателей, анализ этих показателей.

Пользуясь математической обработкой результатов наблюдений и анализом массовых явлений в производстве, представляется возможность распространять получаемые выводы в известных пределах и на те явления, которые еще не подвергались наблюдению.

Особо необходимо отметить, что математическая статистика тесно связана с теорией вероятностей, на предельных теоремах которой базируется большинство ее выводов. Поэтому для правильной оценки значимости выводов в математической статистике, необходимо познакомиться с основными положениями теории вероятностей (см. гл. III).

ГЛАВА II

СРЕДНИЕ И ПОКАЗАТЕЛИ ВАРИАЦИИ

1. Значение средних

Важнейшими из обобщающих показателей массового процесса являются **средние величины**, опирающиеся на научно обоснованную группировку элементов процесса.

При изучении массового процесса мы всегда встречаемся с необходимостью вычисления средних величин. В достаточно большом числе наблюдений средняя \bar{x} отражает типические черты массового процесса и в этом смысле является обобщающим показателем.

По своему внешнему выражению средняя — это тот центр, около которого группируются отдельные значения наблюдаемых и изучаемых элементов массового явления.

При вычислении средних ставится задача заменить все индивидуальные значения признака некоторой обобщающей уравненной величиной \bar{x} так, чтобы при этом не изменялась некоторая итоговая величина для всей совокупности.

Основоположники марксизма-ленинизма, широко пользуясь обобщающими показателями при изучении экономических явлений, в своих трудах указали, что «средняя величина есть всегда средняя многих различных величин одного и того же вида» (К. Маркс); что «общие и огульные средние» имеют совершенно фиктивное значение (В. И. Ленин).

Эти указания по вопросам применения средних являются основой при вычислении статистических характеристик производственных процессов.

2. Средняя арифметическая

В практике работы промышленных предприятий из многих видов средних, которые известны в общей теории статистики, чаще всего применяется средняя арифметическая. При помощи этой средней предоставляется возможность получать сводные стати-

стические характеристики, необходимые для изучения и анализа тех или иных массовых закономерностей в производственном процессе. В частности, с помощью средней арифметической в производстве оценивают уровень настройки станка.

Средняя арифметическая есть частное от деления суммы значений признака на число элементов совокупности

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n} = \frac{\Sigma x}{n}.$$

Пусть, например, в первый день станок дал 16 деталей, во второй — 20 деталей, в третий — 22, в четвертый — 19 и в пятый — 20. Нас может интересовать совокупный результат, выражающийся общим числом деталей, произведенных станком за все пять дней. Это общее число есть сумма

$$16 + 20 + 22 + 19 + 20 = 97.$$

Если же требуется определить среднюю дневную продукцию станка, отражающую этот общий результат, то в данном случае это будет средняя арифметическая, т. е.

$$\bar{x} = \frac{16 + 20 + 22 + 19 + 20}{5} = \frac{97}{5} = 19,4.$$

Средняя арифметическая обладает рядом математических свойств.

Первое свойство состоит в том, что средняя арифметическая суммы равна сумме средних арифметических. Пусть значение первого признака x , второго z и третьего y , представляющего их сумму $x+z$. Это может быть, например, для детали, проходящей через две операции: затрата времени на первую операцию, затрата на вторую и общая затрата времени.

В этом случае средняя арифметическая третьего признака равна

$$\bar{y} = \frac{\Sigma y}{n} = \frac{\Sigma(x+z)}{n} = \frac{\Sigma x + \Sigma z}{n} = \frac{\Sigma x}{n} + \frac{\Sigma z}{n} = \bar{x} + \bar{z}.$$

Отсюда для признака x , представляющего собой разность, легко получить

$$\bar{x} = \bar{y} - \bar{z} = \bar{y} - \bar{z}.$$

Таким образом, средняя арифметическая разности равна разности средних.

Второе свойство состоит в том, что при наличии в величине признака постоянного слагаемого, среднюю можно вычислить, сначала отбросив это слагаемое, а потом прибавив его к результату. Это свойство является следствием первого свойства. Если одно из слагаемых одинаково у всех единиц совокупности и равно некоторой величине a , то

$$\bar{y} = \bar{x+a} = \bar{x} + \bar{a} = \bar{x} + a.$$