С.Е. Гурьев

Опыт о усовершении элементов геометрии, составляющий первую книгу математических трудов академика Гурьева

Москва
«Книга по Требованию»

УДК 93
ББК 63.3
С11

С.Е. Гурьев
С11 Опыт о усовершении элементов геометрии, составляющий первую книгу математических трудов академика Гурьева / С.Е. Гурьев – М.: Книга по Требованию, 2019. – 269 с.

ISBN 978-5-518-10625-3

ISBN 978-5-518-10625-3

Эта книга является репринтом оригинала, который мы создали специально для Вас, используя запатентованные технологии производства репринтных книг и печати по требованию.

Сначала мы отсканировали каждую страницу оригинала этой редкой книги на профессиональном оборудовании. Затем с помощью специально разработанных программ мы произвели очистку изображения от пятен, клякс, перегибов и попытались отбелить и выровнять каждую страницу книги. К сожалению, некоторые страницы нельзя вернуть в изначальное состояние, и если их было трудно читать в оригинале, то даже при цифровой реставрации их невозможно улучшить.

Разумеется, автоматизированная программная обработка репринтных книг – не самое лучшее решение для восстановления текста в его первозданном виде, однако, наша цель – вернуть читателю точную копию книги, которой может быть несколько веков.

Поэтому мы предупреждаем о возможных погрешностях восстановленного репринтного издания. В издании могут отсутствовать одна или несколько страниц текста, могут встретиться невыводимые пятна и кляксы, надписи на полях или подчеркивания в тексте, нечитаемые фрагменты текста или загибы страниц. Покупать или не покупать подобные издания – решать Вам, мы же делаем все возможное, чтобы редкие и ценные книги, еще недавно утраченные и несправедливо забытые, вновь стали доступными для всех читателей.

Серия Книжный Ренессанс
www.samizday.ru/reprint

ВВЕДЕНІЕ.

Читая *Математическія* откровенія нынѣшнихъ временъ и обращаясь къ началамъ, на коихъ оныя обыкновенно утверждаются, всегда я представлялъ себѣ огромное зданіе непрестанно возвышающееся на слабыхъ основаніяхъ, всегда сокрушался о преклонности къ паденію сей чрезвычайной громады полезнѣйшихъ роду человѣческому знаній. Ибо полагать линеи изъ точекъ, поверьхности изъ линей и тѣла изъ поверьхностей составленными, принимать количества безконечныя, почитать кривыя линеи за совокупленіе прямыхъ и утверждать бытіе количествъ, коихъ величина меньше ничего, всегда мнѣ казалось страннымъ и разсудку противнымъ. И можетъ быть долгое время я бы пребылъ въ тщетномъ соболѣзнованіи, естьли бы не получилъ превосходное твореніе Г. Кузена подъ заглавіемъ: Leçons de calcul differentiel et de calcul integral (*). Пять предложеній изъ простой и нѣкоторые вопросы изъ криволинейной Геометріи, во второй главѣ сего сочиненія имъ по способу предѣловъ, отрослю способа древнихъ Геометровъ начертанныя, на послѣдокъ породили надежду свергнуть тягостное уму иго безконечныхъ количествъ и другихъ ему противностей; творенія же удивительнаго Архимеда, коего самъ Нютонъ владыкою Математиковъ называетъ (а), подавъ лучшее понятіе о способѣ древнихъ Геометровъ, оную укрѣпили; и я приступилъ къ разрѣшенію того, что меня и многихъ подобныхъ мнѣ затрудняло.

Мнѣ не нужно здѣсь входить во опровърженіе упомянутыхъ неосновательныхъ положеній, какъ по тому, что съ малымъ и посредственнымъ разсужденіемъ всякой усмотритъ ихъ не правду, такъ и по тому, что о семъ уже многие писали (b, и

(*) Кузенъ прошлаго 1796 году выдалъ сіе твореніе вторымъ изданіемъ, подъ заглавіемъ: Traité de calcul differentiel et de calcul integral. Въ слѣдующемъ я буду дѣлать ссылки на оное второе изданіе.

(а) Arithmetica univerſalis p. 289, editio ſecunda.

(b) Прочитавъ въ Енциклопедіи въ членѣ Geometrie, коего Авторъ д'Аламбертъ, *Objet de la Geometrie*, смотри въ сочиненіи подъ заглавіемъ Institutions de Geometrie par M. De la Chapelle, что уже многіе от нихъ заблудилися (a); но надлежит токмо доказать по самой точности, по законамъ здраваго разсудка, хотя главныя изъ тѣхъ истиннъ, кои утверждались не основательными положеніями; при томъ такъ, что бы не употреблять науки, коей начала затруднитель-

---

Examen de la méthode des indivisibles, tome seconde, page 335 et les suivantes; сочиненія подъ заглавіемъ Traité des fluxions par M. Maclaurin, introduction page XLI et les suivantes, купно съ примѣчаніемъ въ низу мѣлкими буквами напечатаннымъ; члены infini et infiniment petit Енциклопедіи писанные д'Аламбертомъ; упомянутаго сочиненія г. Кузена Discours préliminaire, pag. V & VIII, и chapitre IV de l'introduction pag. 88; Opuscules Mathematiques д'Аламберта. tome I, page 201; членъ Negatif Енциклопедіи писанный д'Аламбертомъ же.

(a) Смотри наипаче сочиненіе подъ заглавіемъ Elemens des forces centrales par M. le Chevalier de Forbin, особливо отъ 120 страницы.

Сверхъ того неосновательно тѣ думаютъ, которые утверждаютъ, что строгость и совершенная Математическая точность затрудняетъ и умъ обременяетъ. Ибо говоритъ д'Аламбертъ въ Енциклопедіи въ членѣ Elemens des Sciences, что въ вопросѣ: какое изъ двухъ качествъ въ Елементахъ наукъ должно быть предпочтено, или удобность или строгость точная? предполагается понятіе о семъ ложное, предполагается, будто точная строгость можетъ быть безъ удобности, что со всѣмъ напротивъ: чемъ выводъ строжае, тѣмъ онъ ко разумѣнію удобнѣе ибо строгость состоитъ въ приведеніи всей цѣлости къ началамъ наипростѣйшимъ и проч.

ніе и сложнѣе, въ другой, у коей начала удобнѣе и простѣе. На примѣръ не употреблять Механики въ Алгебрѣ и Геометріи, какъ учинилъ славной Маклоренъ въ своемъ сочиненіи A treatiſe of Fluxions, ибо ввести въ Алгебру и Геометрію движенія, время и скорости, значитъ ввести понятія совершенно чуждыя симъ наукамъ, и не облегчить, но обременить умъ вдругъ многими предметами.

Первый опытъ сего предпріятія я разсудилъ учинить надъ первоначальною Геометріею, какъ надъ первою изъ наукъ Математику составляющихъ; и что составитъ первую книгу Математическихъ трудовъ моихъ.

ТОЧНОЕ И ЯСНОЕ

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО

ТѢХЪ ПЕРВОНАЧАЛЬНОЙ ГЕОМЕТРІИ

ПРЕДЛОЖЕНІЙ,

кои въ сочиненіяхъ новыхъ писателей обыкновенно утверждаются чрезъ безконечныя и нераздѣлимыя количества и иныя подобныя онымъ неосновательности.

Геометрія до временъ Каваллери всегда сохраняла существенныя ей свойства, то есть точность и ясность; онъ издавъ свое ученіе о нераздѣлимыхъ, первой началъ вводить въ нее неосновательныя положенія, первой началъ полагать линеи изъ точекъ, поверьхности изъ линей и тѣла изъ поверьхностей составленными. — Чрезъ сіе средство доказывалъ равенство и содержаніе параллелограммовъ, треугольниковъ, призьмъ, пирамидъ и проч. И поелику умъ отъ того оставался почти безъ дѣйствія, то онъ обрѣлъ себѣ весьма многихъ послѣдователей. Однакожъ Гулденъ воставъ противъ сихъ мнимыхъ и уму противныхъ количествъ, убѣдилъ его перемѣнить ихъ на елементы безконечно малые и дѣлимые до безконечности и полагать уже величины составленными изъ оныхъ; и симъ онъ мнилъ сохранить прежнюю точность и ясность Геометрïи, не утративъ однакожъ той бездѣйствуемости ума, которая столько понравилась въ способѣ не-раздѣлимыхъ.

Нѣтъ нужды здѣсь показывать, какимъ образомъ чинятся доказательства чрезъ посредство сихъ нераздѣлимыхъ и безконечныхъ количествъ, ибо во всѣхъ почти Геометрïяхъ, новыми по сïе время выданныхъ, всякой оныя найти можетъ; такъ же нѣтъ надобности и входить во испровержение ихъ, ибо выше вообще примѣтили, что нераздѣлимыя и безконечныя количества суть неосновательныя положенïя ведущïя къ погрѣшностямъ (а); а по сему не иное что учинить надлежитъ, какъ прямо приступить къ нашему предмету.

Между тѣмъ примѣтимъ, что предложенïя первоначальной Геометрïи, кои обыкновенно доказываются чрезъ безконечныя и нераздѣлимыя количества, суть двухъ родовъ: или такïя, въ коихъ утверждается равенство двухъ величинъ изъ трехъ родовъ протяженности, или такïя, въ коихъ изыскивается содержанïе или лучше пропорцïональность оныхъ; и того ради сïю книгу, точное и ясное онымъ доказательство заключать долженствующую, раздѣлимъ на двѣ главы; въ первой предложимъ таковое доказательство предложенïямъ перваго роду, а въ другой предложенïямъ втораго.

(а) Въ прочемъ смотри еще упомянутаго сочиненïя Г. Маклорена Tome ſeconde, p. 5 et les ſuivantes. Здѣсь ссылки дѣлаю и впредь буду дѣлать на французской переводъ сего творенïя, для вящшей языка сего употребительности.

А хотя того и другаго роду предложенія весьма тѣсными и неразлучными союзомъ сопряжены между собою; однако здѣсь, какъ въ сочиненіи, которое не связь и расположеніе, но точность и ясность за предметъ имѣетъ, мы можемъ ихъ разсматривать особо.

Но при семъ надлежитъ не забыть, что случается весьма часто одно и тоже предложеніе вывести изъ того и другаго начала; такъ на примѣръ Теорема Пиѳагорова выводится изъ правила наложенія, какъ учинилъ Евклидъ, и выводится такъ же изъ Теоріи величинъ пропорціональныхъ, какъ сдѣлали многіе новые Геометры; а по тому, поелику мы не предполагаемъ себѣ извѣстной системы, и коя не можетъ быть какъ токмо двоякая, или сообразованная съ началами или сообразованная съ предметами, долженствуемъ въ таковыхъ случаяхъ предлагать тотъ и другой выводъ: Одинъ будетъ полезенъ для одной системы, а другой для другой.

ГЛАВА I,

Содержащая точное и ясное доказательство тѣхъ изъ упомянутыхъ первоначальной Геометріи предложеній, въ коихъ утверждается равенство двухъ величинъ изъ трехъ родовъ протяженности.

Прежде, нежели мы приступимъ къ настоящему предмету, подадимъ понятіе о главныхъ и паче заслуживающихъ вниманіе способахъ доказывать сего роду предложенія.

И что бы удобнѣе сїе намъ сдѣлать можно было, то возмемъ для примѣру одно простѣйшее слѣдующее предложенїе.

Всякой кругъ равенъ треугольнику, коего основанїе окружность сего круга, а высота радїусъ его.

И поелику Архимедъ первой, которой доказалъ сїю истинну, предложивъ ее въ сочиненїи своемъ de Circuli Dimenſione (а), то мы начнемъ способомъ Архимедовымъ.

Способъ Архимедовъ.

Прежде, нежели къ сему приступить мы можемъ, надлежитъ привести опредѣленїя, аксїомы и предложенїя, предполагаемыя имъ изъ перьваго своихъ сочиненїй de ſphaera et Cylindro,

Опредѣленїя.

I. Кривыя линеи, оканчивающїяся на плоскости, суть тѣ, которыя въ разсужденїи прямыхъ, концы оныхъ соединяющихъ, или находятся совсѣмъ по одну сторону или ни сколько по другую не падаютъ.

Примѣчанїе Г. Барро.

Чрезъ названїе кривая линея, означается не только вездѣ и не прерывно кривая, но и какъ бы то ни было

(а) Наилучшее изданїе Архимедовыхъ творенїй, по крайней мѣрѣ по словамъ Маклорена и Монтукла, есть то, которое учинено славнымъ Барро, учителемъ Великаго Нютона, подъ заглавїемъ: Archimedis opera: Methodo nova illuſtrata, et ſuccinctè demonſtrata. Per Iſaacum Barrow, Londini, 1675.

изотнутая линея; или изъ прямыхъ и кривыхъ смѣшанная или вся изъ прямыхъ составленная. Пусть взята будетъ на примѣръ дуга круга ABC, коея концы соединяетъ прямая AC; тогда вся линея ABC отъ прямой AC къ B уклоняется; но естьли на хордѣ AC возмется точка D, то тутъ нѣкоторая только часть ABC смѣшанной линеи DABC отъ CD, соединяющей концы ея D и C, къ B уклоняется, а другая часть AD на продолженіи самой CD находится, и слѣдственно съ оною CD соединяется; но никакая въ другую сторону, кромѣ B, не уклоняется. Черт. 1.

II. Изъ сего роду линей *вогнутою* съ одной и той же стороны называю ту, у которой прямыя, лежащія между какими бы то ни взятыми двумя точками, падаютъ или всѣ по оную сторону, или токмо нѣкоторыя по оную, а другія по самой кривой, но ни какая по другую не падаетъ.

Примѣчаніе Г. Барро.

Для уразумѣнія сего мало ясного опредѣленія надлежитъ разсмотрѣть изъясненіе предъидущаго опредѣленія, къ коему прибавлю только, что вѣрный признакъ въ одну и туже сторону вогнутости есть тотъ, когда всякая прямая не сѣчетъ кривую, какъ токмо въ двухъ точкахъ.

III. Подобнымъ образомъ поверхости на плоскости оканчивающіяся суть тѣ, которыя не въ самой плоскости находятся, но которыя концы свои въ оной имѣютъ, и которыя въ разсужденіи сей плоскости или находятся совсѣмъ по одну сторону, или нисколько по другую не падаютъ.

IV. Вогнутыми же изъ сего роду поверхностей называю тѣ, у которыхъ прямыя соединяющія двѣ точки падають или всѣ по одну и ту же сторону поверхностей, или нѣкоторыя по одну и ту же ихъ сторону, а другія по самымъ поверхностямъ, но никакая по другую сторону не падаетъ.

Примѣчаніе Г. Барро.

Кто первыя два опредѣленія уразумѣлъ, тотъ и сіи два пойметъ.

Аксіомы

I. Изъ линей, тѣ же концы имѣющихъ, прямая есть наименшая.

II. Но естьли линеи находящіяся въ одной плоскости, тѣ же концы имѣющія и съ одной стороны вогнутыя, неравны и одна изъ нихъ или вся содержится между другою и прямою, тѣ же концы имѣющею, или токмо содержится нѣкоторою частію, имѣя другую общею; то та, которая содержится, есть меньшая.

III. Подобнымъ образомъ изъ поверхностей имѣющихъ тѣ же концы, естьли только оные находятся на плоскости, меньшая есть плоскость.

IV. Но естьли поверхности тѣ же концы имѣющія, которые на плоскости находятся, и съ одной стороны вогнутыя, не равны, и одна изъ нихъ или вся содержитсе между другою и плоскостію тѣ же съ нею концы имѣющею, или токмо содержится нѣкоторыми частями, имѣя другія общими; то та, которая содержится, есть меньшая.