

Е. С. Березанская

Методика арифметики

Москва
«Книга по Требованию»

УДК 51
ББК 22.1
Е11

E11 **Е. С. Березанская**
Методика арифметики / Е. С. Березанская – М.: Книга по Требованию, 2024. –
542 с.

ISBN 978-5-458-27256-8

Новое издание "Методики арифметики" выходит в то время, когда перед общеобразовательной советской средней школой поставлены новые задачи, вытекающие из постановления XIX съезда КПСС о введении всеобщего среднего образования и осуществлении политехнического обучения. Школа должна готовить советскую молодежь не только для поступления в высшие и средние профессиональные учебные заведения, но и к практической деятельности. Со времени последнего издания "Методики арифметики" (1947 г.) частично изменилась программа по арифметике средней школы и изменились требования, предъявляемые к знаниям и умениям учащихся V и VI классов по курсу арифметики. В связи с этим в новом издании "Методики" несколько расширен раздел общедидактических вопросов (гл. I), поставлены вопросы политехнического обучения в связи с преподаванием арифметики, более подробно рассмотрено решение задач с геометрическим содержанием, внесены также некоторые уточнения в текст "Методики", в соответствии с высказанными пожеланиями учителей. Некоторые исторические сведения, приведенные в данном руководстве, и материал для внеклассной работы имеют целью помочь молодому учителю при выборе тем для бесед и кружковых занятий, но не снимают необходимости пользоваться рекомендуемыми литературными источниками.

ISBN 978-5-458-27256-8

© Издание на русском языке, оформление

«YOYO Media», 2024

© Издание на русском языке, оцифровка,

«Книга по Требованию», 2024

Эта книга является репринтом оригинала, который мы создали специально для Вас, используя запатентованные технологии производства репринтных книг и печати по требованию.

Сначала мы отсканировали каждую страницу оригинала этой редкой книги на профессиональном оборудовании. Затем с помощью специально разработанных программ мы произвели очистку изображения от пятен, кляксы, перегибов и попытались отбелить и выровнять каждую страницу книги. К сожалению, некоторые страницы нельзя вернуть в изначальное состояние, и если их было трудно читать в оригинале, то даже при цифровой реставрации их невозможно улучшить.

Разумеется, автоматизированная программная обработка репринтных книг – не самое лучшее решение для восстановления текста в его первозданном виде, однако, наша цель – вернуть читателю точную копию книги, которой может быть несколько веков.

Поэтому мы предупреждаем о возможных погрешностях восстановленного репринтного издания. В издании могут отсутствовать одна или несколько страниц текста, могут встретиться невыводимые пятна и кляксы, надписи на полях или подчеркивания в тексте, нечитаемые фрагменты текста или загибы страниц. Покупать или не покупать подобные издания – решать Вам, мы же делаем все возможное, чтобы редкие и ценные книги, еще недавно утраченные и несправедливо забытые, вновь стали доступными для всех читателей.



Глава I

ОБЩИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ПРЕПОДАВАНИЮ АРИФМЕТИКИ

§ 1. Цели обучения арифметике

Цель обучения математике в советской средней школе с политехническим обучением — воспитать патриотов нашей великой родины, безгранично переданных идеям Коммунистической партии Советского Союза, владеющих основами математической науки и способных приложить приобретенные знания к великому делу коммунистического строительства и обороны нашей страны. Арифметика — наука о числах — первая составная часть математики; арифметические знания — основа, на которой строится дальнейшее обучение математике.

XIX съезд КПСС принял постановление, в котором дается директива приступить к осуществлению политехнического обучения в советской средней общеобразовательной школе, с тем, чтобы общее образование, даваемое в школе, готовило учащихся к жизни, вооружало их практическими умениями и навыками. Не малое значение в осуществлении поставленных задач имеет обучение основам математической науки. Изучение математики в средней школе начинается с изучения систематического курса арифметики в V классе.

В настоящее время в советской школе курс арифметики изучается в течение шести лет: в I—IV классах изучается начальный курс арифметики, в V и VI классах—систематический.

Содержанием начального курса арифметики является арифметика целых положительных чисел и именованных чисел¹. Этот курс строится концентрически: сначала изучаются числа и действия над числами в пределах первого десятка, затем второго десятка, затем изучаются круглые десятки, числа до 100, до 1000 и, наконец, любые натуральные числа и действия над ними.

При изучении начального курса арифметики учащиеся почти не знакомятся с вопросами теории, не пользуются учебником; при выработке представлений, при установлении новых понятий или правил в этом курсе широко используется наглядность и индукция. Преподавание начального курса арифметики находится в руках преподавателя начальной школы—не специалиста по математике.

В объяснительной записке к программе систематического курса по арифметике средней школы говорится: „Преподавание арифметики имеет целью научить учащихся сознательно, быстро, уверенно и наиболее рационально производить действия с целыми и дробными числами и применять знания к решению задач и выполнению простейших расчетов практического характера“. Надо добавить, что исто-

¹ Программа первых четырех классов по арифметике включает некоторые геометрические сведения и сведения о дробях, но не эти вопросы характеризуют начальный (или подготовительный) курс арифметики первых четырех классов.

рические постановления ЦК ВКП(б) от 5 сентября 1931 г. и 25 августа 1932 г. требуют от каждой школьной дисциплины усвоения „точно очерченного круга систематизированных знаний“. В этом основная задача систематического курса арифметики. Изучение систематического курса арифметики должно способствовать развитию умственных способностей учащихся, должно дать им необходимые осознанные арифметические знания и умения для использования их на практике, подготовить учащихся к дальнейшему усвоению математики и других наук.

Недостатком общего образования, получаемого оканчивающими нашу советскую среднюю школу, все еще является то, что они не в полной мере владеют курсом арифметики как в смысле теоретическом, так и практическом. Причина этого прежде всего в том, что курс арифметики, согласно действующим программам, изучается лишь в младших классах, и молодые люди, достигая зрелого возраста, остаются с теми арифметическими представлениями, которые они получили в детстве, и с теми же примитивными вычислительными навыками. Необходимо, как это делают отдельные учителя, на всем протяжении обучения в средней школе систематически и планово при изучении других отделов элементарной математики закреплять, углублять и расширять арифметические знания учащихся.

Много возможностей для этого в курсе алгебры, где расширяется понятие числа, вводятся новые числа и формулируются законы действий над ними; даются формулы, при помощи которых учащиеся получают возможность обосновать многие известные им из арифметики правила быстрых и рациональных приемов вычисления, а также имеют возможность постоянно совершенствовать имеющиеся у них вычислительные навыки. Желательно в выпускном классе в порядке систематизации и обобщения изложить с доступной для учащихся этого класса строгостью курс арифметики, но это требует выделения специального времени и не предусмотрено в настоящее время программой по математике средней школы.

Методика преподавания арифметики имеет своей целью разработать и обосновать систему методов и

приемов преподавания этого курса в советской средней школе с тем, чтобы достичь наилучшим способом решения тех задач, которые ставятся при обучении арифметике.

Научная основа методики арифметики, как и любой методики обучения,—марксистско-ленинская теория познания и павловское учение о высшей нервной деятельности, которое является естественно-научной основой ленинской теории отражения. Методика строит свои выводы на основе общедидактических принципов советской школы.

Методика арифметики (в особенности методика начальной арифметики) имела много выдающихся представителей в дореволюционной России XIX в. и начала XX в., не говоря о более раннем периоде.

Учителю арифметики интересно и полезно познакомиться по указываемой нами литературе с идеями и трудами выдающихся методистов: П. С. Гурьева, одного из первых основателей методики арифметики в России; с идеями преподавания арифметики, основоположника русской педагогической науки К. Д. Ушинского; с деятельностью В. А. Латышева и А. И. Гольденберга; К. П. Арженикова и В. К. Беллюстина, В. А. Евтушевского, Ф. И. Егорова и С. И. Шохор-Троцкого (1853—1923 гг.), „Методика арифметики“ которого представляет значительный интерес и в настоящее время, и многих других¹.

В советское время в нашей стране методика арифметики имеет возможность широко развиваться на базе изучения опыта массы учителей школ и пользоваться методами экспериментирования. В данном руководстве, исходя из целей и особенностей преподавания арифметики, на основе принятой в школе систематической программы предлагается учителю система обоснованных, экспериментально проверенных на практике приемов, применение которых может способствовать поднятию качества обучения арифметике.

В излагаемом курсе „Методики арифметики“ учитель найдет определенную последовательность и

¹ См. „Список рекомендуемой литературы“ на стр. 537.

методику изложения различных отделов программы арифметики, которые он может учесть в своей практической работе.

Остановимся на некоторых общеметодических и дидактических вопросах преподавания арифметики, в то же время усиленно рекомендуя молодому учителю обратиться к специальным курсам по вопросам общей методики.

§ 2. Научные методы в преподавании арифметики

Изучение систематического курса арифметики (как и любой другой науки) в первую очередь связано с усвоением тех идей и понятий, которые встречаются в этом курсе. Новых понятий для ученика V—VI классов в курсе арифметики, в каждом разделе этого курса, очень много. Основным вопросом преподавания арифметики является вопрос о том, как подвести учащихся к освоению основных идей, понятий, законов арифметики.

Вопросы, связанные с усвоением основной идеи курса арифметики V и VI классов—развитием понятия числа, введением нуля и дробного числа, подробно разработаны в соответствующих параграфах данной „Методики“.

В процессе изучения курса арифметики средней школы учащиеся постепенно осваивают идею функциональной зависимости величин.

Известно, что понятие функции является одним из основных понятий современной математической науки; оно играет исключительную роль в познании реального мира, и перед преподавателем арифметики, как и каждой математической дисциплины, стоит задача формирования у учащихся навыков функционального мышления. В курсе арифметики V класса никаких определений или специальных терминов, связанных с понятием функции, не дается учащимся, но постоянно, систематически вводится понятие „соответствия“, лежащее в основе понятия функции. Так как в любом условии задачи имеется функциональная зависимость данных и искомых величин, то при решении задач учащиеся всегда имеют возможность говорить, например, о том, что числу мет-

ров купленного товара „соответствует“ его стоимость, и т. д. При изучении действий как с натуральными, так и с дробными числами, рассматриваются вопросы изменения результатов действий в „соответствии“ с изменением компонентов и т. д.

В курсе арифметики VI класса ставится тема „Пропорциональность величин“, как первое введение в изучение функций (подробно об этом см. в гл. XIII).

В данной „Методике арифметики“, в соответствующих главах подробно излагается методика введения новых понятий и показываются пути формирования этих понятий в мышлении учащихся. В главе VII „Свойства чисел. Делимость чисел“ нами вводятся некоторые понятия, обычно опускаемые в школьном учебнике арифметики, но без которых, как нам кажется, учащиеся не могут иметь вполне осознанных знаний (делитель, общий делитель, кратное, общее кратное, наименьший и наибольший делитель числа и некоторые другие).

Сделаем несколько общих замечаний.

Марксизм-ленинизм учит, что понятия являются продуктами переработки чувственно воспринимаемых образов реальной действительности (ощущений, восприятий и представлений) в мозгу человека. Естественно-научное обоснование связи между чувственным и рациональным познанием действительности дано в трудах академика И. П. Павлова. Ощущения, восприятия и представления, по Павлову, составляют первую сигнальную систему действительности, а понятия, речь—вторую. Но вторая сигнальная система, неоднократно подчеркивал И. П. Павлов, имеет значение через первую сигнальную систему и в связи с ней. Эти руководящие идеи мы стремимся осуществить в преподавании.

Обучение арифметике в V классе строится на основе того опыта, тех знаний, которые приобрели учащиеся в начальной школе; поэтому, приступая к занятиям по арифметике с учащимися V класса, надо прежде всего учесть знания и умения учащихся, вынесенные ими из курса начальной школы. Надо восстановить в их памяти, а затем уточнить, дополнить, систематизировать и обобщить имеющиеся у них представления и понятия, ввести новые с тем,

чтобы в результате изучения курса арифметики учащиеся усвоили основные арифметические понятия числа и величины, счета и измерения (частично известные из курса начальной школы), чтобы они усвоили понятие взаимной зависимости величин, прямой и обратной пропорциональности и др.

Создание ясных и правильных обобщений, усвоение новых понятий опирается на знание конкретных фактов, на наличие у учащихся представлений о тех объектах и процессах, которые отражает данное понятие. Одним из средств правильной постановки обучения арифметики в V классе является наглядность, понимаемая в широком смысле слова, но обязательно связанная с непосредственным восприятием, с использованием наглядного пособия.

Конкретным для учащегося V класса является все то, что ему известно, ранее понято им и усвоено. Конкретны для учащегося V класса слова учителя в том случае, когда они вызывают в его сознании яркие и полные наглядные образы описываемого процесса или операции. В V классе учитель по преимуществу при помощи слова или книги—учебника—ведет ученика от конкретного к абстрактному, знакомя с новыми понятиями на новом материале, переходя далее к обобщениям.

При обучении арифметике в систематическом курсе пользуются методами индукции и дедукции, методами анализа и синтеза. Нет необходимости учащимся V и VI классов сообщать эти термины, кроме одного — „анализ“, но учитель арифметики должен всегда знать, каким методом он доводит до сознания учащихся то или иное понятие, его определение, правило и т. д.

Сущность нового понятия или нового правила действий учащимися V класса выясняется по преимуществу индуктивным путем, исходя из рассмотрения конкретных частных примеров. Чем внимательней отнесется преподаватель к подбору исходных упражнений, тем конкретнее, реальнее представят себе и сознательнее усвоят ученики смысл выполняемых операций, тем осознаннее и прочнее приобретаемые ими знания и навыки, тем сознательнее будет сделан обобщающий вывод.

Спешить с сообщением формулировок и определений не следует. Надо заботиться о том, чтобы учащийся ясно представлял себе тот логический путь, которым пришли к выводу, весь ход рассуждений и смог повторить его вначале по вопросам, а затем самостоятельно.

При выводе правила выполнения той или иной операции подбирается фактический конкретный материал и числовые данные так, чтобы правило наиболее ярко выявилось, чтобы дана была наилучшая иллюстрация к нему, чтобы учащиеся могли распознать в ряде поставленных задач тот процесс, который по существу является для них общим и может быть сформулирован в виде правила (примеры даны в соответствующих главах методики)

Таким образом, правила не дают учащимся в готовом виде; вывод правила является как бы результатом их работы, и в то же время в дальнейшем правило становится орудием (навыком), которым пользуются при выполнении действий и преобразований почти автоматически, не восстанавливая каждый раз всего процесса рассуждений. Применение указанного приема при объяснении помогает учащимся осознать и запомнить правило. Вопросами „почему?“, „как ты рассуждал?“ воспитывают у учащихся обоснованность суждений и проверяют понимание. Новые термины также по возможности вводятся в связи с накопленным опытом учащихся. Так, например, определение дробного числа дается после того, как ученик несколько освоился с получением его; термины „числитель“ и „знаменатель“ даются тогда, когда ученик несколько освоился с получением числителя и знаменателя и т. д. Правильные и четкие определения и формулировки, так же как и постановка вопросов перед учащимися, должны быть тщательно продуманы учителем в процессе подготовки его к уроку.

Применять „метод неполной индукции“—способ рассуждения от частного к общему, от фактов к обобщению—надо с осторожностью; надо показать, что наблюдение определенного свойства в ряде случаев не служит гарантией наличия его в других аналогичных случаях. Вывод правила или признака в

курсе арифметики V класса не всегда основывается на анализе частных конкретных примеров, как, например, при выводе признаков делимости и др. Иногда, как, например, при выводе правила умножения дроби на целое число исходят из определения умножения на целое число, иногда только убеждаются в правильности применяемого приема на основании известной зависимости, например, на основании свойства взаимно обратных действий и т. д. Ко всем этим элементарным приемам рассуждений и обоснований постепенно приучается учащийся.

При изложении курса арифметики в V и VI классах средней школы не указывают учащимся имеющиеся в нем теоремы и обычно не употребляют термин „доказать“; учащимся предлагается „продумать“, „рассудить“, „умозаключить“, и надо считать, что эти термины достаточно полно характеризуют процесс умственной работы учащихся 11—12-летнего возраста при изучении курса арифметики, при установлении в этом курсе того или иного математического предложения: признака делимости, свойства суммы, произведения и т. д.

Широко используются при обучении арифметике методы анализа и синтеза. Применение аналитического и синтетического методов при решении составных арифметических задач подробно излагается в главе XII настоящей „Методики“, но значение аналитического метода при изучении курса арифметики этим не ограничивается, так как рассмотрение любого вопроса арифметики даже в младших классах начинается с его анализа. На этой работе учащийся учится самостоятельно мыслить, отыскивать приемы решения предложенной задачи, давать ответ на поставленный вопрос. Этим отличается методика изложения каждого раздела курса арифметики на уроке от синтетического изложения того же раздела в учебнике систематического курса арифметики.

После изучения каждого нового вопроса, вывода соответствующего закона или правила происходит закрепление знаний в большинстве случаев путем практического применения выведенного общего закона или правила к частным случаям (преобладает дедуктивный процесс мышления), к объяснению кон-

крайних фактов. При этом учащиеся знакомятся с новыми конкретными фактами и более глубоко и сознательно усваивают теорию.

Закрепление сопровождается запоминанием. Основой для успешного запоминания является полное понимание содержания изучаемого, т. е. осмысленное запоминание. Только при этом условии знания учащихся будут достаточно тверды и прочны, усвоенное не будет скоро забыто и не будут иметь места факты, когда учащегося легко заставить усомниться в правильности сделанного им вывода или полученного ответа.

Как известно, в основе арифметики, как всякой математической дисциплины, лежит несколько первичных понятий, не определяемых, для которых дается система аксиом, устанавливющая между ними формальные взаимоотношения. Для всякого вновь вводимого понятия обязательно точное определение. Впервые аксиомы арифметики были даны Грассманом (в 60-х годах XIX века), но задача обоснования арифметики не считается разрешенной и в настоящее время. Наиболее распространена система первичных понятий и аксиом арифметики натуральных чисел, данная итальянским математиком Пеано.

Первичные понятия:

1. Число (натуральное).
2. Единица.
3. Непосредственно следует за.

Аксиомы: 1. Единица есть число.

2. За каждым числом есть единственное следующее число.

3. Единица не следует ни за каким числом.

4. (Аксиома математической индукции.) Если какое-нибудь утверждение верно для единицы и если всякий раз, когда оно верно для какого-нибудь числа, оно верно и для следующего числа,—то это утверждение верно для любого числа.

В средней школе не излагаются аксиомы арифметики, хотя неявно учащиеся ими пользуются. В школьном курсе арифметики известная часть вводимых понятий даётся учащимся без определений (см. гл. II, § 3 и др.).

§ 3. Воспитательная работа

В процессе обучения арифметике осуществляются общие задачи коммунистического воспитания учащихся, как во всяком учебно-воспитательном процессе, но при этом используются и некоторые специфические особенности арифметики как учебного предмета.