

Н.И. Безухов

Теория сыпучих тел

Примеры и упражнения по теории сооружений

**Москва
«Книга по Требованию»**

УДК 53
ББК 22.3
Н11

Н11 **Н.И. Безухов**
Теория сыпучих тел: Примеры и упражнения по теории сооружений / Н.И. Безухов – М.: Книга по Требованию, 2021. – 72 с.

ISBN 978-5-458-41183-7

ISBN 978-5-458-41183-7

© Издание на русском языке, оформление
«YOYO Media», 2021

© Издание на русском языке, оцифровка,
«Книга по Требованию», 2021

Эта книга является репринтом оригинала, который мы создали специально для Вас, используя запатентованные технологии производства репринтных книг и печати по требованию.

Сначала мы отсканировали каждую страницу оригинала этой редкой книги на профессиональном оборудовании. Затем с помощью специально разработанных программ мы произвели очистку изображения от пятен, клякс, перегибов и попытались отбелить и выровнять каждую страницу книги. К сожалению, некоторые страницы нельзя вернуть в изначальное состояние, и если их было трудно читать в оригинале, то даже при цифровой реставрации их невозможно улучшить.

Разумеется, автоматизированная программная обработка репринтных книг – не самое лучшее решение для восстановления текста в его первозданном виде, однако, наша цель – вернуть читателю точную копию книги, которой может быть несколько веков.

Поэтому мы предупреждаем о возможных погрешностях восстановленного репринтного издания. В издании могут отсутствовать одна или несколько страниц текста, могут встретиться невыводимые пятна и кляксы, надписи на полях или подчеркивания в тексте, нечитаемые фрагменты текста или загибы страниц. Покупать или не покупать подобные издания – решать Вам, мы же делаем все возможное, чтобы редкие и ценные книги, еще недавно утраченные и несправедливо забытые, вновь стали доступными для всех читателей.



Серия Книжный Ренессанс

www.samizday.ru/reprint

ДАВЛЕНИЕ СЫПУЧИХ ТЕЛ.

(Надфундаментное строение подпорных стенок).

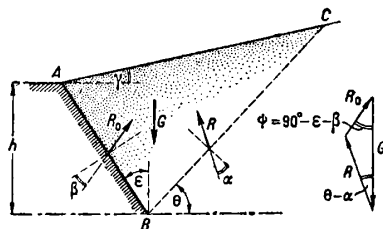
Вопрос. Как определяется „сыпучее тело“ в современной „теории сыпучих тел“?

Вопрос. Почему теория сыпучих тел, даже внутри самого сыпучего тела, несовершенна?

Вопрос. Находят ли себе место в теории сыпучих тел физические характеристики последнего?

Вопрос. От земляной массы, расположенной за стенкой (фиг. 1), плоскостями AB и BC мысленно отделена призма ABC . Написать выражение R_0 (зависимость R_0 от G) в предположении равновесия земляной массы (и следовательно призмы ABC).

Ответ.



Фиг. 1.

$$R_0 = G \frac{\sin(\theta - \alpha)}{\cos[\theta - \beta - \alpha - \epsilon]};$$

неизвестными являются углы α и β ; θ — произвольный.

Вопрос. Что тако гипотеза „предельного равновесия“?

Вопрос. Какие значения приобретают в предыдущем выражении для R_0 углы α и β для случая предельного равновесия (рассмотреть два случая — параллельное смещение стенки влево и вправо)? Является ли $\angle \theta$ в таких случаях произвольным?

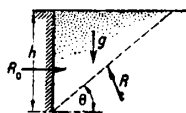
Вопрос. В каком направлении должна работать инженерная мысль для создания теории земляных тел в большем приближении к материальной действительности?

Пример 1. Определить аналитически по Кулону давление сыпучего тела на вертикальную гладкую стенку высотой h ме ров (фиг. 2). Угол естественного откоса φ , угол трения земли по кладке $\varphi_0 = 0$, плотность земли δ .

Решение. Указанное выше выражение для R_0 упрощается ввиду $\epsilon = 0$, $\beta = \varphi_0 = 0$, а потому принимает вид (заменяя α на φ , что соответствует моменту предельного равновесия):

$$R_0 = G \operatorname{tg}(\theta - \varphi).$$

Так как угол θ — наклона плоскости обрушения к горизонту — неизвестен, то начинаем с его определения из условия, что подстановка в написанную формулу его действительного значения определяет R_0 наибольшим против других значений θ . Из фиг. 2 следует:



а потому

$$G = \frac{1}{2} \delta h^2 \operatorname{ctg} \theta,$$

$$R_0 = \frac{1}{2} \delta h^2 \operatorname{ctg} \theta \operatorname{tg}(\theta - \varphi).$$

Фиг. 2.

Приравняв производную от R_0 по углу θ нулю, определим искомый угол θ :

$$\frac{dR_0}{d\theta} = \frac{\delta h^2}{2} \left[-\frac{\operatorname{tg}(\theta - \varphi)}{\sin^2 \theta} + \frac{\operatorname{ctg} \theta}{\cos^2(\theta - \varphi)} \right] = 0,$$

решая, имеем:

$$\theta = \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} = \left(45^\circ + \frac{\varphi}{2} \right).$$

Окончательно при найденном θ давление напишется:

$$R_0 = \frac{1}{2} \delta h^2 \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right).$$

Пример 2. Для ограждающей плоскости, показанной на фиг. 1, определить аналитически давление R_0 по Кулону. Угол естественного откоса φ , угол трения земли по кладке φ_0 , плотность земли δ .

Указание. Используем выражение

$$R_0 = G \frac{\sin(\theta - \varphi)}{\cos(\theta - \varepsilon - \varphi_0 - \varphi)},$$

выражая G в функции угла θ ,

$$G = \frac{1}{2} \delta h^2 \frac{\cos(\varepsilon - \gamma) \cos(\theta - \varepsilon)}{\cos^2 \varepsilon \sin(\theta - \gamma)}.$$

Для определения $\angle \theta$ используем условие $\frac{dR_0}{d\theta} = 0$, откуда определится $\angle \theta$.

Ответ.

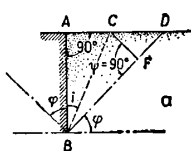
$$R_0 = \delta h^2 k,$$

где

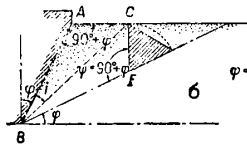
$$k = \frac{\sin^2(90^\circ - \varepsilon + \varphi)}{2 \sin(90^\circ - \varphi_0) \sin^2(90^\circ - \varepsilon + \gamma) \left(1 + \sqrt{\frac{\sin(\varphi + \varphi_0) \sin(\varphi - \gamma)^2}{\sin(90^\circ - \varphi_0) \sin(90^\circ - \varepsilon + \gamma)}} \right)}.$$

Пример 2а (вариант решения). Для того же случая ограждающей плоскости определить $\angle \theta$ на основании закона Ребхання (Rebhann).

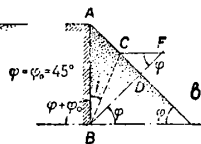
Решение. К случаям, указанным на фиг. 5а, 5б и 5в. В этих примерах площади $\triangle ABC$ могут быть равны площадям $\triangle BCD$ лишь при условии, если сопоставляемые треугольники равновелики и подобны. Ука-



Фиг. 5а.



Фиг. 5б.



Фиг. 5в.

занные треугольники имеют общую сторону, одинаковые углы при вершинах A и F, одинаковые площади и следовательно при наложении друг на друга совмещаются.

Так для фиг. 5а:

$$2i + \varphi = 90^\circ, i = 45^\circ - \frac{\varphi}{2}, BF = AB = h.$$

$$CF = AC = h \operatorname{tg} i \text{ и } R_0 = \frac{1}{2} \delta CF^2 \sin \varphi = \frac{1}{2} \delta h^2 \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right).$$

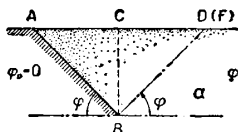
Для фиг. 5б:

$$2i + 2\varphi = 90^\circ, i = 45^\circ - \varphi, CF = AC = h [\operatorname{tg}(\varphi + i) - \operatorname{tg} \varphi] \text{ и}$$

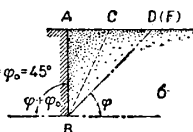
$$R_0 = \frac{1}{2} \delta \cdot CF^2 \sin(90^\circ + \varphi).$$

Для фиг. 5в:

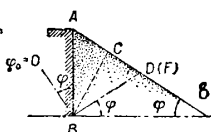
$$i = 45^\circ - \frac{\varphi}{2} \text{ и } CF = AC = h \frac{\sin i}{\sin(\varphi + i)}; \psi = \varphi.$$



Фиг. 6а.



Фиг. 6б.



Фиг. 6в.

Указание к фиг. 6а—6б и 6в. В этих примерах точка следа плоскости сползания на поверхности (точка C) делит отрезок AD пополам.

Для фиг. 6а:

$$R_0 = \frac{1}{2} \delta h^2 \operatorname{ctg}^2 \varphi \sin \varphi.$$

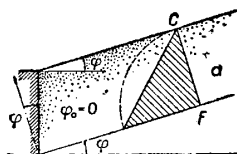
Для фиг. 6б:

$$R_0 = \frac{1}{8} \delta h^2 \operatorname{ctg} \varphi \sin \varphi.$$

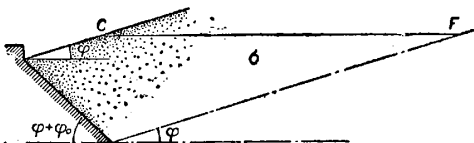
Для фиг. 6в:

$$R_0 = \frac{1}{32} \delta h^2 \frac{\sin 2\varphi}{\sin^2 \varphi}.$$

Указание к фиг. 7а и 7б. В этих примерах любая точка C на поверхности может быть принята за след плоскости сползания, так как отрезок CF не зависит от положения точки C .



Фиг. 7а.



Фиг. 7б.

Для примера фиг. 7а:

$$R_0 = \frac{1}{2} \delta h^2 \cos^2 \varphi.$$

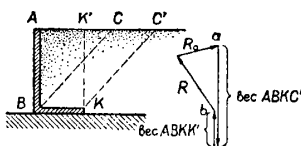
Для фиг. 7б:

$$R_0 = \frac{1}{2} \delta \frac{h^2}{\cos \varphi_0} \left[\frac{\sin (2\varphi + \varphi_0)}{\sin (\varphi + \varphi_0)} \right]^2.$$

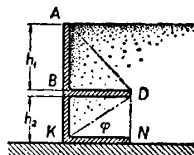
Вопрос. Железобетонная стенка, указанная на фиг. 8, поворачивается относительно своего ребра B . Определить направление плоскости сползания KC' .

Ответ. Направление $KC' \parallel BC$, где BC — плоскость сползания для прямой стенки AB .

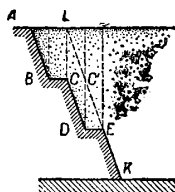
Доказательство. Новый вес призмы сползания $ABKC'$ должен быть уравновешен с силами R_0 , R и обратной реакцией по плоскости BK , равной весу столба земли $ABKK'$ (фиг. 8, справа). Очевидно для получения в силовом многоугольнике для R_0 прежнего значения необходимо, чтобы отрезок ab был равен весу прежней призмы ABC , а это возможно, если $KC' \parallel BC$.



Фиг. 8.



Фиг. 9.



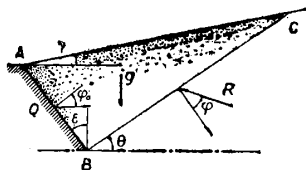
Фиг. 10.

Пример 5. Определить давление земли на грани AB и BK железобетонной стенки с разгрузкой площадкой BD , как указано на фиг. 9. Плоскость естественного откоса, проведенная из точки K , ложится в пределах площадки BD . Пунктирные линии AD и DN показывают контрфорсы, связывающие в одно целое вертикальные стенки с горизонтальными площадками.

Ответ. На грань AB : $R'_0 = \delta h_1^2 k$ и на грань BK : $R''_0 = \delta h_2^2 k$.

Пример 6. Определить давления на грани следующей уступчатой стенки, изображенной на фиг. 10. Наклоны граней AB , CD и EK между собою параллельны.

Ответ. Давления на наклонные грани AB , CD и EK определяются как давления, приходящиеся на грани LC_1 , C_1E и EK , представляющие собой части наклонной стенки LK . Давление на горизонтальные уступы равно весу столба земли, покоящейся на соответствующем уступе.



Фиг. 11.

Вопрос. Что такое давление земли „по принуждению“ и в чем отличие от давления „по собственной инициативе земли“?

Пример 7. Для общего случая стенки с прямым откосом (фиг. 11) определить аналитически отпор земляной массы с высоты AB .

Указание. Используя выражение

$$Q = G \frac{\sin(\theta + \varphi)}{\cos(\theta - \varepsilon + \varphi_0 + \varphi)},$$

надлежит, как и в примере 1, выразить G в функции $\angle \theta$, для определения которого использовать условие $\frac{dQ}{d\theta} = 0$.

Так как основное уравнение для Q_0 отличается от основного уравнения для R_0 (стр. 6) переменной знака у φ и φ_0 , то и все расчетные формулы для отпора получаются из формул напора (стр. 6, 8—9) с переменной знака у φ и φ_0 на обратный.

Так для случая гладкой вертикальной стенки отпор определится выражением:

$$Q_0 = \frac{1}{2} \delta h^2 \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ + \frac{\varphi}{2} \right).$$

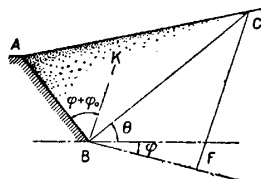
Пример 7а (вариант решения). Для предыдущего примера определить $\angle \theta$ наклона плоскости выпирания к горизонту, на основании закона Рибхання.

Указание. Условие равенства площадей (фиг. 12) $\triangle ABC$ и $\triangle BCF$ (где $CF \parallel BK$) даст возможность, как и в примере 2, определить $\angle \theta$.

Пример 7б. Определить направление плоскости выпирания и величину отпора для предыдущего примера — графически (фиг. 13).

Решение. Как и в примере 3, $x = \sqrt{a \cdot b}$, где $a = BI$ и $b = BD$.

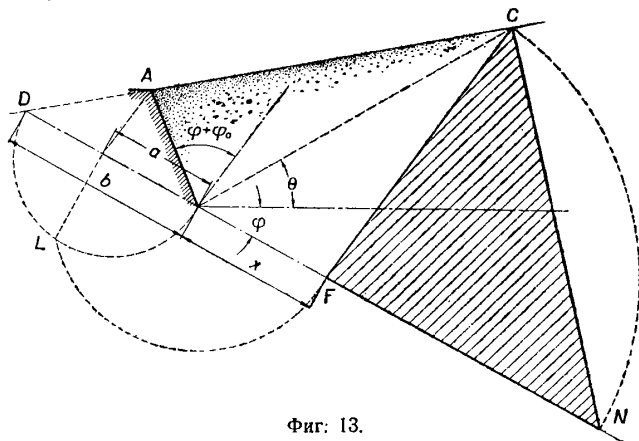
Вопрос. На абсолютно гладком полу поставлена гладкая стенка высотой 2 м, за которой насыпано сыпучее тело с $\varphi = 30^\circ$ и $\delta = 1,5$ (фиг. 14). Для удержания стенки против сдвига приложена сила $P = 1 \text{ т}$, что соответствует величине R_0 активного давления на эту стенку. Что произойдет с рассматриваемой стенкой, если силу P , действующую на стенку (для ее удержания), увеличивать, постепенно доводя ее значение до 9 т?



Фиг. 12.

Ответ. Ничего не произойдет, кроме небольшого уплотнения грунта в непосредственной близости около стенки. После приложения силы $P > 9 \text{ т}$ начнется движение стенки вправо, так как будет превзойдено пассивное сопротивление земли $Q_0 = 9 \text{ т}$ для рассматриваемого случая. Таким обра-

зом пассивное сопротивление земли во все время нарастания силы P возрастало от R_0 до Q_0 (в связи с необходимостью в большем значении), стремясь сохранить равновесие земляной массы.



Фиг. 13.

Пример 8. Для следующих примеров стенок, указанных на фиг. 15—16, определить угол, составляемый плоскостью выпирания с горизонтом, и вычислить величины отпоров земли. Данные на фиг. 15—16.

Решение к фиг. 15а и 15б. В обоих примерах треугольник призмы выпирания $\triangle ABC$ при наложении на силовой $\triangle BCF$ совмещается. Таким образом

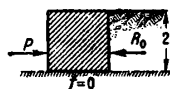
$$2i = 90^\circ + \varphi, \quad i = 45^\circ + \frac{\varphi}{2}.$$

Для фиг. 15а:

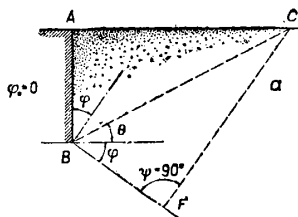
$$Q_0 = \frac{1}{2} \delta \cdot CF^2 \sin \psi = \frac{1}{2} \delta h^2 \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ + \frac{\varphi}{2} \right).$$

Для фиг. 15б:

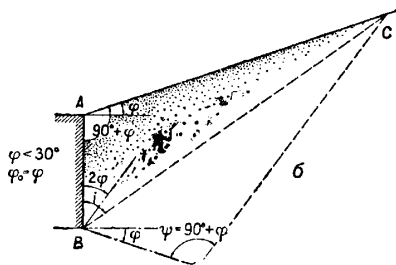
$$Q_0 = \frac{1}{2} \delta h^2 \left[\frac{\sin \left(45^\circ + \frac{\varphi}{2} \right)}{\sin \left(45^\circ - \frac{3}{2} \varphi \right)} \right] \cos \varphi.$$



Фиг. 14.

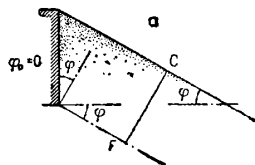


Фиг. 15а.

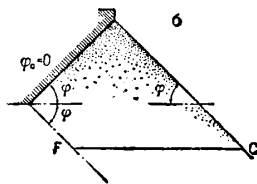


Фиг. 15б.

Указание к фиг. 16а и 16б. В этих примерах точка C может быть выбрана произвольно, так как отрезок CF постоянен при любом положении точки C .



Фиг. 16а.



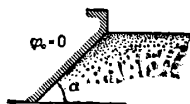
Фиг. 16б.

Вопрос. Где будет положение точки C в примере, изображенном на фиг. 15б, если $\psi = 30^\circ$?

Ответ. В бесконечности. Величина отпора $Q = \infty$, $Q_0 = \infty$ и при $\psi > 30^\circ$.

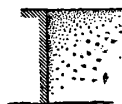
Вопрос. При каком угле наклона стенки $\angle \alpha$ (фиг. 17) отпор земляной массы будет равен бесконечности?

Ответ. При $\alpha = \varphi$, в чем легко убедиться, если начать проводить построение Понселе.



Фиг. 17.

Вопрос. При каком угле трения земли по кладке φ_0 для случая, изображенного на фиг. 18, возможно, что величина отпора равна бесконечности? Всегда ли возможен такой случай?



Фиг. 18.

Ответ. Отпор будет бесконечно большой, если $\varphi + \varphi_0$ составляют 90° и больше. Последнее возможно, если $\varphi_0 \geq 90^\circ - \varphi$. Но так как φ_0 не может быть больше φ , то начальное равенство возможно, если $\varphi \geq 45^\circ$.

Вопрос. Наличие трения земли по стенке увеличивает или уменьшает величину отпора от случая отсутствия трения (т. е. если $\varphi_0 = 0$)?

Пример 9. Для стенки закрома, изображенного на фиг. 19, требуется определить толщину нижней доски и подобрать сечение стойки.

Решение. Погонная нагрузка на нижнюю доску:

$$q = \delta \cdot c \cdot \left(h - \frac{c}{2} \right) \cdot \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right).$$

Расчетный момент для доски

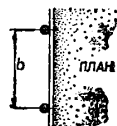
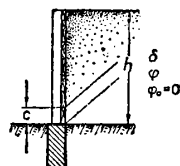
$$M_1 = \frac{qb^2}{8}.$$

Полная нагрузка на стойку:

$$P = b\delta \frac{h^2}{2} \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right).$$

Расчетный момент:

$$M = P \frac{h}{3}.$$



Фиг. 19.

Пример 10. Определить размеры обшивки, стоек и распорок деревянного ограждения кювета, как изображено на фиг. 20.

Решение. Сечение распорок подбирается по сжимающим усилиям для верхней:

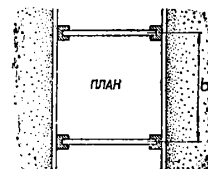
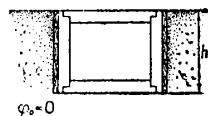
$$P_1 = \frac{1}{6} b \delta h^2 \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right);$$

для нижней:

$$P_2 = \frac{1}{3} b \delta h^2 \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right).$$

Сечение стоек подбирается по моменту

$$M = \frac{1}{9\sqrt{3}} b \delta h^3 \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right).$$



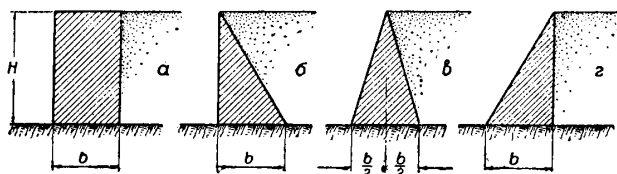
Фиг. 20.

Пример 11. Сравнить следующие профили каменных подпорных стенок, указанных на фиг. 21, в целях выяснения наименьшего по количеству затрачиваемого материала. Данные для всех профилей — одинаковые; а именно: угол естественного откоса засыпки $\varphi = 30^\circ$, угол трения земли по стенке $\varphi_0 = 0$. Вес земли $\delta = 1,5 \text{ т/м}^3$ и кладки $\Delta = 2 \text{ т/м}^3$.

Условия для определения ширины стенок:

- а) коэффициент устойчивости на опрокидывание $k = 1,5$;
- б) коэффициент устойчивости против сдвига $k' = 1,2$ при коэффициенте трения $f = 0,6$ и
- в) отсутствие растягивающих напряжений в кладке.

Давление на наклонные грани примеров, указанных на фиг. 21 б и 21 в, определять приблизительно, как для уступчатой стенки.



Фиг. 21.

Ответ.

Профиль фиг. 21а :	$b = 0,500 \text{ м}$	плоч.	профиля	$\omega = 0,500 \text{ м}^2$
” фиг. 21б :	$b = 0,578 \text{ м}$	”	”	$\omega = 0,289 \text{ м}^2$
” фиг. 21в :	$b = 0,446 \text{ м}$	”	”	$\omega = 0,223 \text{ м}^2$
” фиг. 21г :	$b = 0,500 \text{ м}$	”	”	$\omega = 0,250 \text{ м}^2$

Как видим, наивыгоднейшими являются профили, указанные на фиг. 21, в и 21 г. Невыгоднейшим требованием является условие отсутствия растягивающих напряжений.

Пример 12. Определить, до какой глубины H , при прямоугольном профиле стенки, можно определять ширину стенки b , при отсутствии растягивающих напряжений в кладке, совершенно не считаясь с величиной сжимающих напряжений кладки и грунта. Допускаемое напряжение кладки на сжатие $R = 100 \text{ т/м}^2$ и грунта на сжатие $R_2 = 40 \text{ т/м}^2$ (4 кг/см^2).

Ответ. $n_{сж} = 2 \cdot H \cdot \Delta$, откуда

$$H_{\max} = \frac{n_{сж}}{2\Delta}.$$

Так, если стенка на каменном фундаменте, то

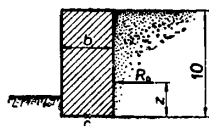
$$H_{\max} = \frac{100}{2 \cdot 2} = 25 \text{ м.}$$

Если стенка прямоугольная (без уширения) до подошвы фундамента, то

$$H = \frac{40}{2 \cdot 2} = 10 \text{ м.}$$

Пример 13. Определить ширину b прямоугольной стенки (фиг. 22) при высоте насыпи $H = 10 \text{ м}$. Допускаемое давление на грунт при сжатии 2 кг/см^2 . Остальные данные — данные задачи 11.

Решение.



Фиг. 22.

$$\frac{n_1 + n_2}{2} \cdot b = \Delta \cdot b \cdot h,$$

откуда

$$n_2 = 2\Delta h - n_1.$$

Момент относительно с:

$$M_c = -R_0 z + (n_1 - n_2) \cdot \frac{b}{2} \cdot \frac{b}{6} = 0,$$

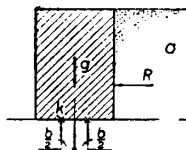
откуда определится b .

Пример 14. Для трех характерных профилей (фиг. 23) стенок определить, какому коэффициенту устойчивости на опрокидывание отвечают случаи работы этих стенок, при отсутствии растягивающих напряжений, т. е. тем случаям, когда кривая давления не выходит из средней трети.

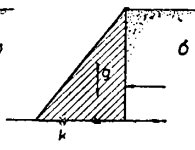
Решение. а) Прямоугольный профиль:

$$M_k = -M_{\text{опр}} + g \frac{b}{6} = 0,$$

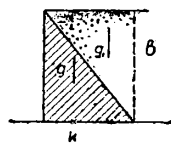
так что в этом случае



Фиг. 23а.



Фиг. 23б.



Фиг. 23в.

$$M_{\text{опр}} = g \frac{b}{6}, \quad \text{а} \quad M_{\text{уд}} = g \frac{b}{2},$$

т. е. более в три раза.

Таким образом, если кривая давления не выходит из ядра сечения, то коэффициент устойчивости на опрокидывание $k \geq 3$.

б) Прямой треугольный $k \geq 2$.

в) Обратный треугольный $k > 3$.