Г. Лопиталь

Анализ бесконечно малых

Серия "Классики естествознания"

Москва
«Книга по Требованию»

УДК 51
ББК 22.1
Г11

Г. Лопиталь
Г11 Анализ бесконечно малых: Серия "Классики естествознания" / Г. Лопиталь – М.: Книга по Требованию, 2013. – 432 с.

ISBN 978-5-458-50356-3

Лопиталь Гийом Франсуа — известный французский математик. Настоящий перевод сделан с французского издания 1768г. Все формулы точно передают оригинал.

ISBN 978-5-458-50356-3

Эта книга является репринтом оригинала, который мы создали специально для Вас, используя запатентованные технологии производства репринтных книг и печати по требованию.

Сначала мы отсканировали каждую страницу оригинала этой редкой книги на профессиональном оборудовании. Затем с помощью специально разработанных программ мы произвели очистку изображения от пятен, клякс, перегибов и попытались отбелить и выровнять каждую страницу книги. К сожалению, некоторые страницы нельзя вернуть в изначальное состояние, и если их было трудно читать в оригинале, то даже при цифровой реставрации их невозможно улучшить.

Разумеется, автоматизированная программная обработка репринтных книг – не самое лучшее решение для восстановления текста в его первозданном виде, однако, наша цель – вернуть читателю точную копию книги, которой может быть несколько веков.

Поэтому мы предупреждаем о возможных погрешностях восстановленного репринтного издания. В издании могут отсутствовать одна или несколько страниц текста, могут встретиться невыводимые пятна и кляксы, надписи на полях или подчеркивания в тексте, нечитаемые фрагменты текста или загибы страниц. Покупать или не покупать подобные издания – решать Вам, мы же делаем все возможное, чтобы редкие и ценные книги, еще недавно утраченные и несправедливо забытые, вновь стали доступными для всех читателей.

Серия Книжный Ренессанс
www.samizday.ru/reprint

ПРЕДИСЛОВИЕ

Настоящий перевод сделан с французского издания 1768 г. При переводе „Анализа бесконечно малых“ было решено в соответствии с порядком издания всей серии классиков строго придерживаться подлинного текста. Все формулы поэтому точно передают оригинал. Это не могло не отразиться на стиле изложения, поневоле отступающего иногда от правильной речи, ибо формулы у Лопиталя нередко врываются в середину фразы самым неудобным для нас образом. Точно так же, за немногими исключениями, дословно передается и терминология автора.

Чертежи представляют собой почти точные копии с чертежей издания 1768 г., поскольку первого издания книги найти не удалось ни в московских, ни в ленинградских библиотеках. Неполностью или не вполне точно вырисованные кривые сохраняются в том же виде; только в немногих случаях, когда, например, нехватает какой-нибудь буквы, внесены исправления.

К книге мною приложены некоторые примечания, частью разъясняющие принятые Лопиталем обозначения, частью представляющие собой справки, предназначенные для лучшей исторической ориентировки в этом старом математическом сочинении, частью наконец служащие пояснениями к отдельным местам.

Примечания последнего вида не претендуют на исчерпывающую полноту и не имеют целью дать комментарии ко всем сколько-нибудь трудным задачам, требующим некоторого внимания при решении; дело читателя самому разобрать их. Их назначение в указании того или иного редко встречающегося в современных учебниках свойства кривой, на котором основывается Лопиталь, некоторых его ошибок и т. п. Все редакционные примечания помещены после текста и отмечены арабской нумерацией.

В квадратные скобки вставлены для связи слова, отсутствующие в оригинале.

А. Юшкевич

Первый печатный курс диференциального исчисления

Статья

А. П. Юшкевича

I

Официальной, хотя и не фактической датой рождения современного диференциального исчисления был, как известно, май 1684 г., в котором Лейбниц опубликовал первую статью, в сжатой и малодоступной форме излагавшую основные принципы нового анализа [1]. Наряду с введением специального знака

[1] Nova methodus pro maximis et minimis, itemque tangentibus quae nec fractas nec irrationales quantitates moratur, et singulare pro illis calculi genus, *Acta eruditorum* 1684. См. *Leibniz. Math. Schr.*, hsg. von Gerhardt, т. V, стр. 220 и след. Немецкий перевод Г. Ковалевского в серии классиков Оствальда, № 162, Leibniz, Über die Analysis des Unendlichen.

В дальнейшем я совершенно не касаюсь соответствующих работ Ньютона, более ранних, чем статьи Лейбница, но опубликованных, за исключением „Математических начал естественной философии", в которых подробного изложения теории флюксий также нет, значительно позднее.

для выражения диференциалов, приращений величин, в ней приведены без доказательства правила вычисления диференциалов суммы и разности, произведения, частного, степени и корня и даны указания, как применять диференциалы при изучении максимумов, минимумов и точек перегиба кривых, при проведении касательных. Лейбниц ясно понимал значение предлагавшегося им общего алгорифма, названного им самим „диференциальным исчислением", и его превосходство над более специальными методами, ранее практиковавшимися для решения инфинитезимальных проблем и в частности плохо и лишь иногда справлявшимися с иррациональностями. Понято это вскоре было и другими, правда немногочисленными, математиками. Уже в 1685 г. шотландский ученый Джон Крэг выпустил одну работу, употребляющую лейбницевы обозначения, его диференцирование иррациональностей и способ проведения касательных [1]. Ближайшие же годы после выхода в свет „Нового метода" дали Лейбницу двух талантливейших сотрудников в лице братьев Якова и Иоганна Бернулли. Этот триумвират в течение десятилетия значительно углубил применение диференциального исчисления к различным задачам математики и механики.

В 1686 г. Лейбниц вводит понятие о кривизне линий в точке, измеряющейся кривизной того круга,

[1]) J. Craig, Methodus figurarum lineis rectis et curvis comprehensarum quadraturas determinandi.

который образует с кривой в этой точке наименьший угол смежности, т. е. соприкасающегося круга. При этом, правда, он допустил ошибку, утверждая, что соприкасающийся круг имеет два прикосновения к кривой, т. е. проходит через четыре бесконечно близкие точки кривой [1]), ошибку, которую исправил Яков Бернулли в 1692 г. [2]). В том же году он публикует первую статью, в которой встречается знак интеграла и выясняется природа исчисления, обратного диференциальному и по диференциальным уравнениям определяющего „суммарные" уравнения (слово „интеграл" вводится Яковом Бернулли в 1690 г.) [3]). В 1689 г. Лейбниц ставит задачу об отыскании линии, названной им изохроной и обладающей тем свойством, что падающая по ней тяжелая точка в равные времена спускается по вертикали на равные отрезки; он доказывает затем, что изохроной является полукубическая парабола. В 1692 г. он занимается линиями, служащими местом точек пересечения соседних „ближайших" кривых, принадлежащих к некоторому семейству и зависящих от переменного параметра, т. е. огибающими („lineae concursum" по его терминологии), причем дает известное правило нахожде-

[1]) Meditatio nova de natura anguli contactus et osculi *Leibniz. Math. Schr.*, т. VII, стр. 326 и след.

[2]) Jac. Bernoulli, Opera, т. I, стр. 473 и след.

[3]) De geometria recondita et analysi indivisibilium atque infinitorum, *Leibniz. Math. Schr.*, т. V, стр. 226 и след.

ния их уравнений [1]); к этому же вопросу он возвращается в 1694 г. [2]). В 1692 же году им рассматриваются в связи с вопросом о развертках так называемые параллельные линии. В 1693 г. он пользуется при интегрировании диференциальных уравнений бесконечными рядами на основе метода неопределенных коэфициентов. В 1695 г. Лейбниц (и независимо от него Иоганн Бернулли) находит диференциал для общего показательного выражения u^v [3]).

Братья Бернулли познакомились с первой работой Лейбница в 1687 г. Разбор ее несомненно доставил им немало затруднений; вместе с тем, оценив ее по достоинству, они оба стали убежденными сторонниками диференциального исчисления. С 1690 г. они начинают публикации своих работ по этому вопросу. Так, в указанном году Яков Бернулли выводит и интегрирует диференциальное уравнение упомянутой лейбницевой изохроны и ставит задачу об определении линии, образуемой подвешенным за два конца гибким канатом. Эту проблему вскоре же разрешают Гюйгенс, Лейбниц и младший брат Иоганн, впервые при этом — в июне 1691 г. — публикующий работу по новому анализу. В 1691 г. Яков Бернулли детально

[1]) De linea ex lineis numero infinitis ordinatim ductis inter se concurrentibus formata easque omnes tangente, *Leibniz. Math. Schr.*, т. V, стр. 266 и след.

[2]) Nova calculi differentialis applicatio et usus etc., *Leibniz. Math. Schr.*, т. V, стр. 301 и след.

[3]) *Leibniz. Math. Schr.*, т. V, стр. 323.