

И. Вышнеградский

**О регуляторах непрямого
действия**

**Москва
«Книга по Требованию»**

УДК 621.39
ББК 32
И11

И11 **И. Вышнеградский**
О регуляторах непрямого действия / И. Вышнеградский – М.: Книга по Тре-
бованию, 2021. – 48 с.

ISBN 978-5-458-60473-4

ISBN 978-5-458-60473-4

© Издание на русском языке, оформление
«YOYO Media», 2021

© Издание на русском языке, оцифровка,
«Книга по Требованию», 2021

Эта книга является репринтом оригинала, который мы создали специально для Вас, используя запатентованные технологии производства репринтных книг и печати по требованию.

Сначала мы отсканировали каждую страницу оригинала этой редкой книги на профессиональном оборудовании. Затем с помощью специально разработанных программ мы произвели очистку изображения от пятен, клякс, перегибов и попытались отбелить и выровнять каждую страницу книги. К сожалению, некоторые страницы нельзя вернуть в изначальное состояние, и если их было трудно читать в оригинале, то даже при цифровой реставрации их невозможно улучшить.

Разумеется, автоматизированная программная обработка репринтных книг – не самое лучшее решение для восстановления текста в его первозданном виде, однако, наша цель – вернуть читателю точную копию книги, которой может быть несколько веков.

Поэтому мы предупреждаем о возможных погрешностях восстановленного репринтного издания. В издании могут отсутствовать одна или несколько страниц текста, могут встретиться невыводимые пятна и кляксы, надписи на полях или подчеркивания в тексте, нечитаемые фрагменты текста или загибы страниц. Покупать или не покупать подобные издания – решать Вам, мы же делаем все возможное, чтобы редкие и ценные книги, еще недавно утраченные и несправедливо забытые, вновь стали доступными для всех читателей.



Серия Книжный Ренессанс

www.samizday.ru/reprint

упорокъ. Изъ этаго слѣдуетъ, что при самонаибольшемъ отступленіи скорости машины отъ нормальной ея величины регулирующий приборъ уже начинаетъ дѣйствовать. Такія предположенія относительно собственнаго регулятора Фаркò не вѣрны, особенно если регулирующий приборъ представляетъ замѣтное сопротивленіе, но какъ упомянуто выше можно себѣ представить много такихъ видозмѣненій его, при которыхъ оба сдѣланные допущенія будутъ весьма близки къ истинѣ даже и при значительномъ сопротивленіи регулирующаго прибора. Возможно себѣ напри- мѣръ представить, что машина снабжена двумя сильными электромагнитами, между которыми можетъ двигаться въ направляющихъ якорь мягкаго желѣза, и что съ этимъ якоремъ соединены конусы тренія и шестерни устроенныя точно такъ какъ въ регуляторѣ Фаркò; относительно цѣпей обоихъ электромагнитовъ можно вообразить что онѣ разомкнуты когда муфта не нажата ни къ верхней ни къ нижней упоркѣ, при нажатіи же муфты къ одной изъ нихъ замыкается соотвѣтствующая цѣпь одного изъ электромагнитовъ. Очевидно пока муфта не нажата, электромагниты не дѣйствуютъ, якорь между ними не притягивается ни къ тому ни къ другому, и изъ соединенныхъ съ нимъ конусовъ тренія ни одинъ не нажатъ, а потому и регулирующий приборъ не получаетъ никакого движенія; какъ же только муфта регулятора вслѣдствіе отступленія скорости машины отъ нормальной ея величины будетъ нажата къ одной или другой изъ опредѣляющихъ ея положенія упорокъ, соотвѣтствующая цѣпь замкнется, и ея электромагнитъ притянетъ къ себѣ якорь, что произведетъ нажатіе одного или другаго изъ конусовъ тренія и слѣдовательно движеніе регулирующаго прибора въ одну или другую сторону. Совершенно ясно, что при такомъ устройствѣ, если только электромагниты довольно сильны, то регулирующий приборъ начинаетъ дѣйствовать тотчасъ, какъ только измѣнится скорость машины, сколь бы мало ни было это измѣненіе и сколь бы значительны ни были сопротивленія сопряженные съ движеніемъ регулирующаго прибора.

Относительно типа регуляторовъ, который мы назвали Месмеровымъ, мы сдѣлаемъ также два допущенія, а именно: 1) хотя перемѣщеніе муфты въ этихъ регуляторахъ недостаточно малы для того, чтобы можно было ихъ считать равными нулю, но они и недостаточно велики для того, чтобы нельзя было пренебрегать вторыми и высшими ихъ степенями сравнительно съ первою; 2) для того, чтобы произвести сдѣвленіе главнаго вала съ регулирующимъ приборомъ достаточно самонамѣншаго перемѣщенія муфты изъ ея равновѣснаго положенія, такъ что регулирующий приборъ не дѣйствуетъ только тогда, когда это перемѣщеніе равно нулю, — и дѣйствуетъ въ одномъ направленіи, если это перемѣщеніе больше нуля, или въ направленіи противоположномъ если оно меньше нуля.

Въ Графенстаденскомъ уравнивающемъ приборѣ оба эти условія выполнены съ приближеніемъ достаточнымъ для того, чтобы къ нему можно было приложить результаты теоріи допускающей вышеизложенныя предположенія.

Независимо всего сказаннаго и подобно тому, какъ въ статьѣ о регуляторахъ прямого дѣйствія, будетъ допущено, что машина, ходъ которой уравнивается разсматриваемымъ регуляторомъ, имѣетъ вращательное движеніе подъ вліяніемъ движущей силы и сопротивленія, непрерывно дѣйствующихъ на постоянныхъ плечахъ относительно оси вращенія. — а также, что величина движущаго усилія можетъ измѣняться только отъ дѣйствія регулятора, тогда какъ величина сопротивленія подвержена случайнымъ измѣненіямъ.

5. Вообразимъ себѣ какой ни есть регуляторъ непрямаго дѣйствія, безразлично будетъ ли онъ перваго или втораго типа, и постараемся прежде всего отдать себѣ отчетъ въ томъ вліяніи, которое онъ оказываетъ на скорость машины въ то время, когда вслѣдствіе его дѣйствія существуетъ сдѣвленіе между регулирующимъ приборомъ и главнымъ валомъ машины. Съ этою цѣлію назовемъ черезъ:

ω — угловую скорость машины въ произвольное мгновеніе, отдѣленное промежуткомъ времени t отъ момента, соответствующаго послѣднему передъ разсматриваемымъ мгновеніемъ нахожденію регулирующаго прибора въ расцѣпленіи съ главнымъ валомъ машины.

I — моментъ инерціи всей машины приведенный къ оси ея главнаго вала.

Q — дѣйствительную величину преодолеваемаго машиною сопротивленія, вслѣдствіе случайныхъ обстоятельствъ измѣнившая свое нормальное напряженіе, которое будемъ называть черезъ p .

F — дѣйствительное напряженіе движущаго усилія въ разсматриваемый моментъ, измѣненное противъ нормальной своей величины дѣйствіемъ регулятора.

ρ — общее плечо, на коемъ дѣйствуетъ на валъ машины движущее усиліе и сопротивленіе.

При этихъ обозначеніяхъ уравненіе опредѣляющее угловую скорость машины будетъ

$$I \frac{d\omega}{dt} = (F - Q) \rho.$$

Назовемъ черезъ p_n величину движущаго усилія для начала времени t , то есть для того мгновенія, когда регулирующий приборъ въ послѣдній разъ передъ разсматриваемымъ мгновеніемъ былъ расцѣпленъ съ главнымъ валомъ машины, при чемъ указатель n будетъ обозначать сколько разъ до разсматриваемаго мгновенія регулирующий приборъ расцѣплялся съ главнымъ валомъ машины послѣ того, какъ нарушилось равновѣсіе между движущимъ усиліемъ и сопротивленіемъ. Очевидно, что при этомъ p_0 будетъ нормальная величина движущаго усилія, которую мы будемъ обозначать просто черезъ p , то есть точно также, какъ уже условились обозначать нормальную величину сопротивленія, которая вслѣдствіе равенства плечъ движущей силы

и сопротивленія очевидно равна нормальной величинѣ движущаго усилія. Если введемъ величину p_n въ предыдущее уравненіе, то очевидно можемъ его написать такимъ образомъ

$$I \frac{dw}{dt} = (p_n - Q)r - (p_n - F)r.$$

Первый членъ второй части этого уравненія очевидно есть величина, измѣняющаяся только въ тѣ моменты, когда измѣняется направленіе движенія регулирующаго прибора, т. е. въ тѣ мгновенія, когда онъ расцѣпленъ съ главнымъ валомъ машины; второй же членъ второй части только что написаннаго уравненія измѣняется постоянно въ теченіе всего промежутка, ограниченнаго двумя послѣдовательными моментами расцѣпленія регулирующаго прибора съ главнымъ валомъ машины; онъ очевидно представляетъ собою измѣненіе произведенное регулирующимъ приборомъ въ величинѣ движущаго момента въ теченіе времени t . Это измѣненіе движущаго момента есть очевидно нѣкоторая функція угла, описаннаго во время t валомъ машины; функція эта обращается въ нуль вмѣстѣ съ этимъ угломъ, и если бы этотъ уголъ перемѣнилъ свой знакъ, то и она должна измѣнить свой знакъ вмѣстѣ съ нимъ; не требуетъ дальнѣйшихъ объясненій, что всегда можно вообразить такое устройство регулирующаго прибора и такую его связь съ главнымъ валомъ машины, что измѣненіе движущаго момента, т. е.

$$(p_n - F)r$$

произведенное въ теченіе времени t будетъ пропорціонально углу, который описывается въ то же время главнымъ валомъ машины, и который очевидно изображается интеграломъ

$$\int_0^t w dt$$

Но каково бы ни было дѣйствіе регулирующаго прибора, и какова бы ни была связь его съ валомъ машины, во всякомъ случаѣ, если только регулирующий приборъ дѣйствуетъ быстро (а это какъ увидимъ есть существенное условіе хорошаго дѣйствія всего уравнивающаго устройства), т. е. если при маломъ углѣ вращенія вала регулирующий приборъ производитъ значительное измѣненіе въ напряженіи движущаго усилія, то можно допустить, что углы описываемые главнымъ валомъ машины въ теченіе промежутка отдѣляющаго два послѣдовательныхъ момента расщепленія главнаго вала съ регулирующимъ приборомъ будутъ не велики, равно какъ не будетъ велика и продолжительность такихъ промежутковъ. Въ такомъ предположеніи можно вообразить себѣ, что измѣненіе въ движущемъ моментѣ, т. е. величина

$$(p_n - F)\rho$$

развернуто въ строку по возрастающимъ степенямъ угла

$$\int_0^t \omega dt.$$

и затѣмъ можно въ этомъ развертываніи сохранить только члены перваго порядка, отбросивъ всѣ остальные. Тогда точно также какъ и въ случаѣ строгой пропорціональности между измѣненіемъ движущаго момента и соотвѣтствующею величиною угла, описаннаго главнымъ валомъ машины можно положить

$$(p_n - F)\rho = \pm L \int_0^t \omega dt$$

гдѣ L есть коэффициентъ, который очевидно выражаетъ собою мѣру быстроты дѣйствія всего уравнивающаго устройства, а изъ двухъ знаковъ $\pm$ поставленныхъ передъ второю частью должно взять верхній или нижній смотря по тому направленію, въ которомъ дѣйствуетъ въ данный моментъ регулирующий приборъ, т. е.

смотря потому будетъ ли онъ уменьшать или увеличивать напряженіе движущаго усилія. Для избѣжанія сбивчивости во всемъ слѣдующемъ положимъ, что регуляторъ началъ дѣйствовать вслѣдствіе *уменьшенія* сопротивленія; тогда очевидно при $n = 0$ и при четныхъ значеніяхъ n , разность $p_n - F$ будетъ положительная, а при нечетныхъ значеніяхъ n она будетъ отрицательная, такъ что вообще можно положить

$$(p_n - F)\varphi = (-1)^n L \int_0^t w dt$$

и тогда уравненіе опредѣляющее величину угловой скорости машины, снабженной регуляторомъ непрямаго дѣйствія, будетъ вообще:

$$I \frac{dw}{dt} = (p_n - Q)\varphi - (-1)^n L \int_0^t w dt.$$

Дифференцируя же это уравненіе по времени прямо получимъ:

$$I \frac{d^2w}{dt^2} + (-1)^n Lw = 0$$

Это уравненіе и служить для опредѣленія угловой скорости въ зависимости отъ времени t въ теченіе каждаго промежутка, отдѣляющаго два послѣдовательныя расцѣпленія регулирующаго прибора съ главнымъ валомъ машины.

6. Если обозначимъ для краткости черезъ θ величину

$$\sqrt{\frac{L}{J}}$$

то уравненіе опредѣляющее угловую скорость будетъ для нечетныхъ промежутковъ, т. е. для четныхъ значеній n

$$\frac{d^2w}{dt^2} + \theta^2 w = 0$$

и для четныхъ промежутковъ, т. е. для нечетныхъ значеній n

$$\frac{d^2w}{dt^2} - \theta^2 w = 0$$

Если примемъ въ соображеніе, что угловая скорость w не мѣняетъ знака, такъ какъ главный валъ машины вращается постоянно въ одну сторону, то написанныя уравненія прямо показываютъ, что угловое ускореніе въ нечетные промежутки будетъ постоянно убывать, а въ четные промежутки постоянно увеличиваться такъ, что угловая скорость можетъ достигать въ нечетные промежутки только наибольшихъ, а въ четные промежутки только наименьшихъ величинъ.

Замѣтивъ это, обозначимъ черезъ w_n и $\left(\frac{dw}{dt}\right)_n$ величины угловой скорости и углового ускоренія для начала разсматриваемаго промежутка; тогда угловая скорость и ускореніе въ произвольный моментъ каждаго промежутка будутъ опредѣляться интегралами предъидущихъ уравненій, которые представятся въ слѣдующемъ видѣ.

а) для четныхъ значеній n

$$w = w_n \cos \theta t + \frac{1}{\theta} \left(\frac{dw}{dt}\right)_n \sin \theta t.$$

$$\frac{dw}{dt} = \left(\frac{dw}{dt}\right)_n \cos \theta t - \theta \cdot w_n \sin \theta t.$$

б) для нечетныхъ значеній n

$$w = w_n \frac{e^{\theta t} + e^{-\theta t}}{2} + \frac{1}{\theta} \left(\frac{dw}{dt}\right)_n \frac{e^{\theta t} - e^{-\theta t}}{2}$$

$$\frac{dw}{dt} = \left(\frac{dw}{dt}\right)_n \frac{e^{\theta t} + e^{-\theta t}}{2} + \theta \cdot w_n \frac{e^{\theta t} - e^{-\theta t}}{2}$$

Разбирая эти выраженія легко усматриваемъ, что наибольш-

шая величина скорости въ какой угодно изъ нечетныхъ промежутковъ будетъ:

$$w_{\max.} = w_n \sqrt{1 + \left[\frac{1}{\theta} \cdot \frac{dw}{w dt} \right]_n^2}$$

и время ей соотвѣтствующее опредѣляется уравненіемъ

$$\text{tang}(\theta t) = \left[\frac{1}{\theta} \cdot \frac{dw}{w dt} \right]_n$$

Наименьшая же величина скорости въ какой угодно изъ четныхъ промежутковъ будетъ

$$w_{\min.} = w_n \sqrt{1 - \left[\frac{1}{\theta} \cdot \frac{dw}{w dt} \right]_n^2}$$

и время, ей соотвѣтствующее опредѣляется уравненіемъ

$$e^{2\theta t} = \frac{1 - \left[\frac{1}{\theta} \cdot \frac{dw}{w dt} \right]_n}{1 + \left[\frac{1}{\theta} \cdot \frac{dw}{w dt} \right]_n}$$

Послѣ того какъ скорость достигла своей наибольшей или наименьшей величины, она начинаетъ соотвѣтственно или убывать или возрастать, и вышенаписанные интегралы показываютъ, что

1) Скорость убывая послѣ своей наибольшей величины дѣлается равною скорости въ началѣ нечетнаго промежутка, во время опредѣляемое уравненіемъ

$$\text{tang} \left[\frac{\theta t}{2} \right] = \left[\frac{1}{\theta} \cdot \frac{dw}{w dt} \right]_n$$

и что угловое ускореніе этому времени соотвѣтствующее будетъ равно

$$- \left(\frac{dw}{dt} \right)_n$$

2) Скорость возрастая послѣ наименьшаго значенія становится равною начальной скорости четнаго промежутка по истеченіи времени опредѣляемаго равенствомъ

$$e^{\theta t} = \frac{1 - \left[\frac{1}{\theta} \cdot \frac{dw}{w dt} \right]_n}{1 + \left[\frac{1}{\theta} \cdot \frac{dw}{w dt} \right]_n}$$

и что при этомъ значеніи времени угловое ускореніе будетъ также, какъ и для нечетныхъ промежутковъ

$$- \left(\frac{dw}{dt} \right)_n.$$

Соединяя эти результаты, легко усматриваемъ, что если только начало и конецъ каждаго промежутка опредѣлены такими условіями, что ихъ продолжительность не меньше двойнаго времени, которое выше было найдено, какъ соответствующее наибольшей (для нечетныхъ промежутковъ) и наименьшей (для четныхъ промежутковъ) величинѣ скорости, то скорость съ начала каждаго нечетнаго промежутка возрастаетъ, а съ начала каждаго четнаго промежутка убываетъ, за симъ въ извѣстный моментъ достигаетъ своей наибольшей или наименьшей величины, послѣ чего скорость соответственно убывая или возрастая достигаетъ своего первоначальнаго значенія въ теченіе времени совершенно равнаго тому, которое потребовалось для перехода скорости отъ ея начальной величины къ ея наибольшему или наименьшему значенію. Въ это же самое время угловое ускореніе, (величина котораго при наибольшемъ или наименьшемъ значеніяхъ скорости очевидно равна нулю) достигаетъ величины численно равной и по знаку противоположной угловому ускоренію, имѣющему мѣсто при началѣ промежутка.

По прошествіи того мгновенія, въ которое скорость становится равною начальной скорости промежутка, скорость продолжаетъ возрастать въ четные промежутки и убывать въ про-

межутки нечетные, и при этомъ постепенномъ убываніи обратит-
ся въ нуль, для времени опредѣляемаго равенствомъ

$$tg \theta t = - \frac{1}{\left(\frac{1}{\theta} \cdot \frac{d\omega}{\omega dt} \right)_n}$$

т. е. для времени, которое связано съ временемъ (T) соответ-
ствующимъ наибольшей скорости уравненіемъ

$$t = T + \frac{\pi}{2\theta}.$$

Изъ этого видно, что если условія, опредѣляющія собою сдѣ-
ленія регулирующаго прибора съ валомъ машины таковы, что
сдѣленіе уменьшающее движущую силу не прекращается преж-
де, чѣмъ время достигнетъ значенія

$$T + \frac{\pi}{2\theta}$$

то машина непремѣнно остановится.

Такимъ образомъ найденные интегралы дифференціаль-
наго уравненія опредѣляющаго скорость машины, управляемую
регуляторами непрямаго дѣйствія, позволяютъ безъ малѣйшаго
затрудненія прослѣдить весь ходъ измѣненій скорости въ тече-
ніе каждаго промежутка, и затѣмъ для составленія совершенно
полнаго представленія о томъ, какъ измѣняется скорость маши-
ны, снабженной даннымъ регуляторомъ непрямаго дѣйствія,
нужно только принять во вниманіе условія, опредѣляющія для
этого регулятора моменты расцѣпленія регулирующаго прибора
и главнаго вала машины. Такъ какъ конечныя значенія скоро-
сти и ускоренія для каждаго разсматриваемаго промежутка ста-
новятся начальными значеніями этихъ величинъ для слѣдующа-
го промежутка, то очевидно, что найдя моменты расцѣпленія
и опредѣливъ для перваго изъ нихъ т. е. для конца перваго про-